



O Movimento da Matemática Moderna e Diferentes Propostas Curriculares para o Ensino de Geometria no Brasil e em Portugal

The Modern Mathematics Movement and Distinct Curricular Proposals for Teaching Geometry in Brazil and in Portugal

José Manuel Matos¹

Maria Célia Leme da Silva²

Resumo

O artigo tem o intuito de refletir sobre como as reformulações da matemática escolar durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM) afetam, interferem e modificam as propostas curriculares para o ensino de geometria no Brasil e em Portugal. O currículo de geometria é identificado como um *problema* (DETIENNE, 2000) que atravessa os dois países, fonte privilegiada para estudos comparativos. Analisamos livros didáticos destinados aos primeiros ciclos do ensino secundário e identificamos quatro casos nos dois países. Dois autores que mantêm suas propostas para o ensino da geometria, António Palma Fernandes e Osvaldo Sangiorgi; e os livros de António de Almeida Costa e Alfredo Osório dos Anjos, por um lado, e os do Curso experimental da Bahia, que integram as novas idéias alterando profundamente o currículo geométrico. Em suma, concluímos que a elaboração de currículos apresentados nos livros didáticos não segue de forma linear as recomendações internacionais, mesmo quando elas não são uniformes, como no caso do currículo de geometria durante a Matemática Moderna. As produções deste novo momento curricular hibridizam as influências externas produzindo novas entidades culturais que não são cópias de recomendações curriculares internacionais.

¹.Doutor em Mathematics Education, The University of Geórgia, EUA. FCT/UNL – Universidade Nova de Lisboa, Portugal. Endereço para correspondência: Rua Costa Goodolfim 2 – 1D. Lisboa, Portugal. 1000-104. E-mail: jmm@fct.unl.pt

² Doutora em Educação (Currículo) pela PUC/SP. GHEMAT/UNIFESP – Universidade Federal de São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Arthur Ridell, 275. Diadema – São Paulo, Brasil. CEP: 099720-270. E-mail: celia.leme@unifesp.br

Antes procedem de forma diversificada, com maior ou menor sucesso, adaptando-se às contingências de cada sistema educativo.

Palavras-chave: Movimento da Matemática Moderna. Ensino de geometria. Brasil. Portugal.

Abstract

This article reflects about how changes in school mathematics during the Modern Mathematics Movement influence and modify curricular proposals for teaching geometry in Brazil and Portugal. Geometry curriculum is identified as a problem (DETIENNE, 2000) traversing the two countries, and consequently a privileged source for comparative studies. Four textbooks for the lower levels of secondary school were analysed. Two authors keep their proposals for geometry teaching - António Palma Fernandes and Osvaldo Sangiorgi - and two other textbooks - one from António de Almeida Costa e Alfredo Osório dos Anjos and another produced by a group of teachers in Bahia-integrate the new ideas deeply changing the geometry course. We conclude that curriculum development through textbooks does not linearly follow international recommendations, even when these are not uniform, as is the case of geometry during the Modern Mathematics Movement. Productions of this new curricular moment hybridize external influences producing new cultural entities that are not mere copies of the international curricular suggestions. Instead, they diversify with variable degrees of success, adapting to the contingencies of each educational system.

Keywords: Modern Mathematics Movement. Teaching geometry. Brazil. Portugal.

Considerações iniciais

O presente artigo³ tem o intuito de refletir sobre como as reformulações da matemática escolar durante o Movimento da Matemática Moderna⁴

³ Este texto apresenta resultados obtidos no Projeto “*A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos*” desenvolvido na cooperação CAPES/GRICES nos anos de 2006 a 2009, coordenado do lado brasileiro pelo Dr. Wagner Rodrigues Valente e do lado português pelo Dr. José Manuel Matos.

⁴ Movimento da Matemática Moderna (MMM) é como estamos denominando o movimento internacional de reformulação no ensino da matemática escolar. Desde a década de 1950, matemáticos, pedagogos, professores de matemática, psicólogos, lógicos estão a debater mudanças para o ensino da matemática escolar. Comissões, reuniões de avaliação e discussões de propostas acontecem na Europa, assim como, na América. As mudanças propostas pelo Movimento defendem a unificação dos diferentes campos da matemática, aproximando o ensino realizado na educação básica àquele desenvolvido na Universidade, o que corresponde à linguagem e à estrutura empregada pelos matemáticos da época.

(MMM) afetam, interferem e modificam as propostas curriculares para o ensino de geometria no Brasil e em Portugal. Acreditamos que a discussão conjunta sobre o ensino de geometria nos dois países durante o MMM nos permite compreender melhor, quer as particularidades das concretizações curriculares em cada país, quer o próprio MMM.

Pela segunda vez na história⁵, está em pauta uma proposta de unificação do ensino da matemática em nível mundial. Tal proposta ganha interpretações distintas nos países que participam dessa renovação. Muitas são as revistas e livros que circulam e são traduzidos, divulgando a nova matemática moderna e em cada país o MMM é recebido e incorporado de acordo com sua cultura e suas especificidades (MOON, 1986).

As propostas de modernização do ensino de matemática debatidas nos fóruns internacionais do MMM não apresentam um consenso no diz respeito ao ensino de geometria⁶. Num desses fóruns, o encontro de Royaumont⁷ em 1959, por exemplo, manifestaram-se duas posições distintas. Por um lado, a proposta de Jean Dieudonné, sintetizada no slogan “Abaixo Euclides!”, segue uma visão kleiniana da geometria como o estudo de grupos de transformações ocorrendo em espaços específicos e traduz-se, sobretudo, numa valorização da Álgebra e da Geometria Vetorial suportadas numa linguagem e simbologia precisas, com a correspondente desvalorização da Geometria de Euclides⁸. Por outro, foi expressa uma segunda posição⁹ que, embora mantendo uma abordagem axiomática, procurou alternativas, utilizando novos conjuntos de axiomas¹⁰ (OECE, 1961, p. 48).

⁵ A primeira ocorreu no início do século XX impulsionada por Felix Klein. (SCHUBRING, 2004)

⁶ Uma análise mais aprofundada pode ser lida em “*O ensino de geometria no cenário internacional do Movimento da Matemática Moderna*”, de Leme da Silva, 2009.

⁷ Seminário realizado em 1959, organizado pela Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) e contou com a participação de cerca de 50 delegados de dezoito países. Segundo Guimarães (2007, p. 22) é certamente a realização mais emblemática de todo o movimento reformador de grande influência internacional que recebeu o nome de Matemática Moderna, e, também, uma das mais conhecidas na história da evolução curricular recente do ensino da Matemática.

⁸ A expressão Geometria de Euclides é usada com o significado de Geometria baseada nos axiomas de Euclides, para seguir a distinção que os autores do programa de Dubrovnik fazem entre essa expressão e a expressão Geometria euclidiana que reservam para designar o estudo do espaço euclidiano que não é abandonado no programa, seguindo, no entanto outra abordagem (GUIMARÃES, 2007; OECE, 1961)

⁹ O relatório da reunião refere mesmo uma “viva controvérsia”, “como seria de esperar” (OECE, 1961, p. 47)

¹⁰ Foi essa a opção do projeto SMSG (WOOTON, 1965), por exemplo.

