



# **Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica: uma experiência em cursos de Engenharia**

## **Teaching and Learning of Differential Equations with Graphical, Numerical and Analytical Approach: an experience in Engineering courses**

Maria Madalena Dullius<sup>1</sup>

Ives Solano Araujo<sup>2</sup>

Eliane Angela Veit<sup>3</sup>

### **Resumo**

Estudos apontam que a metodologia dominante no contexto do ensino de equações diferenciais (EDs) está fortemente voltada para a resolução analítica e isso pode não ser suficiente para um aprendizado adequado do conteúdo. Recursos computacionais hoje disponíveis permitem ir além da mera aplicação de técnicas, podendo auxiliar os alunos na interpretação das EDs e suas soluções. Através de situações-problema a serem exploradas com o auxílio do computador, investigamos a aprendizagem do conteúdo por parte dos alunos e também a relação entre contextualização das EDs e seus reflexos na motivação para aprender. Resultados coletados em práticas pedagógicas realizadas com estudantes dos cursos de Engenharias e Química Industrial indicam que a metodologia

---

<sup>1</sup> Doutora em Ensino de Ciências - Universidade de Burgos/UBU - Espanha. Professora do Centro Universitário UNIVATES. Lajeado – RS, Brasil. Endereço para correspondência: Centro Universitário UNIVATES, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Rua Avelino Tallini, 171, Bairro Universitário 95000-000 – Lajeado – RS . E-mail: madalena@univates.br.

<sup>2</sup> Doutor em Ciências – Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS. Professor do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS. Porto Alegre – RS, Brasil. Endereço para correspondência: Instituto de Física – UFRGS, Av. Bento Gonçalves, 9500, Bairro Agronomia, Porto Alegre-RS. E-mail: ives@if.ufrgs.br. Bolsista da CAPES - Proc. nº: BEX 2271/09-5.

<sup>3</sup> Doutora em Ciências – Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS. Professora do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS. Porto Alegre – RS, Brasil. Endereço para correspondência: Instituto de Física – UFRGS, Av. Bento Gonçalves, 9500, Bairro Agronomia, Porto Alegre-RS. E-mail: eav@if.ufrgs.br.

proposta é um meio viável em direção a uma aprendizagem significativa de EDs; entretanto, cabe destacar o descontentamento dos alunos ao trabalharem com uma metodologia que foge ao sistema tradicional.

**Palavras-chave:** Equações Diferenciais. Ensino de Matemática. Recursos Computacionais.

### **Abstract**

Differential equation instruction is predominately limited to teaching students to use analytical solution techniques. Computational resources, though largely absent in the teaching of differential equations, can help instructors go beyond teaching students mere mathematical technique. Exposing students to problem solving situations involving differential equations using computational resources, we investigated student learning and the effects of content contextualization in the students' motivation to learn. In this paper we detail the computer-based method and its implementation in engineering and industrial chemistry courses. Results indicate that the methodology proposed leads students toward meaningful learning of differential equations. However, students reported dissatisfaction and resistance to non-traditional methods of differential equation instruction.

**Keywords:** Differential Equations. Mathematics Teaching. Computational Resources.

### **Introdução**

Trabalhando há 10 anos com o ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia (de Computação, de Automação e Controle, de Produção e Ambiental) e Química Industrial notamos a insatisfação dos alunos por não perceberem importância desse conteúdo para o seu curso. A cada nova turma, repetem-se os questionamentos: por que fazer a mão essas contas enormes se existem máquinas para isso? Por que “decorar” tantas fórmulas, se o dia que precisar posso buscar em livros ou na *internet*? Por que preciso saber tudo isto, afinal?

Um dos fatores que motivou este trabalho<sup>4</sup> foi a questão do ensino de EDs estar baseado, em sua maior parte, apenas em técnicas analíticas de resolução. Moreno e Azcárate (1997; 2003) destacam a existência de três

---

<sup>4</sup> O presente estudo integra a tese de doutorado da primeira autora deste artigo, juntamente com os dois outros estudos realizados anteriormente.

estilos de ensino diferentes adotados por boa parte dos professores: (i) o estilo tradicional focado em técnicas analíticas de resolução de EDs com uma abordagem mais estrutural do conteúdo; (ii) o estilo avançado que considera as EDs como um instrumento para abordar modelos matemáticos e resolver problemas, abordando simultaneamente representações gráficas, numéricas e simbólicas e (iii) o estilo transitório, no qual o professor entra em conflito entre o “que faz” e o “que se poderia fazer”. Essa classificação também é apropriada para o nosso meio e não somente no que tange ao conteúdo de EDs, mas na matemática e outras disciplinas em geral. Segundo os autores, muitos são os motivos que levam o professor a atuar de uma determinada maneira e não de outra, como sua formação profissional, sua concepção de ensino, seu interesse e dedicação, entre tantos outros. Os autores verificaram ainda que a metodologia que predomina no contexto de ensino das EDs é a aula tradicional, que potencializa o enfoque algébrico sobre o gráfico e o numérico, com ênfase em métodos analíticos de resolução e na resolução de problemas-padrão e, o que parece mais lamentável, nenhum dos professores entrevistados na pesquisa sentiu necessidade de utilizar outro tipo de metodologia de ensino.

Vários estudos já foram realizados com o objetivo de melhorar o processo ensino-aprendizagem de EDs. Destacamos o trabalho de Habre (2000) que abordou o campo de direções como um meio para resolver Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) de primeira ordem. Em estudo posterior, esse autor investigou também a aceitação dos estudantes em resolver EDs geometricamente (HABRE, 2003). De forma similar Rasmussen (2001) realizou uma investigação sobre as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em abordar equilibradamente, métodos analíticos, gráficos e numéricos para a análise de EDs. Ainda sobre o mesmo tema, podemos citar os trabalhos de: Stephan e Rasmussen (2002) focado na abordagem de funções-solução; Almeida e Borssoi (2004) que desenvolveram uma proposta para o estudo de EDOs fundamentada nos pressupostos teóricos da modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática e da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Em relação às dificuldades dos estudantes na interpretação dos termos de EDOs de primeira ordem num contexto de modelagem e também na compreensão das unidades dos termos de EDOs

por parte de estudantes de engenharia, podemos citar, respectivamente, os trabalhos de Rowland e Jovanoski (2004) e Rowland (2006).

Comparando o contexto de ensino das EDs hoje em dia com o que se tinha na metade do século passado, percebemos que os tipos de alunos são outros, as necessidades e exigências do mercado de trabalho não são as mesmas, assim como as ferramentas disponíveis, mas a maioria das aulas continuam, em essência, sendo ministradas da mesma forma. Os currículos precisam ser repensados e os avanços tecnológicos considerados. Em função dessa problemática, elaboramos uma proposta de ensino focada na solução de situações-problema, envolvendo EDOs, com o auxílio de recursos computacionais. Essa proposta foi elaborada de modo que pudessemos investigar a aprendizagem do conteúdo por parte dos alunos e também a relação entre contextualização das EDOs e seus reflexos na motivação para aprender.

