



Conceitos e Habilidades Espaciais Requeridos pelas Questões de Geometria do ENC/ENADE para a Licenciatura em Matemática

Concepts and Spatial Abilities Required for Geometry Questions on the ENC/ENADE for University Students in Mathematics Teaching Programs

Odaléa Aparecida Viana¹

Resumo

Este trabalho analisa as questões de geometria espacial constantes nas provas do Exame Nacional de Cursos - ENC — e do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes - Enade — de 1998 a 2005, quanto ao tipo de enunciado e à estrutura conceitual requerida. As categorias de análise foram formadas tendo como base estudos da psicologia cognitiva acerca dos níveis de formação conceitual, do componente espacial da habilidade matemática e do modelo de formação e manipulação de imagens mentais. Verificou-se que a maioria das questões apresenta enunciado verbal e requer nível intermediário de conceituação, mas exige operações mentais relativas à habilidade espacial.

Palavras-chave: Psicologia da Educação Matemática. Habilidade Espacial. Ensino de Geometria. Enade.

Abstract

This study analyzes the spatial geometry questions included in the National Examination of Courses (ENC) and the National Examination of Student Performance (Enade), from 1998 to 2005, with respect to the kind of statement and to the conceptual structure required. The categories of analysis were based on studies in cognitive psychology

¹ Doutora em Educação pela Unicamp, na linha de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática. Professora da Universidade Federal de Uberlândia, Campus do Pontal, Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, Curso de Matemática. Endereço para correspondência: Av. José João Dib, 2545, Bairro Progresso, Ituiutaba, MG. CEP: 38304-246. E-mail: odaléa@pontal.ufu.br.

concerning levels of conceptual formation, the spatial component of mathematical ability, and the model of formation and manipulation of mental images. It was found that the majority of questions present verbal statements and require intermediate level of conceptualization, but demand mental operations related to spatial ability.

Keywords: Psychology of Mathematical Education. Spatial Ability. Geometry Teaching. Enade.

Introdução

O desempenho de alunos do ensino básico ou do superior em provas com conteúdos de geometria é influenciado por muitas variáveis, entre elas as que se referem aos conceitos e aos procedimentos aprendidos, além de outras e outras que dizem respeito às habilidades espaciais.

As relações entre habilidade e desempenho escolar são temas de estudos para a área da psicologia da educação matemática, sendo encontrados vários trabalhos confirmando a influência do raciocínio espacial no desempenho de alunos em tarefas de geometria (BATTISTA; CLEMENTS, 1996, BATTISTA; WHEATLEY; TALSMA, 1982, BISHOP, 1990).

A geometria escolar do ensino básico compreende o estudo das formas dos objetos do espaço físico, das relações e das transformações que foram formalizadas em um sistema matemático axiomático, construído para representá-las. Já o raciocínio espacial consiste em uma série de processos cognitivos pelos quais representações mentais para os objetos, relações e transformações são construídas e manipuladas.

O raciocínio espacial é essencial para o pensamento científico, pois permite ao homem formar modelos do mundo físico através de representações visuais mentais e operar utilizando esses modelos. Essa habilidade seria um tipo de inteligência verificada em indivíduos com capacidade de perceber o mundo com precisão, de realizar transformações sobre uma percepção inicial, de ser hábil em recriar formas mesmo na ausência de estímulos físicos, não se valendo apenas de sua experiência visual.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999) confirmam a importância das habilidades de visualização na construção

de modelos para interpretação de questões de matemática e de outras áreas do conhecimento. O documento anuncia, por exemplo, a competência para perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, nos mapas e na tela do computador e os objetos que lhes deram origem, além de conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades, a partir dessas representações. Afirmam que essas habilidades são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências, em especial a Física.

No ensino médio, é comum encontrar livros didáticos de Biologia com desenhos que representam secções planas de formas tridimensionais como células, órgãos da anatomia humana e partes de vegetais. A interpretação dessas secções para entendimento da estrutura interna daquelas formas requer habilidade espacial. Assim também acontece nas aulas de Física, quando é preciso imaginar os movimentos de partículas eletricamente carregadas dentro de campos magnéticos tridimensionais. Também nessa disciplina, muitos problemas relativos à mecânica ou à ótica exigem habilidades para a formação de imagens mentais visuais e para a representação pictórica dessas imagens.