Sabemos, no entanto, que o currículo assume características distintas nas mãos dos diferentes intervenientes no processo educativo: decisores políticos, autores de livros didáticos, professores, avaliadores, alunos, entre outros (GIMENO, 1998). Ou, posto de outro modo, que as idéias pedagógicas que circulam entre culturas distintas tendem a produzir fenômenos de hibridização (VIDAL, 2006). Procuramos assim, neste artigo, conhecer modos como o debate sobre os conteúdos geométricos que percorre os fóruns internacionais se concretizou em livros didáticos dos dois países. Mais precisamente, este artigo procura saber os modos como o *currículo apresentado* aos professores mediado pelos autores de livros didáticos (GIMENO, 1998, pp. 104-5) incorpora as propostas de geometria do movimento.

Como referimos, este trabalho insere-se num projeto mais amplo de estudo comparativo do MMM no Brasil e em Portugal. No âmbito desse projeto, o currículo de geometria na época do Movimento da Matemática Moderna foi identificado como um *problema* (DETIENNE, 2000) que atravessa os dois países, fonte privilegiada para estudos comparativos. Sem querer apontar simplesmente semelhanças e diferenças na trajetória do ensino de geometria nos dois países, a presente análise busca conhecer a diversidade de concretização curricular. Para tal, restringimos a análise a livros didáticos destinados aos primeiros ciclos do ensino secundário (momento onde se poderia iniciar o estudo da geometria das transformações) e identificamos quatro casos nos dois países.

Neste trabalho, a comparação vai transcender as delimitações nacionais. Os quatro casos¹¹ foram selecionados em primeiro lugar pela sua *representatividade* (tratam-se de livros com uma forte divulgação nos dois países) e, em segundo, pela *diversidade* (apresentam modos distintos de concretizar as propostas curriculares). Escolhemos em primeiro lugar dois autores que modificaram os seus livros didáticos de modo a incorporar as novas idéias do MMM mantendo o essencial das suas propostas para o ensino

¹¹ Utilizaremos a designação *livros didáticos* ou *livros de texto*, mas, em rigor, estudaremos casos de livros destinados a um ou vários anos, ou de coleções de livros destinados a anos sucessivos. Com a mesma autoria.

da geometria. Referimo-nos a António Palma Fernandes e a Osvaldo Sangiorgi. Seguidamente analisaremos outros dois casos, os livros de António de Almeida Costa e Alfredo Osório dos Anjos, por um lado, e os do Curso experimental da Bahia, que integram as novas idéias alterando profundamente o currículo geométrico. O estudo deste livros será completado com a análise de outra documentação (artigos, textos legais e outros, etc.) bem como de entrevistas a participantes no movimento.

O sistema escolar e o currículo de geometria prescrito nos dois países

Para melhor compreender os contextos de produção dos livros estudados, abordaremos brevemente a estrutura dos sistemas educativos, bem como a incidência da geometria no *currículo prescrito* (GIMENO, 1998) dos dois países antes do MMM, particularmente na década de 1950. Os sistemas educacionais do Brasil e de Portugal apresentam diferenças em sua organização e em ambos os países há mudanças significativas nessa estrutura no período do MMM.

O contexto educacional também é distinto. O Brasil na década de 1950 e início da de 1960 vive um processo de significativa expansão educacional, em especial, nos cursos primários e ginasiais. No campo político, o ano de 1964 marca o início da ditadura militar. Durante o período estudado, Portugal encontra-se em regime de ditadura e o sistema escolar (sempre centralizado) encontra-se em expansão, quer alargando a escolaridade obrigatória quer aumentando consideravelmente a frequência de outros ciclos de ensino.

Quanto aos livros didáticos, no Brasil expande-se a sua livre comercialização de livros didáticos, que acompanha e ganha força no processo de aumento de matrículas de alunos para a educação básica, enquanto que em Portugal vigora o sistema de livro único.

A geometria presente no ensino secundário brasileiro e português no período que antecede o MMM é basicamente a Geometria de Euclides. No Brasil, ela encontra-se dividida em geometria plana nas 3ª e 4ª séries do ensino

ginasial¹² e em geometria espacial na 1ª série do colegial¹³. As recomendações legais são de um ensino eminentemente prático e intuitivo nos primeiros anos do curso ginasial e que desperte, aos poucos, no aluno, o sentido da necessidade da justificativa, da prova e da demonstração, introduzindo, ainda no curso ginasial, o método dedutivo, com o cuidado que se exige (Portaria nº 1045 de 1951). Como o caráter intuitivo fica dedicado aos primeiros anos do ginásio, nos livros didáticos assim como na prática pedagógica, a geometria nos dois últimos anos do ginásio é dedutiva, com axiomas, teoremas e demonstrações, com pouca ou nenhuma exploração de propriedades.

Em Portugal, o programa segue uma opção semelhante. No 1º ciclo¹⁴ dos liceus e das escolas técnicas a abordagem experimental é destacada nos programas. O ensino da geometria é proposto por intuição sensível baseada na observação e experiência. O currículo do 2º ciclo¹⁵ dos liceus aproxima-se bastante da proposta brasileira, conserva a mesma distribuição por faixa etária, no 3º e 4º anos, estuda-se a geometria plana e no 5º ano, a geometria espacial. É também no 2º ciclo que se desenvolve o trabalho das demonstrações dedutivas em geometria.

As alterações no livro de geometria de Palma Fernandes

Antônio do Nascimento Palma Fernandes (1907-1968), professor de Matemática em vários liceus portugueses, inicia a escrita de manuais no início dos anos 40 do século passado. Muito conhecido como autor de uma bem sucedida coleção de livros de exercícios para os sete anos do ensino liceal, a sua produção escrita engloba igualmente livros de texto, em particular o livro único de geometria para o 2º ciclo liceal *Elementos de Geometria* aprovado desde 1950 até 1970 e que agrega num único volume os conteúdos para os três anos¹⁶.

¹² Alunos de 13 e 14 anos de idade.

¹³ Alunos de 15 anos de idade.

¹⁴ Alunos de 11 e 12 anos de idade.

¹⁵ Alunos de 13 a 15 anos de idade.

¹⁶ A sua primeira edição para este ciclo é de 1950 e a última aparentemente de 1967. Esta tem pelo menos uma re-edição em 1981, mas então o programa tinha sido profundamente alterado. Já não se tratava pois de um livro destinado a uso corrente na aula.

O livro segue de perto as orientações propostas pelo programa do ensino liceal de 1948:

Na organização deste programa teve-se em vista que o papel formativo da geometria supera, e muito, o da álgebra.

O rigor e o sentido lógico das demonstrações de geometria elementar dão aos alunos hábitos de precisão de ideias e de linguagem, permitindo-lhes aplicar com êxito o raciocínio lógico-dedutivo não só a outras ciências como a questões da vida real (Programas das disciplinas do ensino liceal, decreto n° 37:112 de 22 de Outubro de 1948, 1948, p. 280).

Poderemos apreciar o modo como Palma Fernandes concretizava estas idéias pedagógicas, observando, por exemplo, como é abordada a igualdade de triângulos¹⁷ (FERNANDES, 1967, p. 52). Na edição de 1967 (publicada após a sua aprovação como livro único também em 1967), começa por se afirmar que dois triângulos são iguais se, deslocando um deles, se pode fazer coincidir com o outro (Figura 1).

