



Um Estudo dos Processos de Provas no Ensino e na Aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental¹

Luiz Carlos Pais²

José Luiz Magalhães de Freitas²

Resumo

O objetivo deste trabalho é descrever os resultados de uma pesquisa realizada com professores de Matemática do Ensino Fundamental, da rede pública do estado de Mato Grosso do Sul, cuja finalidade foi desvelar o significado atribuído por esses professores às dificuldades inerentes ao ensino e à aprendizagem da geometria e, em particular, ao processo de argumentação lógico-dedutiva do conhecimento geométrico. Trata-se de uma tentativa de esboçar informações preliminares que permitam conhecer as tendências epistemológicas desses professores em face do conteúdo geométrico e, conseqüentemente, suas posturas pedagógicas delas decorrentes. O objeto principal dessa investigação tem, portanto, uma natureza essencialmente educacional e pretende estar mais especificamente voltada para os interesses didáticos da Educação Matemática.

Résumé

L'objectif de ce travail est décrire les résultats d'une recherche qui a été faite avec des enseignants de mathématiques du collège, dans des écoles publiques de l'état du Mato Grosso do Sul (Brésil), où on voudrais dévoiler le signifiant donné, pour ces enseignants, aux difficultés inhérentes à l'apprentissage de la géométrie, en particulier au procès d'argumentation logique-déductive de la connaissance géométrique. Il s'agit d'une tentative d'esquisser des informations préliminaires qui permettent de connaître des tendances épistémologiques de ces enseignants devant le contenu géométrique et, par conséquence, leurs conceptions pédagogiques y présentes. L'objet principal de cette investigation est, donc, de nature essentiellement éducationnel, lié aux objectifs de la didactique des mathématiques.

1. Procedimentos da pesquisa

Os dados iniciais da pesquisa foram obtidos em cursos de capacitação para professores de matemática ministrados pelos autores, durante o ano de 1995, promovidos pela Secretaria Estadual de Educação em cinco das principais cidades do estado de Mato Grosso do Sul. Trata-se de professores licenciados em Matemática ou em Ciências, que na ocasião da pesquisa estavam atuando em sala de aula, ministrando aulas de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental. Por ocasião destes cursos, e mais precisamente no momento inicial do primeiro dia de atividades, ainda

¹ Digitalizado por Aline Mendes Penteadó, Juliana França Viol e Mirian Maria Andrade, alunas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus de Rio Claro.

² Professores do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

sem qualquer posicionamento por parte dos ministrantes quanto ao assunto, os professores foram convidados a realizarem uma descrição, da forma mais detalhada possível, a propósito de suas concepções sobre algumas questões envolvendo o ensino da geometria, a valorização das demonstrações e a importância do pensamento lógico-dedutivo neste ensino. Essas descrições constituem o que chamamos de *discursos dos professores*, os quais foram objeto de nossa interpretação no transcorrer da redução fenomenológica. Inicialmente foram obtidas em torno de 120 descrições, das quais foram selecionadas 32, consideradas as mais significativas e cuja análise está aqui apresentada.

A opção metodológica desta pesquisa tem suas raízes vinculadas à experiência pré-reflexiva dos autores. Os desafios postos pela dicotomia teoria-prática, que normalmente envolve a pesquisa na área educacional, levaram a uma investigação que tentasse se aproximar um pouco mais da essência do problema do ensino da geometria, retornando para isso às próprias coisas. Foi esta expectativa que nos levou a conhecer diretamente os próprios discursos de professores de Matemática sobre o ensino da geometria dedutiva, abordando questões vinculadas ao domínio do seu conteúdo e ao próprio significado atribuído por eles ao conhecimento geométrico e, em particular, aos procedimentos de prova e argumentação. Na compreensão e interpretação dos discursos dos professores, não se tratou de explicar os fatos observados e sim proceder-se a uma descrição dos aspectos essenciais ao fenômeno investigado exclusivamente segundo nossa consciência e intencionalidade, voltadas para a compreensão da educação matemática.