Na elaboração do material instrucional levou-se em conta os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Ausubel (2003) caracteriza a aprendizagem significativa por uma interação, não arbitrária e não literal, entre as novas informações ou conceitos objetos de atenção no processo de ensino e aprendizagem, e a estrutura conceitual (conceitos e relações) existente na mente do indivíduo. Havendo essa interação, a nova informação adquire significado para o aprendiz na medida em que se ancora em conceitos ou proposições relevantes, pré-existentes em sua estrutura cognitiva, definidos *subsunçores*. Ausubel (2003) propõe duas condições básicas que devem ser satisfeitas para que ocorra a aprendizagem significativa: a primeira é que o aluno deve manifestar uma predisposição positiva para aprender significativamente, isto é, uma disposição para relacionar, não arbitrária, mas substantivamente, o material novo com sua estrutura cognitiva; e a segunda é que o material a ser aprendido deve ser potencialmente significativo para aquele aluno em particular, relacionável à sua estrutura cognitiva.

Vários pontos considerados essenciais por Ausubel nos motivaram a elaborar uma proposta de ensino para trabalhar o conteúdo das EDs procurando facilitar aos alunos a aprendizagem significativa. Ausubel (2003)

destaca a importância de o aluno manifestar predisposição para aprender. Procuramos, então, abordar o conteúdo contextualizado com a realidade do aluno e com os seus interesses como futuro profissional da área de engenharia procurando motivá-lo. Elaboramos materiais de ensino seguindo uma forma hierárquica e sequencial, onde primeiramente apresentamos as ideias mais gerais e inclusivas do conteúdo abordado para depois, progressivamente, diferenciá-lo em termos de detalhes e especificidades, e procuramos fazer a reconciliação integrativa sistematicamente. Incentivamos o uso de recursos computacionais para auxiliar o aluno no processo de assimilação do conteúdo, buscando facilitar a compreensão, e uma melhor visualização e análise dos resultados.

A metodologia empregada na prática pedagógica teve como suporte a Teoria Sócio-interacionista de Vygotsky (2000; 2003) especialmente no que diz respeito à interação professor-aluno-material didático no ambiente com recursos computacionais. Esta teoria tem como base o desenvolvimento cognitivo do indivíduo como resultado de um processo sócio-histórico-cultural. Em relação à aprendizagem, Vygotsky (2000) destaca dois fatores como sendo primordiais. O primeiro é a aquisição de conhecimentos pela interação social, que é o veículo fundamental para a transmissão dinâmica do conhecimento construído social, histórica e culturalmente. O segundo é a possibilidade de organização de situações de ensino que atuem na zona de desenvolvimento proximal do aluno, ou seja, apresentem um nível de dificuldade tal que o aluno não seja capaz de resolver sozinho o problema, mas seja capaz de resolvê-lo com o auxílio de um companheiro mais capaz.

Baseado nas ideias de Vygotsky (2000), destacando o papel fundamental da interação social no processo ensino-aprendizagem, optamos por oportunizar aos alunos situações em que possam interagir socialmente com a professora e os colegas, de modo a auxiliá-los no desenvolvimento de suas habilidades cognitivas para que possam aprender o que objetivamos ensinar. Buscamos usar os recursos computacionais como instrumentos mediadores para atuar na zona de desenvolvimento proximal do aluno, potencializando a construção do seu conhecimento. Também incentivamos o uso de recursos computacionais como uma ferramenta auxiliar do aluno para

externalizar suas ideias e também atuar sobre elas.

Na abordagem do conteúdo de EDOs, nos concentramos nos seguintes pontos: a) representar matematicamente, por meio de EDOs, situações-problemas; b) favorecer o domínio de técnicas de soluções analíticas de EDOs, sabendo classificá-las segundo critérios de ordem e linearidade; e c) obter informações sobre o comportamento das soluções de EDOs sem resolvê-las analiticamente, por meio da análise semiquantitativa de variáveis e parâmetros. Nesse último ponto, foi explorado o impacto da alteração de valores de variáveis e parâmetros em representações gráficas das soluções das EDOs trabalhadas.

Na seção seguinte apresentamos o contexto da investigação, o delineamento metodológico, com uma breve descrição dos objetivos, dos participantes de cada estudo e a abordagem didática utilizada, bem como as ferramentas computacionais. Na sequência, descrevemos os instrumentos de coleta de dados utilizados, a discussão dos resultados e por último, algumas considerações finais.

## **Metodologia**

### *Contexto da investigação*

A pesquisa foi desenvolvida com alunos dos cursos de Química Industrial e Engenharias do Centro Universitário UNIVATES. A Univates é uma instituição comunitária, localizada em Lajeado-RS, que possui em torno da 11.000 alunos distribuídos em cursos técnicos, graduação e pós-graduação. A maioria dos alunos é proveniente de escolas públicas e para pagar os estudos, trabalha no turno oposto ao que estuda.

Na Univates, a disciplina de Cálculo III é obrigatória nos cursos de Química Industrial e Engenharias. Os cursos de Engenharias, na sua maioria, são diurnos e o de Química Industrial é noturno. A disciplina possui 4 horas-aula semanais, com 16 semanas semestrais, sendo 12 destas dedicadas ao ensino de EDs. Nessa disciplina é abordado, entre outros, o conteúdo de EDOs, trabalhado de forma tradicional, ou seja, são ensinados os métodos analíticos de resolução dos diferentes tipos de EDs, seguidos de exercícios e

problemas de aplicação extraídos de livros de texto. Eventualmente é usado algum recurso computacional, mas basicamente para conferir respostas. O conteúdo de EDs foi inserido nos cursos da Univates por ser considerado uma ferramenta necessária para modelar e explicar o comportamento de dispositivos, equipamentos e/ou sistemas, e por ser indispensável para poder projetar, analisar e resolver muitos dos problemas práticos da área das Engenharias. De acordo com os coordenadores dos cursos envolvidos, no estudo das EDs, o enfoque deve estar na resolução de problemas, buscando interpretar o significado dos coeficientes envolvidos nas equações.

### *Delineamento metodológico*

Optamos por fazer um estudo de metodologia qualitativa, pois estávamos interessados em uma análise mais detalhada da situação investigada. A prática pedagógica foi desenvolvida em contexto de sala de aula e estivemos em contato direto com o ambiente e os sujeitos da pesquisa.

Para o desenvolvimento do trabalho, realizamos três práticas pedagógicas (Estudos 1, 2 e 3) conforme segue descrição resumida no Quadro 1. Abordamos EDOs de primeira ordem e alguns casos de segunda ordem.

Conforme podemos observar no Quadro 1 a distribuição das horas-aula foi modificada do Estudo 1 ao Estudo 3. Para o desenvolvimento da prática pedagógica nos Estudos 2 e 3, realizamos melhoramentos nos guias entregue aos alunos, nos instrumentos de coleta de dados, na metodologia das aulas de acordo com os resultados e sugestões anteriormente coletados. No presente artigo nos concentramos no Estudo 3. Resultados anteriores podem ser vistos em Dullius, Veit e Araujo (2007), Dullius, Veit e Araujo (2008) e Dullius, Veit e Araujo (2009).