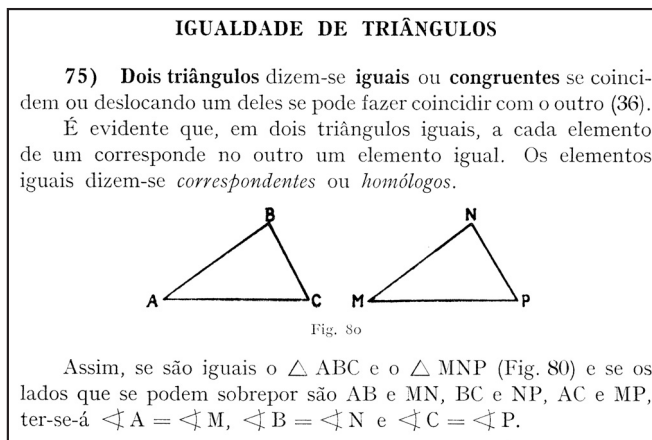


Figura 1: Introduzindo a igualdade de triângulos (FERNANDES, 1967, p. 52).

Na página seguinte, o conteúdo desta afirmação é aprofundado, chamando a atenção para que a cada elemento de um triângulo corresponderá um igual no outro. Explicita-se depois de que elementos se trata (lados e

¹⁷ Usaremos a última edição adotada como livro único, numa impressão de 1967. No que diz respeito a esta temática, as diferenças em relação às edições anteriores são pouco importantes.

ângulos), inferem-se duas propriedades (em triângulos iguais, a lados iguais opõem-se ângulos iguais e a ângulos iguais opõem-se lados iguais) e termina-se a secção propondo quatro exercícios. Segue-se o estudo dos casos de igualdade de triângulos que se inicia com a apresentação de alguma terminologia e de um axioma¹⁸.

Os seus livros adotam alguns dispositivos facilitadores da aprendizagem. Para além da freqüente proposta de exercícios e do recurso à cor (presente a partir das edições da segunda metade dos anos 60), o encadeamento de definições, axiomas e teoremas é facilitado através da numeração consecutiva dos parágrafos. É o que acontece na introdução ao conceito de triângulos iguais (figura 1) onde se faz uma chamada ao parágrafo 36 que define o que são figuras iguais ou congruentes.

A partir do final dos anos 50 começa a existir alguma insatisfação com esta abordagem ao ensino da geometria. Jaime Leote (1958) propõe uma renovação dos modelos usados através do geoplano e do estudo das transformações geométricas que substituiriam os axiomas. A. S. Fernandes (1960), Paulo (1962) e Bento (1964), sem pôr em causa a abordagem centrada no estudo axiomático da geometria euclidiana, propõem a utilização de um conjunto de axiomas diferente. As duas visões que se manifestaram em 1959 em Royaumont aparecem igualmente em Portugal. Sebastião e Silva¹⁹ manifestou-se igualmente sobre estas opções, mas discutiremos as suas propostas mais à frente.

Aparentemente a partir da 3ª edição que se inicia em 1962²⁰, e apesar de não ter havido qualquer alteração aos programas, os livros únicos de Palma Fernandes para o 2º ciclo liceal passam a iniciar-se com uma breve apresentação (7 páginas) sobre conjuntos e as suas operações, acompanhada de exercícios. Um pouco mais à frente discutem-se relações de equivalência e respectivas classes que se aplicam, nomeadamente na discussão sobre figuras

¹⁸ “A coincidência de dois segmentos iguais ou de dois ângulos iguais pode ter lugar por deslocamento, quer os segmentos e os ângulos sejam considerados isoladamente ou façam parte de figuras que sejam descoladas com eles” (FERNANDES, 1967, p. 53-54).

¹⁹ Sebastião e Silva (1914-1972). Matemático de reconhecimento internacional, autor de livros didáticos únicos para as séries finais do ensino liceal e presidente da Comissão de estudos para a modernização do ensino da Matemática, criada em 1963.

²⁰ 1962 é a data da 3ª edição. A publicação anterior é de 1960 pertence à 2ª edição que tem a primeira publicação em meados dos anos 1950.

geométricas iguais. Os conjuntos, as suas operações e a terminologia associada são depois usadas em novas definições de alguns elementos geométricos. Por exemplo, a Figura 2 ilustra como os ângulos passam a ser definidos recorrendo a conjuntos.

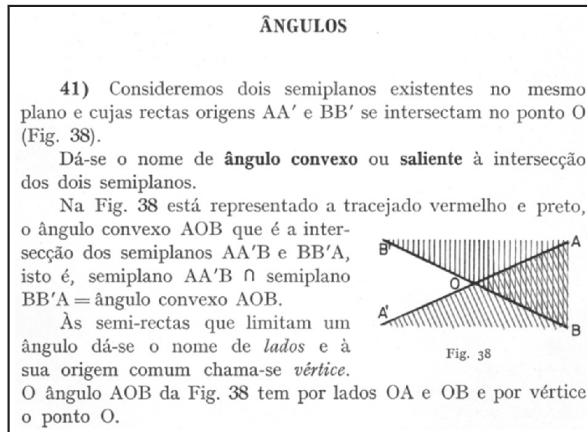


Figura 2: Ângulo como a intersecção de dois semiplanos (FERNANDES, 1967, p. 32).

Apesar desta inovação essencialmente terminológica, a matriz essencial dos livros de Palma Fernandes manter-se-á essencialmente euclidiana. Aparentemente, procura-se introduzir de um modo natural os conceitos básicos da teoria dos conjuntos sem qualquer referência a transformações geométricas.

Os livros de Osvaldo Sangiorgi

O segundo caso que chamamos para compreender o currículo apresentado durante o MMM é a coleção de livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi. Não é possível entender como se deu o MMM no Brasil sem um olhar atento a esse personagem. Osvaldo Sangiorgi²¹ atua em diversas frentes,

²¹ Osvaldo Sangiorgi esteve presente em praticamente todos os espaços ligados ao ensino de matemática. Com trânsito fácil por órgãos da educação paulista, foi responsável por organizar e sugerir programas de ensino; representou São Paulo nos eventos nacionais; foi autor de livros didáticos que mais e mais se impuseram às escolas secundárias através de dezenas de edições, integrou bancas de concurso de professores e de alunos nos exames de admissão ao ginásio, definindo pontos e provas de matemática (VALENTE, 2008, p. 25). Uma análise aprofundada sobre a coleção de livros didáticos que inaugura a presença do MMM no Brasil pode ser lida em “*Osvaldo Sangiorgi, um best seller*” (VALENTE, 2008)

articula propostas, programas, aglutina diferentes profissionais para a formação do GEEM²², mantém contato com a esfera governamental, com a mídia escrita, televisiva, escreve a coleção de livros didáticos de referência para o Movimento da Matemática Moderna no ginásio, de reconhecido sucesso editorial, participa de reuniões, congressos nacionais e internacionais que trataram da implementação da MMM. Enfim, configura-se como uma liderança do MMM no Brasil.

A coleção de livros didáticos *Matemática curso moderno* assinada por Sangiorgi inaugura a chegada da nova proposta para o ensino de matemática do curso ginásial²³, é ao mesmo tempo um manual inovador, no sentido de introduzir mudanças significativas para o ensino de matemática e um sucesso de vendagem, ou seja, um novo livro de grande aceite no mercado editorial. E como é que esse grande articulador, homem de muitas circulações, autor reconhecido de livros didáticos apresenta o ensino de geometria na proposta moderna? Qual é a marca do ensino de geometria em sua coleção? O que traz “de novo”?