Na interpretação dos discursos apresentados pelos professores, três fatos principais se destacaram como essenciais ao tema pesquisado: **há uma tentativa imediata de valorização do ensino da geometria como sendo um conteúdo disciplinar importante à formação intelectual do aluno de primeiro grau; há também um certo reconhecimento de que esse ensino não tem sido desenvolvido de forma satisfatória e, finalmente, destaca-se que a percepção da importância de procedimentos lógico-dedutivos na construção do conhecimento geométrico não é normalmente manifestada pelos professores.** As dificuldades do ensino da geometria, para esses professores, podem se restringir de uma forma ilusória às questões de naturezas metodológicas ou formais. Entretanto, uma análise mais detalhada de suas

afirmações mostra outros aspectos envolvendo, inclusive, o problema da própria construção epistemológica dos conceitos envolvidos. Ainda em relação a essas dificuldades, há implícito nas manifestações dos professores um relativo reconhecimento da necessidade de uma melhoria em seu próprio processo de formação.

2. Uma tentativa de valorização do ensino da geometria

A investigação empreendida pela pesquisa permitiu constatar que, de uma forma quase totalmente constante, percebe-se a manifestação de um discurso imediato do professor, muito claro e explícito, tentando valorizar o ensino da geometria euclidiana plana e espacial em todos os níveis de escolaridade. Todos os professores que participaram da pesquisa foram unânimes em afirmar que o conteúdo estudado em geometria é importante para a formação do aluno do Ensino Fundamental. Na tentativa de buscar a fundamentação dessa importância, percebe-se uma grande dificuldade em esboçar suas razões. Os textos analisados deixam transparecer que a geometria é importante simplesmente por ser importante, porque a matemática é importante. A fundamentação aparece, portanto, de uma forma muito interna e não se mostra como uma questão mais ou menos transparente na consciência docente.

Há uma distância muito nítida entre o discurso externo manifestado pelas palavras, frases e expressões valorativas e o significado essencial desse texto para sua própria consciência educacional. Por exemplo, para esses professores, o ensino da geometria pode até apresentar uma "importância" destacada em relação até mesmo a outros conteúdos da matemática, mas o significado mais íntimo desta importância não é sintetizado em seu texto. Esta incongruência entre aquilo que é expresso e o seu significado essencial deixa transparecer uma certa angústia em ter um contato mais íntimo com as noções geométricas. O desejo de oferecimentos de mais cursos de formação continuada mostra esta necessidade manifestada pelos professores. É esta realidade de formação que leva a uma conseqüente carência de significado para a disciplina que ele tenta ensinar.

As razões enumeradas para o ensino da geometria, mesmo ficando mais num plano puramente externo, tentam argumentar sua importância para o "desenvolvimento do raciocínio" do aluno, para a aplicação em outros conteúdos e ainda sua utilidade para as situações práticas da vida. É evidente que toda aprendizagem significativa, quer seja em matemática ou em qualquer outra disciplina escolar, pode contribuir para o

desenvolvimento do raciocínio. Mas, o que seria uma aprendizagem significativa em geometria? Com certeza não é a polarização do ensino da geometria apenas na memorização de fórmulas e em sua abordagem calculista que possibilita esse desenvolvimento do raciocínio. Há uma preocupação quase que constante com os valores puramente pragmáticos da geometria. Assim, é natural que, na tentativa de melhoria desse ensino, não se possa fugir da realidade vivencial do professor e do aluno, do nível embrionário das idéias abstratas e da construção conceitual a partir do imediato.

O desafio maior é simplesmente partir desta realidade e conduzir o processo na direção de uma construção do conhecimento geométrico, sem perder de vista sua finalidade maior, que é a educação do homem.