As atividades propostas foram apresentadas aos alunos em forma de guias impressos, a serem trabalhados em dupla, com ou sem o uso de recursos computacionais. Para a coleta de dados, foram registradas observações em todas as aulas, realizadas entrevistas, aplicado um questionário e um teste (inicial e final) de conhecimentos a todos os alunos e analisados os guias de atividades. Desses registros tentamos inferir regularidades, buscar indicadores, construir interpretações, compreensões contextualizadas.

	<i>Nº Participantes por turno</i>	<i>Instrumentos para coleta de dados</i>	<i>Nº horas-aula para atividades realizadas pelos alunos</i>
<b>Estudo 1</b> 1º semestre 2006	27 manhã 32 noite	- Questionário - Entrevista semiestruturada - Guias de atividades - Caderno de campo	8 Planilha 12 Powersim 12 Papel/lápis
<b>Estudo 2</b> 1º semestre 2007	31 manhã	- Questionário - Entrevista semiestruturada - Guias de atividades - Caderno de campo	8 Planilha 20 Powersim 16 Papel/lápis
<b>Estudo 3</b> 1º semestre 2008	60 noite	- Teste inicial e final de Conhecimentos	8 Subsunçores/reconciliação 16 Powersim 24 Papel/lápis

**Quadro1:** Descrição resumida dos três estudos desenvolvidos com alunos dos cursos de Engenharias e Química Industrial.

### *Abordagem didática*

Em nossa proposta consideramos as EDs como um instrumento para explorar modelos e resolver problemas e procuramos abordar, equilibrada e simultaneamente, representações gráficas, numéricas e simbólicas das equações e respectivas soluções. Buscamos uma abordagem mais qualitativa das EDs, trabalhando o conteúdo com maior ênfase na contextualização através de situações-problema passíveis de serem representadas por meio de EDs. No delineamento das atividades, procuramos explorar também questões conceituais, de modo a auxiliá-los a dar significado às EDOs e às suas soluções. Nosso intuito foi estimular os estudantes a mudarem o foco da simples manipulação analítica das equações, para a compreensão de seu caráter representativo. Inicialmente exploramos a interpretação das EDOs e o comportamento das soluções, contando com a ajuda de recursos computacionais para facilitar e agilizar o processo e somente depois abordamos as técnicas de solução analítica.

Vejamos o cronograma da aulas do Estudo 3, as atividades desenvolvidas e os respectivos objetivos apresentados no Quadro 2. As atividades dos guias sempre envolviam situações-problemas e no Quadro 2 sintetizamos os temas abordados.

Após a abordagem qualitativa da ED, passávamos à resolução analítica, e explorávamos diversos problemas que podem ser tratados com a ED em estudo. Por exemplo, discutíamos diversas situações em que a taxa de variação da quantidade em função do tempo é proporcional à quantidade existente num determinado instante de tempo  $t$ , como situações



de decaimento radioativo, absorção de medicamentos, juros compostos e reações químicas.

Os guias de atividades dos alunos estão disponíveis na rede<sup>5</sup> e os objetivos que nortearam a elaboração das suas atividades são os que constam no Quadro 3 apresentado na seção “Instrumentos de Pesquisa”. Neste quadro os objetivos 3 e 4 estão diretamente relacionados com o conteúdo de EDs e os objetivos 1 e 2 estão relacionados aos subsunçores importantes para os alunos compreenderem o conteúdo de EDs.

<i>Aula</i>	<i>Atividades</i>	<i>Objetivos</i>
1	Apresentação geral da disciplina e teste inicial sobre conceitos básicos de derivadas e integrais assim como noções intuitivas de Eds	- proporcionar uma visão geral do conteúdo de EDs - avaliar se os alunos possuem os subsunçores necessários para a disciplina e suas noções intuitivas em relação ao conteúdo de EDs
2	Guia 1 (laboratório de informática) - simulação de uma situação que envolve o nível de água num tanque	- familiarizar os alunos com o <i>software</i> Powersim - abordar o comportamento da solução de uma situação-problema na forma gráfica
3	Guia 2 (laboratório de informática) - abordagem do decaimento radioativo, do crescimento populacional e da absorção de medicamentos	- abordar a definição, solução e notação de EDs - investigar o comportamento da solução e da taxa de variação de situações-problema de acordo com as condições fornecidas, inclusive na forma gráfica - explorar a associação da descrição de uma situação-problema com a EDs na forma analítica
4	Aula para explorar uma técnica analítica	- explorar a técnica analítica de separação de variáveis para resolver Eds
5	Guia 3 - abordagem do crescimento de bactérias, da Lei do resfriamento de Newton, de mistura de soluções e de reações químicas	- resolver analiticamente Eds - investigar o comportamento da solução e da taxa de variação de situações-problema - explorar a associação da descrição de situações-problema com a correspondente ED e sua solução na forma analítica - explorar a análise dimensional de EDs
6	Guia 4 (laboratório de informática) - abordagem de queda de corpos e circuitos elétricos	- investigar o comportamento da solução de EDs e a respectiva taxa de variação - explorar a análise dimensional de EDs - explorar a resolução analítica de EDs pela técnica das variáveis separáveis
7	Aula para explorar a técnica analítica das lineares de 1ª ordem	- explorar a técnica analítica para resolver EDs lineares de 1ª ordem
8	Guia 5 - abordagem de juros, de velocidade de corpos e crescimento exponencial	- resolver analiticamente Eds - investigar o comportamento da solução e da taxa de variação de situações-problema - explorar a associação da descrição de uma situação com a ED e sua solução analítica.
9	Guia 6 (laboratório de informática) - abordagem do movimento de objetos na vertical sujeitos à atração gravitacional	- representar matematicamente uma situação-problema com uma ED de 2ª ordem - analisar o comportamento de soluções e taxas de variação, inclusive na forma gráfica
10	Aula para explorar a técnica analítica das EDs lineares de 2ª ordem homogêneas	- explorar a técnica analítica para resolver EDs lineares homogêneas de 2ª ordem com coeficientes constantes
11	Aula para explorar a técnica analítica de solução das EDs lineares de 2ª ordem não homogêneas	- explorar a técnica analítica para resolver EDs lineares não homogêneas de 2ª ordem com coeficientes constantes
12	Teste final	- avaliar a aprendizagem dos alunos

**Quadro 2:** Cronograma das aulas do Estudo 3 e os respectivos objetivos de ensino.

<sup>5</sup> <http://www.univates.br/ppgece/materiais.php>

As aulas geralmente eram iniciadas com uma explanação de nossa parte sobre as atividades a serem desenvolvidas, com o objetivo de apresentar uma motivação para o tema, introduzir o assunto a ser trabalhado e para dar uma visão panorâmica do recurso computacional que seria utilizado. Em seguida, em pequenos grupos, os alunos trabalhavam em situações-problema apresentadas em guias impressos com várias questões intermediárias, cuja resposta dependia da exploração de um modelo computacional entregue ao aluno ou da criação de um modelo pelo grupo. Iniciava-se por atividades exploratórias que, além de auxiliarem a solução da situação-problema, também tinham por finalidade a familiarização do aluno com o *software*. Ao final da aula, os alunos entregavam por escrito um guia impresso com as respostas do grupo, para que as corrigíssemos e iniciássemos a aula seguinte com uma discussão com o grande grupo, ocasião em que eram retomadas as questões-chave e feita uma pequena reconciliação integrativa. De imediato, fazíamos uma introdução sobre o novo tema a ser trabalhado e os alunos passavam a trabalhar em pequenos grupos e o ciclo se repetia.