A geometria se faz presente na coleção moderna de Sangiorgi. No livro *Matemática curso moderno – 3º volume* o grande destaque é para o desenvolvimento da geometria, ocupando mais de 50% das páginas do livro e vem anunciado como o “bom-bocado”. Essa é a expressão que o autor emprega para qualificar sua proposta moderna de geometria. Segundo Sangiorgi, a época de decorar enfadonhos teoremas está finda, é chegado o momento da “viagem ao maravilhoso país da Geometria”. E como essa viagem se apresenta?

A primeira parte, denominada *Fazendo Geometria....* discute os objetivos do ensino de geometria em *plena era do espaço*, apresenta os primeiros conceitos, sempre com muitos desenhos, representações e finaliza

²² GEEM – Grupo de Estudos de Educação Matemática, criado em 1961, em São Paulo, foi o grupo de maior repercussão, na divulgação do MMM no Brasil. Teve como presidente o professor Osvaldo Sangiorgi.

²³ O primeiro livro da coleção *Matemática curso moderno*, destinado a 1ª série ginásial (alunos de 11 anos de idade) foi publicado em 1964, pela Companhia Editora Nacional. Um estudo aprofundado de como se deu a publicação dessa coleção pode ser lido em Valente (2008). Na década de 1960, o ensino fundamental brasileiro estava estruturado da seguinte forma: curso primário (4 anos), ginásial (4 anos) e colegial (3 anos).

com “um pouco de topologia”. E assim, já se anuncia a *Topologia, um dos modernos ramos da matemática, relacionados com a Geometria* (SANGIORGI, 1969, p. 130). Sangiorgi defende que na Topologia, as figuras geométricas ganham mais “liberdade” que na Geometria porque ao mudarem de forma e tamanho conservam propriedades que dizem respeito a sua estrutura. A idéia de estrutura já vem sendo discutida e muito trabalhada nos livros da mesma coleção que antecedem a este, aliás, o conceito de estruturas²⁴ é um elemento chave no processo de modernização do ensino de matemática.

E dessa maneira segue o estudo moderno da geometria. Na 2ª parte, a característica é a utilização da linguagem da teoria dos conjuntos em relações e operações da geometria. Na escrita moderna, ponto pertence à reta, intersecção de duas retas é igual ao conjunto unitário contendo um ponto, o plano contém retas, etc. Os novos símbolos de \in , \subset , \cup , dentre outros introduzidos desde o início da coleção são incorporados à geometria.

Estruturas novas juntamente com uma nova abordagem, no entanto a geometria desenvolvida na coleção é a Geometria de Euclides. Numa entrevista concedida ao jornal *O Estado de São Paulo*, de 22 de Janeiro de 1967, Osvaldo Sangiorgi, ao ser questionado sobre o ensino de geometria, diz:

É evidente que o tratamento moderno dado à geometria, vale-se das estruturas que atualmente a Matemática dispõe. A estrutura algébrica – de espaço vetorial – normalmente invocada na atual abordagem da geometria e que vem enriquecendo os trabalhos experimentais dos Grupos de Estudos europeus e americanos, fixam-se em processos algébricos que aprimoram a maneira de apresentar os assuntos pertinentes à geometria. A história, portanto, se repete: é uma nova reconstrução de geometria euclidiana com novas ferramentas.

Na entrevista, Sangiorgi menciona o conhecimento dos trabalhos experimentais desenvolvidos por grupos americanos e europeus, porém sua opção para os livros destinados ao 1º ciclo do secundário²⁵ é pela permanência

²⁴ No que se refere à Matemática, a influência da concepção estruturalista fez-se sentir através das idéias bourbakistas que assumiram grande preponderância, particularmente, e diretamente, através dos contributos de Jean Dieudonné, mas também através de Gustave Choquet e Willy Servais (GUIMARÃES, 2007, p. 23)

²⁵ No texto produzido em Dubrovnik, os programas e propostas foram divididos em dois ciclos para o ensino secundário, o 1º ciclo (alunos de 11 a 15 anos) e o 2º ciclo (alunos de 15 a 18 anos).

da Geometria de Euclides²⁶. Não há apresentação de espaços vetoriais e as transformações geométricas são deixadas para o apêndice. Quais seriam as razões que sustentam tal opção?

Oswaldo Sangiorgi é um autor consagrado desde os anos de 1950, esteve próximo das discussões dos professores secundários, participou dos Congressos nacionais, o que certamente o colocava numa posição próxima da cultura escolar²⁷ brasileira, as edições de seus livros só cresciam e ganhavam novos espaços²⁸. O debate freqüente em relação ao ensino de geometria não questionava a substituição da Geometria de Euclides por outras geometrias, a discussão nas revistas, nos Congressos, na fala de alunos e professores era a dificuldade com o ensino de uma geometria dedutiva para alunos de 13 anos de idade.

A prática pedagógica do ensino de geometria de então, quando trabalhada, acabava por transformar-se nos “enfadonhos teoremas decorados”, como o próprio Sangiorgi assim denominou. No entanto, isso não significava a retirada do desenvolvimento de um raciocínio dedutivo pelos alunos, o que era considerado como um dos objetivos do ensino da matemática. Num artigo publicado na *Revista Escola Secundária*, Sangiorgi (1960, p. 17) deixa clara sua posição:

Se a matemática, encarada como deve ser, possui não apenas verdade, como suprema beleza, mas exatidão ao espírito como na poesia, confessamos que, embora sejamos bem iniciados com Euclides, estamos necessitando, para os alunos de nossa época, de algo como um esquema mais amplo, despido de demonstrações forçadas ou inútuas, e onde a liberdade de participação permita ao estudante, ombro a ombro com o professor, demonstrar uma proposição. Longe de nós qualquer pretensão de deslustrar o alcance e o serviço que até este instante tem prestado aos racionais a Geometria euclidiana.

²⁶ Um estudo mais detalhado de comparação do ensino de geometria presente nas coleções didáticas de Oswaldo Sangiorgi, antes e depois do MMM, pode ser lida em Leme da Silva (2008).

²⁷ Nesse estudo adotamos o conceito *cultura escolar* de Dominique Julia: “Um conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos” (2001, p. 10).

²⁸ O texto de Neuza Bertoni Pinto (2008) é um exemplo de como os livros didáticos de Oswaldo Sangiorgi foram distribuídos nacionalmente. A então professora de matemática, de uma nascente cidade do oeste do Paraná, de cinco mil habitantes, utilizava a coleção de livros didáticos de Sangiorgi anterior ao MMM e recebe logo no início da década de 1960, a nova coleção moderna.