A análise dessas observações permite, no mínimo, desvelar um horizonte muito mais amplo em torno dessa questão preliminar que conduziu a pesquisa, ou seja, o problema da justificativa educacional do ensino da geometria e, conseqüentemente, do ensino do seu raciocínio lógico-dedutivo. Percebe-se a existência de problemas nada evidentes e imediatos, que apresentam uma multiplicidade de aspectos de ordem matemática, científica, educacional e, portanto, social e política. A redução dessa estrutura fenomenal a uma única dimensão não permitirá o acesso à essência da questão. Por exemplo, pretender reduzir esses desafios a uma questão de formação dos professores leva necessariamente a indagar que formação é essa. Qual a dimensão que se dá a esse processo de formação? Poderia se falar em prioridades nesta formação?

3. Dificuldades do ensino da geometria

Há uma **concepção pragmática** no ensino da geometria que acaba sendo determinante no enfoque de seus valores educacionais. Isto mostra que o significado atribuído ao conhecimento geométrico, por esses professores, se limita quase que somente a um aspecto pré-categorial, pois percebe-se uma tentativa de esboçar algumas idéias mais gerais e abstratas, porém ainda fortemente aprisionadas ao mundo dos objetos concretos. A concepção da geometria como um conteúdo essencialmente abstrato nem sempre corresponde ao vivenciado pelo professor, que freqüentemente se refere a esse conhecimento como aquele estritamente ligado aos objetos físicos através do reconhecimento de formas e do cálculo de comprimentos, áreas e volumes. A

predominância desse aspecto experimental acaba determinando uma visão inadequada dos valores dos processos dedutivos da geometria. O máximo que se pode esperar é que esses procedimentos do pensamento dedutivo seriam apenas para a justificação de algumas fórmulas, ou a verificação da validade em casos particulares. De um modo geral não há, portanto, uma compreensão da demonstração geométrica enquanto recurso teórico de validação do conhecimento geométrico.

Uma segunda dificuldade que está essencialmente associada a esta concepção pragmática é a opinião, quase que constante, a respeito de que os problemas do ensino da geometria poderiam se restringir a um aspecto puramente formal, metodológico e externo. Nesta perspectiva enganosa, a **metodologia de ensino** da geometria poderia superar todas essas dificuldades. O abstrato e o geral dos conceitos geométricos seriam prontamente alcançados pelos recursos concretos, tais como alguns materiais didáticos e outros aspectos relacionados com a forma ou estética. Trata-se de uma crença infundada, uma vez que a dinamização de procedimentos metodológicos mais compatíveis, mesmo possibilitando uma aprendizagem mais significativa, de forma isolada, não resolve a questão didática do ensino da geometria.

Em paralelo a estas dificuldades é possível destacar, de uma forma muito clara, a existência de um certo reconhecimento, por parte destes professores, quanto às suas próprias **deficiências de formação**. Tanto no que diz respeito às questões de conteúdo, quanto de suas formas de apresentação didática, os professores, geralmente, manifestam um interesse de se inserirem num processo de formação que lhes permita transpor sua realidade pedagógica. No reconhecimento dessa deficiência está implícito que o ensino da geometria não está sendo desenvolvido de uma forma adequada.

Segundo esses professores, o ensino de geometria se constitui mesmo num dos pontos mais críticos da educação matemática escolar. Algumas vezes os livros didáticos são também citados como co-responsáveis por essa situação, por apresentarem a geometria em seus últimos capítulos. Mas tanto a possibilidade de uma leitura crítica dos livros didáticos, como também dos programas curriculares, convergem para uma problemática que está diretamente associada às questões de sua formação técnica educacional.

Do ponto de vista das concepções dos alunos, Sales A. (1996) mostra que, em relação à oitava série do Ensino Fundamental, há uma predominância quase que

exclusiva de um nível não categorial de um conhecimento geométrico, onde o aspecto material das formas geométricas e suas representações planas por um desenho acabam constituindo o objeto de interesse principal. O problema da generalidade e da abstração geométricas é totalmente reduzido ao caso particular e concreto dos desenhos ou dos objetos materiais. Um nível elementar de domínio conceitual e a compreensão de definições e propriedades são dificilmente encontrados no raciocínio destes alunos.