Dentro desta proposta, procuramos atuar como facilitadora da aprendizagem, buscando engajar os alunos com seu próprio aprendizado e potencializar sua interação com a turma, deles entre si e também com o material didático. Com esse intuito, torna-se fundamental que o aluno possa explorar problemas de seu interesse, e não puramente abstratos e descontextualizados com seu futuro ramo de atuação.

Dentre as ferramentas computacionais disponíveis para a simulação de situações-problema no Estudo 3, alvo do presente artigo, optamos pelo *software* Powersim; e como nenhum aluno tinha conhecimento prévio sobre esse *software*, inicialmente fizemos uma explanação sobre seu funcionamento básico e sobre a função dos principais ícones que seriam utilizados na construção dos modelos e das simulações. Posteriormente acompanhávamos os alunos e os questionávamos quando algo não parecia bem, fazendo-os refletir sobre os resultados que estavam obtendo e estimulando-os a melhorar o modelo construído ou realizar simulações para explorá-lo.

O Powersim é um *software* que permite modelar um sistema através da elaboração de diagramas de fluxo utilizando dois tipos fundamentais

de variáveis: os níveis e as taxas, representados pela metáfora de tanques e torneiras. O tanque (estoque ou nível) representa uma quantidade que é acumulada e a torneira (taxa) conectada a um tanque representa a variação da quantidade no tanque. Optamos pelo uso do *software* Powersim exatamente pelo fato de trabalhar com ícones para modelar uma situação-problema. Além disso, seu uso facilita o entendimento das relações entre variáveis das EDs e o seu comportamento sem a necessidade de se conhecer sua solução analítica. Em nossa proposta, apresentamos situações-problema contextualizadas às quais os alunos conseguem atribuir significados, por exemplo, o nível de água em um tanque que é abastecido por uma torneira e tem um ralo por onde pode escoar a água. Os alunos são questionados sobre as variáveis e parâmetros que podem afetar este nível. Eles podiam interagir com seu modelo, fazer simulações, variar parâmetros e reconstruí-lo tantas vezes quanto fosse necessário para a produção de resultados que fossem satisfatórios.

Na sequência apresentamos um exemplo de atividade explorada com o *software* Powersim. Por meio do estudo de uma situação-problema que envolve o decaimento radioativo propúnhamos investigar o comportamento da solução e da taxa de variação das grandezas relevantes nesta situação de acordo com as condições fornecidas, inclusive na forma gráfica.

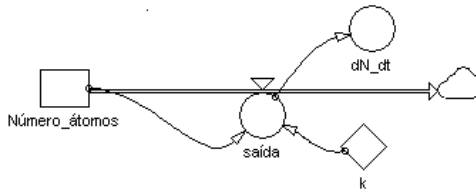
#### *Exemplo: Decaimento radioativo*

Materiais radioativos – e especialmente seu lixo – é um tema que preocupa a sociedade contemporânea, tendo em vista suas possíveis consequências danosas à vida (humana, vegetal e animal). Materiais radioativos apresentam em sua composição elementos químicos que não são estáveis, porque seus núcleos emitem partículas ou energia eletromagnética.

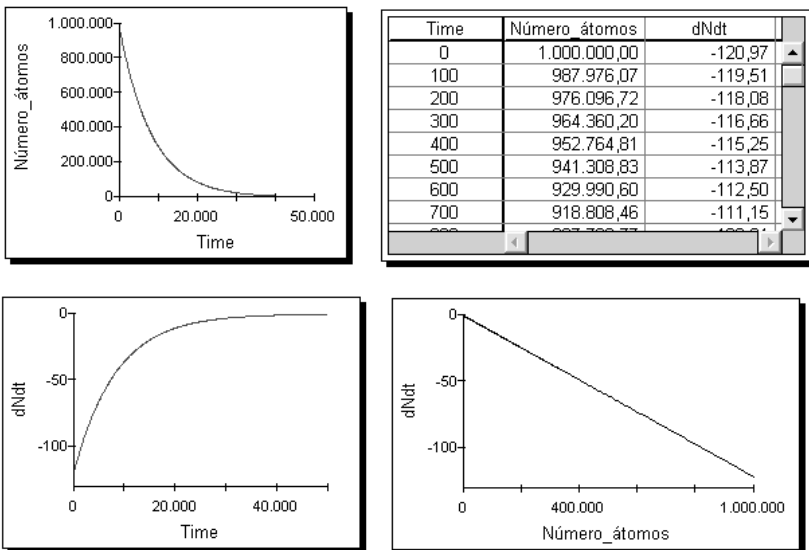
Consideremos o caso do iodo-131, utilizado nos exames de tireóide, cuja meia-vida é de oito dias. Isto significa que o número de núcleos instáveis, capazes de emitir partículas ou radiação, cairá à metade em 8 dias, e novamente à metade após mais 8 dias e assim por diante. Considerando

que no instante inicial existam 1.000.000 átomos radioativos em certa amostra, pode-se simular esta situação no Powersim, conforme as Figuras 1 e 2, e explorar questões como:

1. O número de átomos radioativos da amostra que decaem por dia é constante?
2. O gráfico do número de átomos contra o tempo, medido em anos.
3. O gráfico da taxa de variação do número de átomos em relação ao número de átomos.
4. O gráfico da taxa de variação do número de átomos em relação ao tempo.
5. Quantas horas são necessárias para que o número de átomos seja reduzido a 25% da quantidade inicial?



**Figura 1:** Diagrama que representa uma situação de decaimento radioativo.



**Figura 2:** Dados sobre o decaimento radioativo.

Após abordar as questões mencionadas para contextualizar o

conteúdo, explorava-se a equação que o Powersim gerou,  $\text{taxa} = k \cdot \text{Número\_átomos}$ . Nesse momento destacávamos para os alunos que todas as situações em que a taxa de variação de certa quantidade em relação ao tempo é proporcional à quantidade existente no instante  $t$ , pode ser descrita pela equação diferencial

$$\frac{dN}{dt} = kN$$

Somente após essas análises passávamos à resolução analítica da EDO pelo método da separação de variáveis para comparar resultados e procedimentos.

### **Instrumentos de pesquisa<sup>6</sup> e coleta de dados**

A coleta de dados para análise foi feita por meio i) dos guias entregues pelos alunos ao final de cada aula, com as respostas concensuadas pelo grupo; ii) das observações realizadas pela professora durante as aulas e anotadas no seu diário de classe; iii) de um questionário aplicado ao final do semestre aos alunos; iv) das entrevistas semiestruturadas realizadas ao final do semestre com os alunos e gravadas em áudio e v) de um teste inicial e teste final de conhecimentos.