Nesse sentido, Sangiorgi não abandona o desenvolvimento de uma geometria dedutiva, porém faz modificações significativas de modo a atender a reivindicação da comunidade escolar. O desenvolvimento de conteúdos de geometria é mais longo, detalhado, com mais figuras, comentários. Os conceitos são retomados de maneira intuitiva, experimental, antes de iniciar o estudo dedutivo, que é realizado com muita discussão, como se observa nas páginas em destaque (Figura 3):

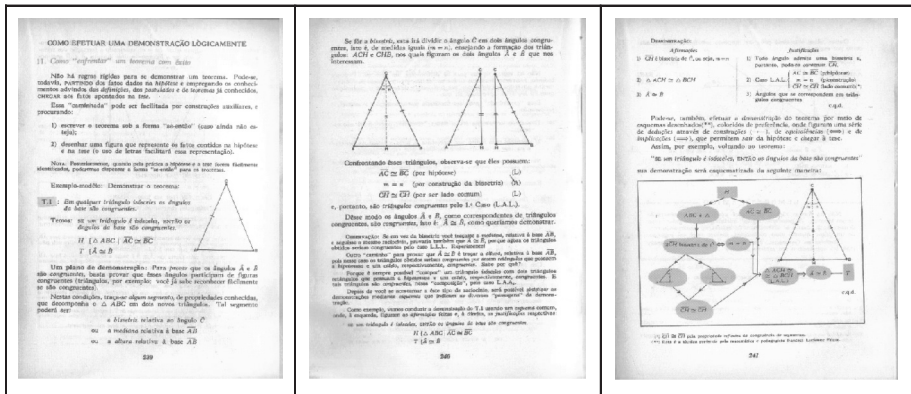


Figura 3: Livro da 3ª série ginasial – (SANGIORGI, 1964, p. 239 - 241).

E a geometria das transformações? Conhecendo bem a discussão internacional sobre a geometria moderna, Sangiorgi faz uma breve inserção das transformações geométricas no apêndice do livro para o 3º ano ginasial. Por este ponto de vista, pode-se dizer que sua escolha esteve mais próxima da proposta apresentada pelo grupo de estudos SMSG, que para o 1º ciclo do secundário, não trabalhou com as transformações geométricas em seus materiais. Os livros didáticos produzidos pelo SMSG foram traduzidos para o português na mesma época. Osvaldo Sangiorgi esteve nos EUA, fez cursos de verão em 1960, e tomou contato com as experiências que estavam sendo realizadas para a implementação da nova proposta para o ensino de matemática²⁹. Essa pode ser mais uma justificativa para a opção de Sangiorgi, apesar do material escrito pelo SMSG ter características muito distintas da de

²⁹ Segundo Lima e Passos (2008), os livros didáticos utilizados nos cursos foram elaborados pelos grupos School Mathematics Study Group – SMSG; Mathematica Association of America; Comission on Mathematics of the College Entrance Examination Board; Comittee on School Mathematics – Illinois – UICSM (p. 97).

Sangiorgi, uma delas é o fato do material americano não trabalhar com a geometria dedutiva, o seu enfoque é predominantemente de uma geometria experimental e intuitiva.

Os novos livros de geometria para os liceus portugueses

Em 1970/71 entra em funcionamento um novo programa para o agora designado 1º ciclo liceal português (a nova denominação do anterior 2º ciclo) com os correspondentes livros únicos. É aprovada uma coleção elaborada essencialmente por metodólogos³⁰ de Matemática do ensino liceal: António de Almeida Costa (1931-) e Alfredo Osório dos Anjos (1919-) que agregam António Augusto Lopes (1917-) para um capítulo do último livro (declaração do próprio), e que constitui o nosso terceiro caso. Esta coleção vai manter-se até aos anos 80 sobrevivendo à unificação dos liceus e das escolas técnicas que ocorre a partir de 1975.

Antes de a abordarmos, importa analisar as propostas de Sebastião e Silva relativas ao ensino da geometria expressas num seu texto programático (SILVA, 1962) publicado pouco antes do início da importante experiência de Matemática Moderna no ciclo terminal do ensino liceal português. Naquele texto, Sebastião e Silva propõe uma introdução gradual das idéias, métodos e linguagem das matemáticas modernas a propósito das matérias clássicas (p. 26)³¹. As noções relativas à teoria dos conjuntos e relações poderiam ser introduzidas desde os 10 anos. Propõe que a geometria deva ser “orientada de uma forma mais ou menos explícita, pelas idéias de transformação e de grupo de transformações” (p. 27)³² embora sem pressas. A partir da “álgebra dos conjuntos” (p. 27) e do conceito geral de aplicação, partir-se-ia para a noção de produto (composição) de aplicações, dos grupos de transformações e respectivas relações de equivalência. O conceito de vetor (como classe de equivalência de segmentos orientados eqüipolentes) também é referido como pretexto para aceder à noção de grupo. Como exemplo de isomorfismo, sugere-se o estudo do “grupo multiplicativo das translações,

³⁰ Professores que tinham simultaneamente a responsabilidade de acompanhar a formação inicial de outros professores em contexto de aula.

³¹ As suas propostas para o ciclo terminal do ensino liceal possuem outras características, mas o seu estudo está fora do âmbito deste artigo.

³² Em todo este texto, a tradução a partir do francês original foi feita pelos autores.

isomorfo do grupo aditivo dos vetores” (p. 28).

A proposta de 1962 de Sebastião e Silva afasta-se assim claramente da busca de sistemas axiomáticos alternativos para a geometria euclidiana favorecendo a abordagem da geometria via transformações geométricas e como pretexto para estudar conceitos essencialmente algébricos. Embora ela tenha conduzido, quer a uma experiência de larga escala como sucedeu com o ciclo terminal do ensino liceal, quer uma alteração imediata de programas, podemos observar a sua ressonância com a estrutura dos livros de Almeida Costa e Osório dos Anjos aprovados para o ensino liceal oito anos depois. Uma súmula dos conteúdos dos livros da coleção permite-nos observar a grande alteração sofrida pelo currículo geométrico (quadro 1), bem como a sua semelhança com a estrutura proposta por Sebastião e Silva³³.

Ano / fonte	Conteúdo
1º ano liceal (antigo 3º ano) (COSTA; ANJOS, [ca. 1973])	Noções sobre vectores e translacções Rotações e simetrias Simetrias em relação a uma recta Problemas de construção
2º ano liceal (antigo 4º ano) (COSTA; ANJOS, 1974)	Teorema de Pitágoras Homotetias Transformações de semelhança Trigonometria
3º ano liceal (antigo 5º ano) (COSTA; ANJOS; LOPES, 1975)	Ângulos e arcos de círculo Trigonometria Axiomas e teoremas de geometria Geometria do espaço

Quadro 1. Conteúdo dos livros únicos do novo 1º ciclo do ensino liceal.

Nos dois primeiros anos, a nova orientação adota a hierarquia de uma geometria plana centrada nas transformações. Estudavam-se em primeiro lugar as isometrias, isto é, as transformações geométricas que não alteravam os comprimentos e os ângulos: translações, rotações e simetrias. Seguiu-se o estudo das homotetias que alteravam proporcionalmente os comprimentos, mas conservavam os ângulos. As isometrias era assim casos particulares de homotetias. Estavam criadas as condições para no último ciclo do ensino liceal (e portanto fora do âmbito deste trabalho) se substituir a geometria analítica tradicional pela geometria afim. No segundo e em particular no terceiro anos,

³³ É detectável, no entanto, uma diferença. O conceito de vetor que Silva (1962) relegava para o final do seu texto programático quase como exemplo menor, aparece aqui logo no início. Seria, no entanto, difícil constituir a estrutura de grupo das transformações sem recorrer desde muito cedo ao conceito de vetor.

mantêm-se alguns temas clássicos: teorema de Pitágoras, trigonometria, ângulos e arcos de círculo, axiomas geométricos e geometria do espaço.