Nos cursos de nível superior da área de ciências exatas, é comum o aluno ter dificuldade para resolver problemas nas disciplinas de geometria analítica e geometria descritiva. As dificuldades não se referem apenas ao cálculo em si, mas às representações geométricas que devem ser feitas e que requerem habilidades espaciais (BALOMENOS; MUNDY; DICK, 1994).

A habilidade visual pode relacionar-se à solução de problemas de matemática, conforme apontam os estudos de Krutetskii (1976). A capacidade de transformar relações abstratas da matemática em representações visuais, durante a solução de problemas matemáticos, seria característica de sujeitos com “mente geométrica”. Pessoas com essa característica teriam habilidade para pensar logicamente na área de relações espaciais, obtendo êxito na solução de problemas matemáticos com o uso de esquemas gráficos. Além disso, conseguiriam “ver mentalmente” figuras e relações e teriam um bom desenvolvimento dos conceitos espaciais.

Com base nessa teoria, o estudo de Viana (2005) denominou de “componente espacial da habilidade matemática” o conjunto de operações mentais relativas à capacidade de lidar com conceitos e representações

geométricas espaciais. Foram identificadas as operações de contagem de cubos, de identificação de polígonos no espaço, de secção, de planificação, de projeção e de revolução de sólidos geométricos, todas evidenciadas na solução de tarefas propostas a alunos do ensino médio. Verificou-se também que o desempenho nessas tarefas estava correlacionado com o raciocínio espacial e o com o desempenho escolar em geometria. As operações citadas são utilizadas para a análise de dados da presente pesquisa.

Voltando a atenção para os cursos de Licenciatura em Matemática, a experiência tem mostrado que vários conceitos e procedimentos relativos à geometria espacial do ensino básico não estão plenamente formados pelos estudantes desses cursos. Em várias disciplinas, para a compreensão das definições e das demonstrações propostas em aula pelo professor, é necessário um nível de formação conceitual muito acima daquele em que se encontram os alunos.

Além disso, verifica-se que a solução de vários problemas de geometria espacial requer a habilidade para formar e manipular imagens mentais. Em algumas situações os alunos não demonstram possuir o raciocínio espacial necessário para a solução de questões geométricas e este fato pode comprometer a sua atuação como professores do ensino básico.

A avaliação de competências e habilidades relativas ao perfil do estudante de matemática é feita atualmente pelo Exame Nacional do Desempenho de Estudantes (Enade), que integra o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (Sinaes). Uma rápida análise dos conteúdos abordados pelas questões das provas do Exame Nacional de Cursos (ENC), antigo Provão, e do atual Enade, feitos a partir de 1998, permite verificar que existem questões que se referem à geometria básica e que requerem a habilidade espacial para a sua solução. Considera-se importante conhecer melhor os problemas que avaliam o conhecimento geométrico dos alunos da Licenciatura de Matemática, desde a forma de apresentação de seus enunciados até as estruturas exigidas para a sua solução.

Assim, esta pesquisa teve por objetivo analisar as questões das provas ENC/ENADE que tinham como conteúdo a geometria espacial. Buscou-se identificar a estrutura conceitual, o nível de formação de conceitos geométricos

e as habilidades de formação e manipulação de imagens mentais requeridas no processo de resolução de cada questão selecionada.

Acrescenta-se que as análises feitas poderão ajudar os professores e os pesquisadores na elaboração de provas (provas escolares, Enade, vestibulares, concursos, instrumentos de pesquisa etc.) com conteúdo referente à geometria espacial.

Exame Nacional de Cursos e Exame Nacional de Desempenho de Estudantes

A avaliação do ensino no Brasil tem-se tornado alvo de atenção em razão da divulgação dos resultados de vários tipos de exames (Saeb, Prova Brasil, Enem e Enade) aplicados a estudantes dos vários níveis de ensino.

O Exame Nacional de Cursos – ENC –, também chamado de “Provão”, teve seu processo iniciado em 1995 com a Lei 9.131 (BRASIL, 1995). A prova foi aplicada a todos os estudantes concluintes de campos de conhecimento pré-definidos, no período de 1995 – com apenas três áreas de conhecimento testadas – a 2003, em que foram testadas vinte e seis áreas.

O ENC teve larga aceitação pela sociedade em geral, mas foi veementemente criticado por muitos membros da comunidade acadêmica e por especialistas em avaliação, conforme apontam Verhine, Dantas e Soares (2006).