Procuramos, no decorrer das aulas, fazer observações cuidadosas do processo ensino-aprendizagem, com o propósito de recolher informações que pudessem contribuir para as análises de nossa investigação. Essas observações foram anotadas, formando um diário de acompanhamento das aulas e as informações relevantes contidas neste documento são analisadas conjuntamente com os dados coletados com os outros instrumentos de medida.

#### *Questionário*

Um questionário do tipo Likert, com 21 itens, foi elaborado para avaliar os alunos quanto ao seu envolvimento nas atividades (motivação para

---

<sup>6</sup> Os testes de conhecimento, o questionário e a perguntas da entrevista semi-estruturada estão disponíveis em <http://www.univates.br/ppgece/materiais.php>

aprender), compreensão conceitual do conteúdo, participação nos trabalhos de grupo, dificuldades enfrentadas e sugestões para melhorar o material e estratégias de aplicação em uma nova prática. O questionário foi respondido por um total de 54 alunos, no último dia de aula do semestre.

### *Teste inicial e final de conhecimentos*

A fim de avaliar a aprendizagem do conteúdo por parte dos alunos elaboramos testes de conhecimento (inicial e final). Os objetivos que nortearam a construção desses testes encontram-se no Quadro 3. O teste inicial de conhecimentos, constituído de 16 questões de múltipla escolha, foi aplicado antes da intervenção pedagógica, e o teste final, com 22 questões (duas questões abertas e 20 questões de escolha múltipla), foi aplicado ao final do desenvolvimento da intervenção pedagógica. Ambos os testes foram validados quanto ao conteúdo por cinco professores experientes e depois de aplicado aos alunos da disciplina de Cálculo III foi obtido o coeficiente de fidedignidade.

Como pode ser observado no Quadro 3, o teste inicial contém questões que se referem aos subsunçores necessários para a compreensão do conteúdo de EDs e outras que avaliam noções intuitivas dos alunos em relação ao conteúdo de EDs. Os itens de múltipla escolha dos testes foram concebidos para serem resolvidos conceitualmente e não através de resolução analítica.

### *Entrevista semiestruturada*

As entrevistas partiram de sete questões básicas com o intuito de coletar dados para avaliar os alunos em relação aos aspectos motivacionais, ao envolvimento nas atividades, à aceitação da estratégia de ensino-aprendizagem proposta, à interação com os colegas, às dificuldades encontradas, à importância atribuída aos recursos computacionais e sugestões de melhoramento. Ocasionalmente, outras perguntas foram acrescentadas para maiores esclarecimentos ou aprofundamento das opiniões dos alunos. Além disso, foram selecionadas questões do teste de conhecimentos (1, 10, 18 e 19) e solicitado aos alunos que explicassem como procederam para escolher a alternativa que consideravam correta para algumas ou todas essas questões.

Ao solicitar que explicassem como responderam determinadas questões pretendíamos coletar informações mais detalhadas sobre algum aspecto específico, que explicitamos:

- Questão 1: verificar se os que erraram a questão tinham interpretado o gráfico dado como da taxa de variação versus o tempo ou se o confundiram com o da função versus o tempo.

- Questão 10: acompanhar o raciocínio dos alunos para escolher a equação diferencial que melhor descreve uma situação-problema dada.

- Questão 18: avaliar se os alunos conseguiam esboçar gráficos de função e taxa de variação versus o tempo, em situações crescentes e decrescentes.

- Questão 19: verificar as estratégias utilizadas pelos alunos para escolher a alternativa que representa a solução analítica de uma equação diferencial e uma condição inicial dada.

<i>Dado(a):</i>		<i>O estudante deverá ser capaz de:</i>	<i>Teste</i>
1. Gráfico de funções	1.a	Interpretar o comportamento de taxas de variação.	Inicial
	1.b	Interpretar graficamente as derivadas de primeira ordem.	Inicial
	1.c	Fazer inferências adequadas sobre o comportamento da solução do problema.	Inicial
2. Gráfico de derivada de funções	2.a	Descrever o comportamento das soluções.	Inicial e final
3. Descrição de uma situação-problema	3.a	Fazer inferências sobre o comportamento da solução do problema.	Inicial e final
	3.b	Fazer inferências sobre o comportamento das taxas de variação.	Inicial e final
	3.c	Interpretar o comportamento da solução da equação correspondente na forma gráfica.	Inicial e final
	3.d	Interpretar o comportamento de taxas de variação na forma gráfica.	Inicial e final
	3.e	Associar a correspondente EDED na forma analítica.	Final
4. Expressão analítica envolvendo EDs	4.a	Interpretar o comportamento das soluções na forma gráfica.	Final
	4.b	Fazer inferências sobre o comportamento das soluções.	Final
	4.c	Identificar a solução da ED na forma analítica.	Final
	4.d	Fazer análise dimensional dos termos da ED associada a situação-problema.	Final
	4.e	Resolver analiticamente (questão aberta).	Final

**Quadro 3:** Objetivos específicos do teste inicial e final de conhecimentos.

A entrevista foi realizada com sete alunos, durante um período de aproximadamente 20 minutos por aluno, no final do semestre. Para a escolha dos alunos a serem entrevistados usamos o critério de rendimento no teste inicial e final de conhecimentos. Dois dos alunos selecionados aumentaram consideravelmente o número de acertos do teste inicial para o final (A8 e A32)<sup>7</sup>, três não obtiveram avanços consideráveis (A10, A16 e A51) e dois com baixo índice de acertos (A49 e A59). Foram feitas gravações em áudio das entrevistas, posteriormente transcritas para facilitar sua análise. Resultados são apresentados e discutidos na próxima seção.

## **Discussão dos Resultados**

A fim de avaliar em que medida os objetivos desse estudo foram atingidos, organizamos os dados coletados com os diversos instrumentos de medida de acordo com as seguintes categorias de análise: aprendizagem do conteúdo, contextualização do conteúdo e motivação dos alunos, e metodologia das aulas, incluindo o uso de recursos computacionais. De forma complementar, outros dados oriundos de nossa observação participante e dos guias das atividades permeiam a discussão.