Assim, a geometria do 1º ano iniciava-se pelo estudo de segmentos de reta orientados e de vetores — uma entidade matemática representada como um conjunto de segmentos de reta orientados eqüipolentes — que possibilitavam a construção de aplicações geométricas, em primeiro lugar a adição de um vetor e um ponto, que produzia um novo ponto. Assim, a translação no plano associada ao vetor \vec{u} é definida como a aplicação que faz corresponder a cada ponto P um novo ponto obtido através da sua soma com o vetor \vec{u} . A operação era representada pela terminologia da Figura 4.

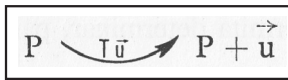


Figura 4: Representação da translação no plano $T_{\vec{u}}$.

O livro único tinha o cuidado de distinguir entre esta transformação, abstrata e aplicada a todo o domínio simultaneamente (neste caso o plano) e o movimento de deslocação operado apenas sobre um objeto físico.

Eram depois discutidas diversas composições de transformações geométricas. Por exemplo, para demonstrar que a composição de duas translações ainda era uma translação, era usada a sequência abaixo (Figura 5):

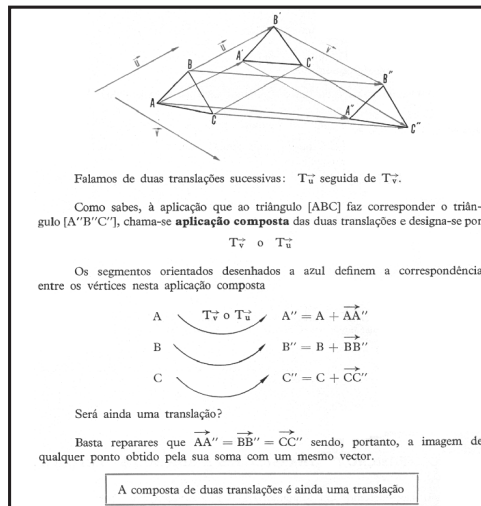


Figura 5: Composição de duas translações (COSTA; ANJOS, [ca. 1973], p. 250).

Como a translação $T_{\vec{u}}$ é uma transformação que a cada ponto P faz corresponder outro ponto P' resultante da adição de P com o vetor \vec{u} , o resultado das duas translações sucessivas de um triângulo segundo os vetores \vec{u} e \vec{v} , é estabelecido usando as correspondências entre os vértices do triângulo inicial e o final. Observa-se que a composição destas translações $T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}}$ é equivalente a uma translação. Esta propriedade é usada na página seguinte para definir a adição de vetores. Mais tarde, a igualdade de triângulos será provada recorrendo a uma translação e uma rotação (e eventualmente uma simetria) usando as propriedades das isometrias. De forma semelhante são estudadas as rotações, as simetrias e as homotetias, bem como a composição envolvendo estas transformações.

Esta proposta curricular teve uma vida breve. Por um lado, através de sucessivas alterações, os programas foram descartando a estrutura hierárquica das transformações geométricas no plano, abandonando o conceito formal de vetor enquanto classe de equivalência de segmentos orientados, e reforçando o estudo de temas clássicos, como os casos de igualdade de triângulos, por exemplo (MATOS, 1989). Por outro, há fortes indicações de que a geometria não era pura e simplesmente ensinada naquele ciclo (MATOS, no prelo), situação que se manteve, pelo menos, até ao final dos anos 90 (REDINHA; SÉCIO; SOARES, 2000).

As transformações geométricas no *Curso Experimental* baiano

Como bem disseram Freire e Dias (2009) um encontro promissor para o ensino de matemática aconteceu na Bahia na década de 1960. Martha Maria de Souza Dantas e Omar Catunda, dois representantes do MMM no Brasil, juntamente com uma equipe de professoras desenvolvem uma experiência ímpar na implementação das idéias modernizadoras para o ensino de matemática. Os frutos e as marcas desse encontro são evidenciados até os dias de hoje e constituem o nosso último caso.

Omar Catunda, professor catedrático de Análise Matemática da Universidade de São Paulo, participou do I Congresso Nacional de Ensino de Matemática, em 1955, em Salvador, congresso esse organizado por Martha

Dantas. Desde então, os laços entre Catunda e Martha, e mais especificamente, entre Catunda e a Bahia ficam mais próximos. Catunda é um dos representantes brasileiros convidados por Marshall Stone para a Primeira Conferência Interamericana sobre Educação Matemática (CIAEM), realizada na Colômbia, em 1961, participa da fundação do GEEM e de suas ações na divulgação do MMM. Em 1963, muda-se para Salvador onde assume o cargo de diretor do Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia.

Martha Dantas, professora de Didática Especial da Matemática da Faculdade de Filosofia (FF) da Universidade da Bahia, coordenadora da Escola de Aplicação da FF, já no início dos anos de 1950, viaja à Europa, a procura de novos conhecimentos nos centros de estudo que desenvolvem experiências no ensino de matemática. Desde então, mantém contato com esses centros de estudos, com pesquisadores internacionais e é a responsável pelo início de uma rede dessas discussões nacionalmente, com a organização do I Congresso Nacional de Ensino de Matemática. Na II Conferência Interamericana sobre Educação Matemática, em 1966, Dantas representa o Brasil e faz uma palestra sobre o Treinamento de Professores no Brasil.

Dessa forma, duas figuras importantes para o cenário da Educação Matemática dos anos de 1960, se unem com outros professores num projeto ambicioso, o de promover ações no sentido de atualização do ensino de matemática. Entre muitas dessas ações, destacamos o projeto *Desenvolvimento de um currículo de Matemática Moderna para o curso ginásial* desenvolvido na Seção Científica de Matemática do Centro de Ciências da Bahia – CECIBA³⁴. Uma das atividades do referido projeto consistiu na produção de apostilas para o curso ginásial, denominadas *Curso experimental segundo os novos métodos do ensino da Matemática*, de autoria de Martha Dantas, Eliana Costa Nogueira, Norma Coelho de Araújo, Eunice da Conceição Guimarães e Neide Clotilde de Pinho e Souza, sob a orientação do Omar Catunda.

As apostilas foram elaboradas e colocadas em práticas em escolas estaduais e particulares, sendo as aulas ministradas por estagiárias do CECIBA

³⁴ Um estudo detalhado sobre o processo de criação do CECIBA e suas ações no que diz respeito ao ensino de matemática pode ser lido na dissertação de Mestrado “*Ensino de Matemática: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969)*” de Freire (2009).

e sob a supervisão de Martha (FREIRE, 2009, p. 74). Esse material com as devidas reformulações foi publicado pela EDART – São Paulo Livraria Editôra Ltda, em 1971, com o título *Ensino Atualizado da Matemática curso ginásial* com os mesmos autores das apostilas³⁵.

E qual a proposta para o ensino de geometria que esse grupo de professores desenvolve, coloca em prática, reformula e apresenta em seus livros no início da década de 1970? Aqui certamente está uma das grandes inovações para o ensino moderno da matemática do Brasil: uma proposta totalmente inovadora para o ensino de geometria, ousada, diferente, fora dos padrões até então enraizados nesse ensino³⁶.