4. Um significado para as demonstrações geométricas

No que diz respeito mais especificamente à importância dos procedimentos de provas utilizados em geometria para a formação de alunos de primeiro e segundo graus, foi possível desvelar um outro significado concernente à expressão "demonstração geométrica", essencialmente diferente daquele definido pelos discursos da matemática formal. Foi observado que as demonstrações geométricas podem ser concebidas muito mais como **um produto final do que como um processo de raciocínio lógico-dedutivo**. O discurso dos professores permite identificar uma convergência de concepções ligadas à compreensão do mundo e às propriedades geométricas dos objetos que o compõem. Assim sendo, quando o professor afirma que as demonstrações geométricas servem para "aprender com mais facilidade", ou para "visualizar melhor a geometria", ou ainda para possíveis "aplicações na vida diária", fica evidenciado que essas afirmações não se referem ao processo mental de demonstração de teoremas, o qual é de natureza essencialmente abstrata. Desta forma, a concepção de demonstração que está implícita é aquela na qual, a partir do produto, ou seja, de uma propriedade geral, que poderia ser o enunciado de um teorema, verifica-se sua validade sobre figuras particulares do mundo físico. Neste sentido observa-se que o ponto de partida são as propriedades gerais, as quais, para serem aceitas pelos alunos, deveriam ser comprovadas experimentalmente.

No significado das demonstrações geométricas pode estar, portanto, implícita a ausência de um processo mental de raciocínio dedutivo. Percebe-se que o que está sendo valorizado não é o processo dedutivo, onde as afirmações seriam organizadas e encadeadas de maneira lógica para a produção de novas afirmações. Ao contrário disso, o que está lá subentendido é que a comprovação das propriedades se dá no campo experimental, através da utilização de instrumento de medida, da observação direta de

figuras ou ainda pela utilização de materiais concretos. Esta constatação é ainda confirmada quando os professores dizem que, em relação ao primeiro grau, o ensino das demonstrações não seria um conteúdo muito complexo e abstrato. Ora, o que ocorre na realidade é exatamente o contrário; o trabalho envolvendo a organização do processo lógico-dedutivo não é nada evidente e representa um dos maiores desafios pedagógicos nesse nível da escolaridade. Isto mostra que há, portanto, um outro significado de natureza bem mais concreta tentando compreender a função das demonstrações geométricas através da experiência envolvendo objetos do espaço físico.

Para uma compreensão melhor do problema do ensino das demonstrações, é necessário uma vez mais proceder uma volta às questões de formação do professor para o ensino da geometria dedutiva. Em vários pontos dos discursos analisados transparece, de uma forma muito clara, que o professor, normalmente, tem uma certa consciência de sua carência de formação para trabalhar com geometria e em particular com geometria dedutiva. Foi possível verificar que todos os professores que participaram da pesquisa concordam com o fato de que os livros didáticos "não apresentam demonstrações de teoremas" e que, além disso, nos cursos de formação de professores de Matemática também "não se ensina geometria demonstrativa". Não é difícil verificar, no entanto, que a maioria desses livros didáticos, normalmente, apresenta algumas demonstrações de teoremas, mesmo que essas poucas demonstrações pareçam não ser "as demonstrações" mencionadas e esperadas pelos professores. Com relação aos cursos de graduação, sabe-se que normalmente são poucas as disciplinas da área de geometria, mas nelas, normalmente, é dada maior ênfase para a organização dedutiva da geometria. Assim sendo, provavelmente os argumentos descritos pelos professores se referem às demonstrações geométricas numa acepção diferente daquela vista na linguagem matemática.