### *Aprendizagem do conteúdo*

O teste inicial de conhecimentos, respondido por 54 alunos no primeiro dia de aula, permitiu avaliar os conhecimentos iniciais dos alunos. O coeficiente alfa de Cronbach, calculado com esses dados, resultou igual a 0,53. A média de acertos por aluno foi de 5,61, com um desvio padrão de 2,45, em um total de 16 questões. Os alunos apresentaram muitas deficiências em relação a subsunçores necessários para a compreensão de EDs, principalmente interpretação de taxas de variação. No que se refere à interpretação gráfica, fizeram muita confusão entre o gráfico da função e o gráfico da taxa de variação da função; especificamente, confundiram os intervalos em que a função é positiva e onde a derivada da função é positiva, e também o ponto onde a

---

<sup>7</sup> Codificação usada para identificar os alunos. Aluno 1 (A1), Aluno 2 (A2),... Aluno 60 (A60).



função é zero e o ponto onde a taxa de variação da função é zero. Esse resultado nos levou a retomar esses tópicos antes de abordar as EDs, considerando que são subsunçores importantes para a compreensão desse conteúdo. Analisando as questões do teste que se referem às noções intuitivas dos alunos em relação a situações-problema que envolvem EDs, os alunos obtiveram um maior percentual de acertos na maior parte das questões, mas novamente apresentaram sérios problemas nas questões que envolvem gráficos de taxas de variação. Em depoimentos informais, manifestaram que consideram as alternativas das questões do teste muito semelhantes, o que pode mostrar a falta de clareza dos alunos em relação aos conceitos abordados e a dificuldade em diferenciá-los.

O teste final de conhecimentos foi aplicado aos alunos no último dia de aula, sendo respondido por um total de 59 alunos. O coeficiente alfa de Cronbach, calculado a partir desses resultados, foi de 0,65. A média de acertos foi de 8,34 questões em 20, com um desvio padrão de 3,16. Embora em muitas questões do teste final o percentual de acertos ainda seja baixo, e por isso a média geral é baixa, foi possível perceber que em todas as questões o percentual de acertos no teste final é maior do que no inicial. Para avaliar se as diferenças entre a média dos acertos por aluno no teste inicial e final são significativas utilizamos o teste t pareado para compará-las. Inicialmente calculamos as médias de acertos de cada aluno nas dez questões comuns nos dois testes e depois, usando essas médias, calculamos o valor de t, para uma distribuição unicaudal pareada, obtendo 5,91. Este resultado tem nível de significância estatística inferior a 1%, mostrando que a chance de ter ocorrido ao acaso é muito pequena, o que permite afirmar que as diferenças ocorreram devido à nossa abordagem didática.

Nas questões de múltipla escolha que envolvem a expressão analítica de EDs, os alunos obtiveram um percentual de acertos menor que 50%. Tão baixo desempenho pode estar associado, em grande parte, ao fato das questões terem sido elaboradas para serem respondidas sem se fazer uso de métodos de resolução analítica. Porém, mesmo após trabalhar o conteúdo de EDs de forma mais qualitativa, a maioria dos alunos ainda prefere resolver analiticamente qualquer situação em que aparece uma equação e foi isso que tentaram fazer,

dificultando a realização do teste que, desse modo, se tornou cansativo.

Os alunos até consideraram interessante trabalhar com a abordagem gráfica e numérica, mas a maior preocupação deles é com a solução analítica. Consideraram que em nossa abordagem pouco tempo foi dedicado a ela. Esses resultados estão em consonância com aqueles obtidos por Habre (2000), que, após trabalhar o conteúdo de EDOs com enfoque qualitativo, observou que seus alunos, ao final do estudo, procuravam resolver as situações propostas de forma analítica. Habre (2000) também mostra que os alunos encontram dificuldades para pensar simultaneamente de modos diferentes (algébrico e gráfico), o que pode também ajudar a explicar porque normalmente não usam vários modos para atacar problemas. Stephan e Rasmussen (2002) destacam a importância de utilizar, equilibrada e simultaneamente, métodos analíticos, gráficos e numéricos para análise de EDs, em vez de tratar cada um dos métodos como técnicas separadas a serem aprendidas em alguma sequência linear.

Vejam alguns depoimentos:

*“Eu prefiro, eu não sei, pra mim entender, claro eu entendo aquilo no computador tudo assim, mas eu gosto de calcular a mão, eu gosto de calcular, ... eu não gosto muito de me basear no computador...” (A32)*

*“Quando a gente estava no computador, a gente estava fazendo a parte aplicada, mas da minha parte não estava sabendo muito bem o que estava fazendo. Não tinha uma fórmula, não tinha uma coisa assim pra tu te basear, tu fazia usando o Powersim, e depois na sala, na verdade, tu acabava vendo a fórmula daquilo que tinha feito.” (A59)*

Em termos de aprendizagem significativa, podemos dizer que os resultados do teste final de conhecimentos aplicado no Estudo 3 não foram tão satisfatórios quanto esperávamos, e um dos motivos, destacado pelo próprios alunos, foi a quantidade de questões no teste o que tornava a sua resolução cansativa. Esse fato pode ser ilustrado com depoimentos da entrevista; por exemplo, o que segue:

*“Eu acho que metade eu resolvi, e não deu mais tempo. Porque às vezes demora muito na parte da interpretação*

*e então a gente fica ali, compara, compara e daí não consegue mais calcular tudo... mas como a senhora disse, não precisava calcular tudo, era só pra substituir os valores, mas eu não me dei conta e comecei a resolver... Na verdade eu não sei, eu tenho medo, eu acho que está errado..."(A16)*

Apesar dos resultados no teste não terem sido tão satisfatórios, a partir da análise dos guias, acreditamos ter indícios da ocorrência de uma aprendizagem significativa sobre o conteúdo de EDs. Analisando, por exemplo, os materiais do guia de atividades 1 pudemos perceber que a maioria dos alunos conseguiu interpretar a situação-problema envolvendo o conceito de meia-vida, abordando noções intuitivas de EDs e de taxa de variação, e construindo o gráfico correspondente. Já analisando as respostas dos alunos aos questionamentos do guia de atividades 3, observamos que a maior parte deles esboçava gráficos apropriados para a função-solução e para a taxa de variação, além de resolver analiticamente as EDs, apesar de, durante o processo de resolução, alguns apresentarem erros de cálculo. Os alunos foram capazes de diferenciar solução geral de solução particular, mas alguns não escreveram corretamente a solução particular. De posse da solução particular realizaram cálculos envolvendo diferentes valores para  $t$  (tempo). Cabe destacar que estes resultados são muito satisfatórios se compararmos aos obtidos em anos anteriores quando abordávamos este conteúdo com enfoque mais tradicional.

### *Contextualização do conteúdo e motivação dos alunos*

O conteúdo foi abordado de forma contextualizada por meio de situações-problema e os alunos consideraram interessante ver onde as EDs são aplicadas, argumentando que isso auxilia a relacionar a teoria com a prática. Dos 54 alunos que responderam ao questionário, 33 consideraram que conseguem estabelecer relações entre as EDs e outros conteúdos estudados e 35 consideraram este conteúdo relevante para a sua formação.

Consideramos esses números muito satisfatórios, pois esse era um dos fatores complicantes da disciplina de EDs. A maior reclamação dos alunos no histórico desta disciplina é exatamente a questão da não percepção da importância do conteúdo para a sua formação e por isso não gostavam da disciplina e demonstravam muita desmotivação nas aulas.