O ensino de geometria compreende praticamente todo o volume III da coleção, inicia na introdução com noções de lógica, no qual são tratadas proposições, implicações, equivalência, axiomas, teoremas. No capítulo II, intitulado Reta, são trabalhadas translações e simetrias na reta real, transformação afim ou afinidade na reta e homotetia. A geometria afim do plano é o tema do terceiro capítulo, no qual destacamos alguns tópicos, como espaço afim, vetores dependentes e independentes, transformações afins no plano, grupo afim elementar, propriedades do paralelogramo e do triângulo, entre outros. Para fechar o volume, no último capítulo, é desenvolvida a geometria euclidiana, com distâncias e polígonos. O volume IV segue a mesma tônica do anterior, dos oito capítulos, seis tratam de geometria, dando continuidade à geometria euclidiana iniciada no volume III.

O encadeamento dos temas desenvolvidos rompe com o modelo de Sangiorgi, a primeira mudança notável é o fato de a geometria euclidiana estar precedida do estudo da geometria afim e das transformações geométricas, estudo este realizado com definições, propriedades e demonstrações. Um exemplo é a definição de espaço afim, apresentada na Figura 6:

³⁵ Omar Catunda nas apostilas aparece como orientador do trabalho e nos livros publicados pela EDART como o primeiro autor. A coleção completa consta de 4 volumes e no livro IV, mais uma autora é acrescentada, a professora Maria Augusta de Araújo Moreno.

³⁶ A dissertação “O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia” de Kátia Cristina Camargo apresenta um estudo aprofundado sobre o material didático produzido pelo grupo baiano.

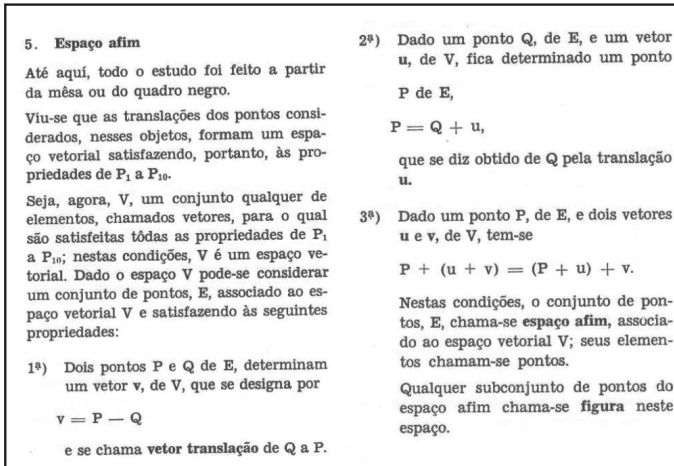


Figura 6: Página 43 do livro da 3ª série ginásial.

Não há como deixar de questionar a presença desses conceitos, abstratos, apresentados logo de maneira formal e no início do estudo da geometria, para alunos de 13 anos de idade. Qual a justificativa dos autores por uma proposta tão audaciosa como essa? Dantas, em entrevista dada em 1993, fala sobre a elaboração do material:

A redação dos novos textos foi possível porque contamos, para isso, com a colaboração de Omar Catunda que aceitou, inclusive, a proposta que lhe fizemos de usar, na abordagem da geometria, as transformações geométricas, recomendação centenária – feita por Felix Klein no século passado (DANTAS, 1993, p. 23)

A análise de Martha reforça a importância da participação de Catunda na orientação do trabalho. Mesmo estando em contato com experiências em desenvolvimento em países europeus, com as propostas de algebrização da geometria, a apresentação de uma geometria nesses moldes requer o respaldo de um matemático no nível de Omar Catunda. Os conceitos introduzidos não são simples, trata-se de assuntos trabalhados no ensino superior e um tratamento destinado aos alunos do início do curso secundário, de 13 anos de idade não é uma tarefa tranqüila, o que significa desenvolver tais conceitos de maneira mais investigativa, exploratória, sem, contudo, comprometer o rigor matemático.

Evidencia-se também uma certa similaridade, sem os pormenores de cada tema, entre a proposta do ensino de geometria do grupo baiano e a seqüência discutida no Seminário de Dubrovnik. Nesse encontro foi sugerido para o segundo ciclo do secundário (alunos de 15 a 18 anos) um programa de geometria envolvendo: grupo de transformações, geometria afim, geometria euclidiana, cônicas e estudos axiomáticos (GEEM, 1965, p. 153).

Claro está ainda que, no grupo baiano, não há preocupações em relação à aceitação dessa coleção para um grande público. Os autores, apesar de já terem experiências anteriores na produção didática, ocupavam uma dimensão pouco representativa no cenário editorial de livros didáticos brasileiros. O grupo baiano é originário da Universidade, mesmo ressaltando a atuação de Martha e das outras professoras na docência do ensino básico, seus aportes estiveram sempre ligados à Universidade, discussão de pesquisas, de experimentação de projetos inovadores.

Uma vez mais reafirmamos a ousadia da proposta baiana ao adaptar conceitos propostos para serem desenvolvidos no segundo ciclo secundário. Devido ao seu caráter experimental, essa proposta foi acompanhada ao longo de sua implementação e as reformulações foram sendo desenvolvidas ao longo do tempo, de modo a ser incorporada pela cultura escolar. Nos dizeres de Chervel, considerando não a disciplina matemática em si, mas o ensino da geometria em particular, a coleção elaborada pelo grupo baiano, no que diz respeito à proposta de geometria, pode ser classificada como um manual inovador.

Considerações finais

Procuramos conhecer modos como as opções para os conteúdos geométricos se concretizaram em livros didáticos representativos nos dois países. Podemos concluir que, no que à geometria diz respeito, a penetração das idéias do MMM se processou através de um desenvolvimento diversificado. Encontramos, em primeiro lugar, uma pequena adaptação às novas tendências, expressa nos livros de Palma Fernandes a partir de 1962. Trata-se da utilização da linguagem da teoria dos conjuntos para definir termos e relações

geométricas, mantendo inalterável a valorização da demonstração como via privilegiada de acesso à geometria. Resulta sem dúvida do contato que o autor tinha com as novas idéias que circulavam livremente no Liceu Normal de Pedro Nunes em Lisboa onde era professor. Apesar de modesta, trata-se de uma alteração notável no contexto centralizado e controlado das publicações educativas portuguesas, mais relevante ainda por não ter havido nenhuma alteração curricular que a legitimasse.

Do segundo caso, de Osvaldo Sangiorgi, encontramos a par de uma retórica de adesão à Matemática Moderna, pouca alteração quer nos conteúdos, quer na estrutura curricular, no que à geometria diz respeito. As modificações, fora o uso da linguagem da teoria dos conjuntos em relações e operações da geometria, centram-se na metodologia, que atende a reivindicação de uma abordagem experimental antecedendo a dedutiva, com novos postulados de modo a permitir uma melhor compreensão. Pode ser lida como uma resposta mais próxima do debate brasileiro do que propriamente ao movimento internacional.