5. Em busca de uma síntese compreensiva

A tentativa de busca de um significado para o ensino da geometria e, em particular, dos procedimentos de utilização do raciocínio lógico-dedutivo, através dos atos intencionais do professor de Matemática, foi o objeto principal desta investigação. A interpretação do discurso descritivo do professor levou à constatação de que, no contexto da atual realidade da educação matemática, esse fenômeno se constitui de uma

natureza essencialmente polissêmica, apresentando uma estrutura composta de aspectos múltiplos. O processo de formação do professor de matemática é apenas uma componente dessa estrutura fenomenal. Mas esse próprio processo, em si mesmo, é também constituído por uma diversidade de aspectos relevantes para a compreensão das questões propostas por essa pesquisa. Na própria concepção de ciência, que fundamentaria essa formação do professor, deve-se destacar um duplo desafio: Por um lado, trata-se da necessidade de empreender um esforço considerável para não reduzir essa ciência, que no caso dessa pesquisa é a Geometria Euclidiana Plana e Espacial, a uma dimensão empírica e subjetiva, que induziria à ilusão da possibilidade de um ensino centrado somente no nível intuitivo e experimental. Por outro lado, se impõe a necessidade de buscar, na prática pedagógica, uma abordagem de ciência de forma não polarizada e exclusivamente voltada para uma visão objetiva, autônoma e desvinculada do mundo da vida, com o risco de se cair num formalismo vazio desprovido de um sentido educacional para o homem encarnado e situado.

Em síntese, o ensino da geometria, quer seja no Ensino Fundamental ou Médio, deve contemplar uma valorização mais significativa do trabalho pedagógico com o processo de validação do conhecimento geométrico. Acreditamos que a prática de produção e de reprodução de provas e demonstrações geométricas, neste nível de escolaridade, contribui de uma forma importante para a formação de um tipo de raciocínio fundamental à construção do conhecimento científico. Por outro lado esta pesquisa revelou que a maioria dos professores pesquisados não tem uma visão da importância lógico-dedutiva e, conseqüentemente, retorna-se às questões essenciais que estruturam o atual processo de formação desses professores.

Referências Bibliográficas

ARSAC, G. **L'origine de la démonstration: essai d'Epistémologie didactique**, in Recherches en Didactique des mathématiques, n. 08, Paris, 1987.

BALACHEFF, N. **Processus de preuve et situations de validation**. Educational Studios, Vol. 18, n° 2, Paris, 1987.

BICUDO, M. A. V.; ESPÓSITO, V. H. C. **A Pesquisa Qualitativa em Educação**. Editora da Unimep, Piracicaba, 1994.

GARNICA, A. V. M. **Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática**. Tese de doutorado, UNESP, Rio Claro (SP), 1995.

HUSSERL, E. **L'idée de la Phénoménologie**. Press Universitaire Française, Paris, 1970.
LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria. **A Educação Matemática em Revista**, n° 4, São Paulo, 1995.

MAGALHÃES DE FREITAS, J. L. **L'Activité de validation lors du passage de l'arithmétique à l'algèbre**: une étude des types de preuves produites par des élèves de collège/lycée. Tese de Doutorado, Universidade Montpellier II, 1993.

, J. e alii. **Temas Fundamentais de Fenomenologia**. Editora Morais, São Paulo, 1984.

MERLEAU-PONTY, M. **O Primado da Percepção e suas consequências filosóficas**. Editora Papirus, Campinas, 1990.

PAIS, L.C. **Représentation Plane des Corps Ronds dans l'enseignement de la géométrie au collège**: pratiques d'élèves et analyse de livres, Tese de Doutorado, Universidade de Montpellier II, 1991.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, n 01, Campinas, 1993.

PEREZ, G. A Realidade do Ensino de Geometria no 1° e 2° graus no Estado de São Paulo. **A Educação Matemática em Revista**, n 04, São Paulo, 1995.

REZENDE, A. M. **Concepção Fenomenológica da Educação**. Editora Cortez, São Paulo, 1990.

SALES, A. **O Ensino da Matemática no Primeiro Grau: um estudo sobre o significado geométrico para alunos da 8a série**. Dissertação de Mestrado em Educação UFMS, Campo Grande, 1996.