Entrevistas também comprovam que os alunos perceberam a importância do conteúdo de EDs. Vejamos dois depoimentos:

*“Com certeza é importantíssimo no curso, aquela questão de despoluição, tratamento de efluentes. Porque tu sempre vai ter uma taxa que está entrando, uma taxa de está saindo.” (A10)*

*“Sim, mas claro que serve, isso eu queria ressaltar. Os exemplos práticos que você passou, acho que é a melhor parte que você podia fazer é isso. A taxa de variação. Então nas Equações Diferenciais os exemplos práticos eu acho que é o que tem de melhor que tu pode passar.” (A51)*

### *Metodologia das aulas, incluindo os recursos computacionais*

A metodologia aplicada em sala de aula exigia dos alunos uma participação muito ativa, com questionamentos instigantes que exigiam interpretação e não uma resolução mecânica. Isso não agradou aos alunos. No questionário, 37 dos 54 alunos reconheceram dificuldades para entender e interpretar as atividades solicitadas e consideraram que o conteúdo é apresentado de forma clara quando segue a sequência a que estão acostumados, ou seja, a aula tradicional, onde se apresenta as definições e as técnicas seguidas de exercícios repetitivos. Apenas 22 dos 54 alunos consideraram que a metodologia favoreceu a aprendizagem e 26 alunos consideraram que o conteúdo foi apresentado de forma clara. Alguns consideraram que não conseguem aprender assim, que precisam do professor no quadro explicando e fazendo exemplos “repetitivos” e outros destacaram ser uma forma de trabalho interessante, talvez a ideal, mas a qual não estão acostumados e que exige habilidades nunca exploradas. Vejamos alguns depoimentos:

*“Mas eu acho que o conteúdo tem que ser no quadro mesmo. E bem explicado, fazendo muitos exemplos, quanto mais exemplos melhor pra quando tu quiser estudar, tu tem como voltar o caderno e ter uma solução. [...] E mais exemplos e questões pra fazer. Dá bastante questão com resultado, pra quem quiser mesmo aprender fazer em casa. Tem que ter resultado sempre, ainda mais com essas contas aí.” A(10)*

*“Ah, o pessoal é muito acomodado, querem repetição, e querem que aquilo que eles estudam seja igual na prova. Não com situações que mudam. O pessoal é assim, quando tem um professor que chega, coloca coisas diferentes, e cobra mais dos alunos, eles não gostam. Mas no fundo eles gostam porque aprendem mais.” (A16)*

*“Nossa, meu Deus, mas faz vinte anos que eu sabia de um jeito, agora num semestre, isso foi um choque. Impossível se acostumar com isso. Claro, agora posso ver que interpretando se chega a muita coisa, nem sempre tudo é calculando. Tem muitas outras opções de trabalhar, de estudar Matemática que não é só calculando. É, tudo isso aqui foi um choque pra mim, pelo menos nas primeiras aulas tava apavorada. Eu não sabia como é que eu ia estudar isso aqui.” (A49)*

*“O que aconteceu com os guias? A gente colocou a teoria e a prática juntos, que é o que a gente vai precisar na nossa profissão. Senão ficava muito vago, só tinha teórico, teórico, teórico e não tinha o prático, assim facilitou bastante, [...]. A gente estava acostumado a fazer muito mecânico, calculava, calculava e quando precisa usar não sabe o que usar.” (A16)*

Para a realização das atividades foi proposto que os alunos trabalhassem em duplas para poderem interagir, discutindo ideias e resultados, de modo a favorecer a aprendizagem. Os dados obtidos com os instrumentos utilizados comprovam que esse fator foi considerado positivo pelos alunos. Por exemplo, 44 alunos dos 54 que responderam ao questionário consideraram que as atividades em grupo foram produtivas e 49 alunos se consideraram bastante participativos no grupo de trabalho. Nas entrevistas destacaram que

é importante trabalhar em dupla, pois favorece a discussão e troca de idéias. Vejamos um depoimento:

*“Eu acho interessante porque cada um tem um conhecimento diferente do outro, uma ideia diferente do outro sobre uma questão. Às vezes um cara sabe uma coisinha e o outro sabe outra coisa. Então, tu vais trocando ideias, conhecimentos. Eu acho que no final é bem válido.” (A10)*

Em relação ao uso de recursos computacionais nas aulas, a opinião dos alunos diverge. Vinte e seis alunos destacaram que o *software* favoreceu o aprendizado e na entrevista apontaram como vantagens que: facilita a visualização, permite fazer simulações, possibilita associar teoria com prática e ajuda na interpretação. Mas também é importante salientar que a principal preocupação da maioria dos alunos é com a resolução analítica e como este *software* não ajuda nesta tarefa, seu uso não foi considerado importante. Muitos alunos só consideraram estar estudando EDs quando as resolviam analiticamente. Nas palavras dos próprios alunos:

*“Não sei, o Cálculo III foi um pouquinho diferente, porque a gente nunca trabalhou [anteriormente] com Cálculo no laboratório, [...] eu gostei. Eu entendi, eu entendi na prática[...]. É que eu gosto de trabalhar assim, eu gosto de visualizar para que serve aquilo. Eu entendo melhor associando com a prática.” (A32)*

*“É, a questão no computador até é interessante, mas pra resolver isso aqui pra mim o computador não interferiu em nada [...]. O importante é resolver a mão, o computador envolve mais uma lógica, não tem muito que resolver. É mais interpretação, também é interessante, mas pra mim não ajudou muito na hora de resolver.” (A10)*

Acreditamos que o principal motivo porque os resultados não atenderam a todas nossas expectativas é que muitos alunos não se adaptaram à metodologia. Eles consideraram muito difícil por não estarem acostumados e não saberem trabalhar da maneira proposta. Destacaram que é uma

metodologia interessante, mas que deveria também ser trabalhada nas outras disciplinas de Cálculo para que se adaptem aos poucos. Outros não gostam porque exige uma ação muito ativa do aluno (não pode faltar aulas, não pode sair mais cedo, precisa trabalhar durante toda aula). Outro ponto bastante destacado pelos alunos é que para a realização das atividades não tinha modelo a seguir, todos exercícios exigiam interpretação e sentiam falta de respostas prontas. Vejamos alguns depoimentos.

*“Bom, os outros Cálculos deixaram um pouco solto demais, não exigiram muito, daí eu acho que muita gente ficou desesperada no Cálculo III, porque tinha que trabalhar muito, exigia muito.” (A8)*

*“Isso vem desde Cálculo I. Eu acho que esse método é bem interessante, ele deveria ser aplicado desde do I, o II e o III. Porque eu acho que os alunos sairiam com maior conhecimento.”(A16)*

Ainda cabe destacar que os alunos têm uma necessidade muito grande que alguém diga se a resposta está certa ou errada, eles não confiam no que fazem, são muito dependentes. Em função disso estão sempre perguntando *“professora vem ver se é assim”* ou ficam o tempo todo comparando com os colegas. Além disso não possuem estratégias próprias e/ou percebem que uma situação pode ser abordada de diferentes maneiras, não buscam caminhos alternativos para resolver uma questão, conforme apontado na literatura e discutido no item aprendizagem do conteúdo.