Os dois últimos casos — os livros de Almeida Costa e Osório dos Anjos e o curso baiano — têm similitudes apreciáveis. Em ambos se procurou *apresentar* (no sentido de Gimeno) um currículo de geometria via transformações geométricas rompendo com abordagens anteriores, mas nos dois casos essa proposta se revelou de difícil concretização, conduzindo a alterações posteriores. Se, no caso português, as dificuldades foram ampliadas por uma instabilidade do próprio sistema educativo que conduziu ao não cumprimento dos programas. Não deixa de ser verdade que foi precisamente a geometria a matéria omitida pelos professores e gradualmente afastada para o final do ano letivo, deixando antever a maior falta de preparo dos profissionais para ensinar esta nova geometria. No caso brasileiro, a proposta da geometria via transformações sofre muitas alterações e reformulações, mas não morre. Desliga-se da coleção didática como um todo e torna-se um livro independente com o título *As transformações geométricas e o ensino de geometria*, reeditado no ano de 1998 e consta como referência no programa para os exames vestibulares da UFBA (CAMARGO, 2009).

Em suma, e tal como previsto quer pelas investigações sobre

desenvolvimento curricular, quer pelos estudos da história cultural, a elaboração de currículos apresentados, neste caso de livros didáticos, não segue de forma linear as recomendações internacionais (de certa forma o *currículo prescrito*), mesmo quando elas não são uniformes, como no caso do currículo de geometria durante a Matemática Moderna. As produções deste novo momento curricular, agora da responsabilidade dos autores de livros didático, hibridizam as influências externas produzindo novas entidades culturais que não são cópias de recomendações curriculares internacionais. Antes procedem de forma diversificada, com maior ou menor sucesso, adaptando-se às contingências de cada sistema educativo.

Fontes

BENTO, M. R. Como orientar o estudo da geometria sintética elementar, à margem dos actuais programas nos ensinos pré-liceal e liceal? In: **Palestra**, 20, p. 126-140, 1964.

CATUNDA, O.; DANTAS, M. M. S.; et al. **Ensino Atualizado da matemática 3**: curso ginásial. Vol. II. São Paulo: EDART, 1971.

COSTA, A. A.; ANJOS, A. O. **Compêndio de Matemática**. 1º ano do ensino liceal (antigo 3º ano). 2º volume. Porto: Porto Editora, [ca. 1973].

COSTA, A. A.; ANJOS, A. O. **Compêndio de Matemática**. 2º ano do ensino liceal (antigo 4º ano). Porto: Porto Editora, 1974.

COSTA, A. A.; ANJOS, A. O. ; LOPES, A. A. **Compêndio de Matemática**. 3º ano do Ensino Liceal (antigo 5º ano). Porto: Porto Editora, 1975.

FERNANDES, A. S. Introdução de conceitos e proposições primitivos. Suas conseqüências do Ponto de vista didáctico. In: **Labor, Revista de Ensino Liceal**, 24(195), p. 649 - 668, 1960.

FERNANDES, A. P. **Elementos de geometria para o 2º ciclo dos liceus**. Coimbra: Coimbra Editora, 1967.

GEEM. **Um programa moderno de matemática para o ensino secundário**. O.E.C.E. Série Porfessor n.2, Trad. de Luiz Henrique Jacy Monteiro. São Paulo:GEEM, 1965.

LEOTE, J. Tendências actuais do ensino da geometria. In: **Palestra**, 1, p. 37 - 48, 1958.

OECE. **Mathématiques nouvelles**. Paris: OECE, 1961.

PAULO, J. S. Um sistema de axiomas para a geometria plana. In: **Palestra**, 13, p. 78 - 88, 1962.

PROGRAMAS das disciplinas do ensino liceal, decreto nº 37:112 de 22 de Outubro de 1948. Lisboa: Imprensa Nacional de Lisboa, 1948.

PROGRAMA para o ensino secundário e suas instruções metodológicas. Portaria n. 1.045, de 14 de dezembro de 1951. São Paulo: Ed. do Brasil, 1951.

SANGIORGI, O. Ainda a geometria euclidiana para os atuais ginásianos? In: **Revista Escola Secundária**, v. 13, p. 77-81, 1960.

SANGIORGI, O. **Matemática, para a terceira série ginásial**. Companhia Editoria Nacional, São Paulo, 78ª Edição, 1964.

SANGIORGI, O. Matemáticos e Euclides. **Jornal O Estado de São Paulo**, São Paulo, 22/01/1967, Atualidade Científica.

SANGIORGI, O. **Matemática curso moderno – 3º volume para os ginásios**. Companhia Editora Nacional, 6ª Edição, 1969.

SILVA, J. S. Sur l'introduction des mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire. In: **Gazeta de Matemática**, 88-89, p. 25-29, 1962.

Referências

CAMARGO, K. C. **O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia**. 2009. 168 f. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

DANTAS, M. M. S. Depoimento. Uma mestra e sua vida. In: **Cadernos do IFUFBA**. Salvador, v.6, n 1, 2, p.11-36, 1993.

DETIENNE, M. **Comparer l'incomparable**. Paris: Editions du Seuil, 2000.

FREIRE, I. A. A.; DIAS, A. L. M. Um Encontro Promissor para o Ensino de Matemática na Bahia: pesquisas e realizações na década de 60 no século XX. **Anais do VII Seminário Temático A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos**, 2009.

FREIRE, I. A. A. **Ensino de Matemática: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969)**. 2009. 102 f. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2009.

GIMENO, J. S. **O currículo: Uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias – perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, J. M. e VALENTE, W. R. (orgs.). **A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: Zapt, p. 21-45, 2007.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. In: **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/jun. no. 1, 2001.

LEME DA SILVA, M. C. A geometria escolar moderna de Osvaldo Sangiorgi. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.69-93, 2008.

LEME DA SILVA, M. C. O ensino de geometria no cenário internacional do Movimento da Matemática Moderna. **Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Taguatinga, 2009.

LIMA, F. R.; PASSOS, L. F. GEEM – Grupo de estudos do Ensino da Matemática e o Movimento da Matemática Moderna. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.95-118, 2008.

MATOS, J. M. Elementos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática Moderna em Portugal no final dos anos 70. In J. M. Matos & W. R. Valente (Eds.). **A reforma da Matemática Moderna em contextos ibero-americanos**. Monte da Caparica: UIED, (no prelo).

MOON, B. **The “New Maths” curriculum controversy. An international story**. Londres: Falmer Press, 1986.

OECE, (Organização Européia para a Cooperação Econômica). **Um programa moderno de matemática para o ensino secundário**. Trad: MONTEIRO, L. H.J. São Paulo: GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, Série Professor, nº 2, 1965.

PINTO, N. B. Na sala de aula com Osvaldo Sangiorgi: Uma estrela-guia da Matemática Moderna no Brasil. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.119 - 144, 2008.

REDINHA, J. S.; SÉCIO, J.; SOARES, M. L. **Avaliação externa do desempenho curricular em matemática no 9º ano de escolaridade, ano lectivo de 1997/1998.** Relatório de inspeção. Lisboa: Inspeção-Geral da Educação, 2000.

SCHUBRING, G. O primeiro Movimento Internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha. In: VALENTE, W. R. (org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, p. 11-43, 2004.

VALENTE, W. R. Osvaldo Sangiorgi, um *best seller*. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno.** São Paulo: Editora Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.13-41, 2008.

VIDAL, D. G. Fronteiras e mestiçagens culturais — a circulação de objectos, pessoas e modelos pedagógicos como problemática em história da educação (Brasil, EUA, França e Portugal no final do século XIX). In: **Estudos do Século XX.** 6, p. 43 - 55, 2006.

WOOTON, W. MSG. **The making of a curriculum.** New Haven: Yale University Press, 1965.

Submetido em Abril de 2010
Aprovado em Outubro de 2010