Também foi possível sentir que muitos alunos não entendem o que fazem, vão resolvendo os exercícios mecanicamente, sem tentar construir uma sequência das ideias envolvidas nas atividades, não se empenham em compreender o que estão fazendo. Um exemplo disso é o fato de que na explicação inicial, os alunos compreenderam bem o funcionamento do Powersim e o usaram sem dificuldades durante a aula, mas após duas semanas sem o uso, muitos já não sabiam mais nem usar qualquer ícone básico. Os alunos apresentam muitas dificuldades até para interpretar a ordem dos exercícios.

Em resumo, torna-se complicado trabalhar de forma diferenciada

quando os alunos estão acostumados com a forma tradicional, e com certeza numa primeira disciplina vão apresentar resistência, assim como também aconteceu com os estudos apresentados na revisão de literatura. No estudo que realizaram, Rowland e Jovanoski (2004) deixam como sugestão de melhoramento pedagógico, a inclusão de mais questões conceituais ou qualitativas na abordagem das EDs, pois estas forçarão os alunos a mudar o foco na simples manipulação para o foco na compreensão. Também sugerem muitas discussões em grupo. Na visão de Rasmussen (2001), com a tecnologia disponível atualmente, já não faz mais sentido dar-se tanta atenção às soluções analíticas, considerando que as técnicas para obtê-las são muito limitadas e não servem para a maioria das EDs, enquanto os métodos numéricos, facilmente implementados com auxílio das tecnologias, em muitos casos, fornecem confiáveis soluções aproximadas. Com métodos gráficos podem ser obtidas muitas informações importantes relacionadas à solução das EDs em estudo.

## **Considerações Finais**

Convencionalmente o conteúdo de EDs é introduzido a partir da definição, posteriormente são apresentadas técnicas de resolução analítica e, finalmente, são abordadas algumas aplicações, retiradas de livros de texto. Percebendo as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem deste conteúdo e a desmotivação para estudá-lo, decidimos introduzi-lo a partir de situações-problema relacionadas aos cursos de graduação para os quais a disciplina é oferecida. Partindo de situações-problema contextualizadas, às quais os alunos eram capazes de atribuir algum significado, nos concentrávamos no comportamento das soluções das EDs, exploradas com um recurso computacional, para somente em etapa posterior apresentar as técnicas de obtenção da solução analítica. Buscamos centrar o ensino no aluno e incentivar a interação aluno-professor-material-recursos, minimizando a exposição transmissiva do conhecimento.

Em relação à proposta das atividades, podemos observar que os alunos, de modo geral, mostraram-se satisfeitos com a resolução de situações-problema em sala de aula, pelo fato de poderem ver as aplicações e implicações



dos aspectos teóricos, facilitando o estabelecimento de relações entre o conhecimento novo e os subsunçores adequados, em sua estrutura cognitiva. Porém, sentiram muitas dificuldades para as interpretações que lhes eram requeridas e quatro meses, que é a duração de uma disciplina, é pouco tempo para desenvolverem esta capacidade de tal forma a produzir resultados satisfatórios em termos de aprendizagem significativa do conteúdo.

Em linhas gerais, a abordagem adotada mostrou resultados positivos em relação ao engajamento e interação dos alunos entre si, com a professora, com a matéria de ensino e os recursos computacionais. Pensamos que isto contribuiu para uma melhor compreensão das EDs, conforme apontam os resultados dos materiais produzidos pelos alunos, embora ainda persistam várias das dificuldades relacionadas à aprendizagem deste conteúdo. Também cabe destacar que ao propor uma forma de trabalho diferente da que estão acostumados, é preciso considerar que a adaptação dos alunos a esta metodologia será lenta, sendo um processo contínuo que evolui aos poucos, corroborando resultados de pesquisas comentadas, nos quais os autores verificaram que mesmo após trabalhar por um semestre explorando o enfoque qualitativo das EDs, os alunos ainda escolhiam como primeira opção de resolução o método analítico.

Podemos dizer que a metodologia proposta, implementada e avaliada mostrou-se um meio viável para conduzir os alunos a uma aprendizagem significativa, porém seus resultados seriam mais expressivos se o projeto pedagógico institucional previsse, em várias disciplinas, metodologias que requeirsem maior compromisso do aluno com a sua aprendizagem.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BORSSOI, A.H. Modelagem Matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 6, n. 2, p. 91 – 122, 2004.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Platano, 2003. 226p.

DULLIUS, M.M.; VEIT, E.A.; ARAUJO, I.S. Uso de recursos computacionais para o ensino e a aprendizagem de equações diferenciais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 35., 2007, Curitiba. **Anais ...** Curitiba, PR: ABENGE, 2007. p. 1 – 15 (3B07).

DULLIUS, M. M.; VEIT, E. A.; ARAUJO, I. S. O uso do software Powersim no aprendizado de equações diferenciais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 36., 2008, São Paulo, SP. **Anais ...** São Paulo, SP: EDP, 2008.

DULLIUS, M.M.; VEIT, E.A.; ARAUJO, I.S. **Ensino e aprendizagem de equações diferenciais ordinárias com o software Powersim**. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2009, Goiânia, GO. **Anais ...** Goiânia, GO: Proec, 2009, p. 1-19.

HABRE, S. Exploring students' strategies to solve ordinary differential equations in a reformed setting. **Journal of Mathematical Behavior**, Norwood, N.J, v. 18, n. 4, p. 455 - 472, Jun, 2000.

HABRE, S. Investigating students' approval of a geometrical approach to differential equations and their solutions. **International Journal of Mathematical Educations in Science and Technology**, London, v. 34, n. 5, p. 651 - 662, Sept/Oct, 2003.

MORENO, M. M.; AZCÁRATE, C. G. Concepciones de los Profesores sobre la Enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales a Estudiantes de Química y Biología. Estudio de Casos. **Revista Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 15, n. 1, p. 21 - 34, 1997.

MORENO, M. M.; AZCÁRATE, C. G. Concepciones y Creencias de los Profesores Universitarios de Matemáticas acerca de la Enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales. **Revista Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 21, n. 2, p. 265 - 280, 2003.

RASMUSSEN, C. New directions in differential equations A framework for interpreting students' understandings and difficulties. **Journal of Mathematical Behavior**, Norwood, N.J, v. 20, n. 1, p. 55 - 87, 2001.

ROWLAND, D. R. Student difficulties with units in differential equations in modelling contexts. **International Journal of Mathematical Educations in Science and Technology**, London, v. 37, n. 5, p. 553 - 558, Sept/Oct, 2006.

ROWLAND, D. R.; JOVANOSKI, Z. Student interpretations of the terms in first-order ordinary differential equations in modelling contexts. **International Journal of Mathematical Educations in Science and Technology**, London, v. 35, n. 4, p. 503 - 516, Jul/Ago, 2004.

STEPHAN, M.; RASMUSSEN, C. Classroom mathematical practices in differential equations. **Journal of Mathematical Behavior**, Norwood, N.J, v.21, n. 4, p.459-490, 2002.

VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2000. 77p.

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

**Submetido em Março de 2010.**

**Aprovado em Julho de 2010.**