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior – Sinaes – foi implantado pela Lei N° 10.861, de 14 de abril de 2004 (BRASIL, 2004). O Artigo 1° institui o Sinaes com o objetivo de assegurar processo nacional de avaliação das instituições de educação superior no âmbito federal, os cursos de graduação e o desempenho acadêmico de estudantes. O documento aponta como objetivos gerais do Sinaes a melhoria da qualidade da educação superior, o aumento permanente da sua eficácia institucional e efetividade acadêmica e social e a orientação da expansão da oferta de vagas.

O Sinaes é denominado sistema, pois integra os diversos instrumentos, momentos e espaços da avaliação com base em uma concepção global, articulando regulação e avaliação. O sistema é nacional e combina aspectos

gerais com o respeito à identidade e à diversidade das instituições de educação superior do país.

A proposta do Sinaes é integrar de forma harmônica as várias dimensões – internas e externas, particular e global, somativa e formativa, qualitativa e quantitativa – componentes da avaliação e seus diversos objetos e objetivos.

Faz parte do sistema o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (Enade), que tem por finalidade verificar as habilidades acadêmicas, as competências profissionais básicas das áreas e o conhecimento de conteúdos básicos e profissionalizantes, além de avaliar o desempenho em questões transdisciplinares.

São instrumentos do Enade: a prova; o questionário socioeconômico; o questionário de impressões sobre a prova e o questionário aos coordenadores de curso.

O exame, com aplicação trienal por grupos de áreas, utiliza processo de amostragem que inclui estudantes do primeiro e do último ano dos cursos para analisar as mudanças e os ganhos do estudante ao longo de sua trajetória acadêmica, o que possibilita ao Enade considerar o quanto a instituição de educação acrescenta ao longo do curso (LIMANA; BRITO, 2005).

Quanto aos conteúdos requeridos pelo ENC e pelo Enade, as diretrizes das provas ENC enumeram várias habilidades, entre estas a capacidade de visualizar e representar formas geométricas e também de interpretar dados, elaborar modelos e resolver problemas.

Já a matriz de competências e habilidades do Enade – Matemática – de 2005² e de 2008³, aponta, entre outras, a capacidade para utilizar conceitos e procedimentos matemáticos para resolver problemas e interpretar suas soluções. Também é considerada a competência para utilizar diferentes representações para um conceito matemático, transitando por representações simbólicas, gráficas e numéricas. Entre os conteúdos propostos, destaca-se a geometria espacial (sólidos geométricos, áreas e volumes), assunto de interesse

² Portaria Inep nº 176, de 24 de agosto de 2005, publicada no Diário Oficial de 26 de agosto de 2005, seção 1, p. 63

³ Portaria Inep nº 132, de 07 de agosto de 2008, publicada no Diário Oficial de 11 de agosto de 2008, seção 1, p. 13

neste trabalho.

A literatura aponta que os conceitos de habilidade e competência nem sempre são utilizados pelas pessoas com o mesmo significado. Este trabalho tem como base a psicologia cognitiva que, conforme Limana e Brito (2005), trata a competência como um processo de agir de maneira reflexiva e eficaz em um determinado tipo de situação, apoiada em um conjunto articulado e dinâmico de conhecimentos, saberes, habilidades e atitudes.

Assim, considerando que, para resolver as questões específicas de geometria espacial, fosse requerido um conjunto articulado de conhecimentos e de habilidades em geometria, objetivou-se, com este trabalho, analisar a estrutura conceitual e as habilidades requeridas pelas questões de Matemática do ENC/Enade.

Os níveis de formação conceitual em geometria espacial

Este trabalho baseia-se nos fundamentos teóricos da psicologia cognitiva, em especial da linha do processamento da informação, que tentam explicar os processos que subjazem ao pensamento inteligente, como aqueles relativos à percepção, à representação, à formação conceitual e à habilidade na solução de problemas matemáticos.

As questões que requerem estrutura geométrica podem ser analisadas pelo nível de formação conceitual de acordo com o modelo de Van Hiele (1986), amplamente utilizado em pesquisas acerca da aprendizagem em Geometria. Segundo o modelo, existem cinco níveis de compreensão, e os alunos progridem nesta seqüência hierárquica enquanto aprendem geometria:

O nível 1 é o de reconhecimento: neste estágio inicial, o aluno percebe os conceitos geométricos como entidades totais; não identifica componentes ou atributos.

No nível 2, ou de análise, o aluno reconhece as partes de uma figura, começa a analisar as suas propriedades e utiliza algumas delas para resolver certos problemas.

É no nível 3 que o aprendiz é capaz de explicar relações entre propriedades, tanto das figuras quanto entre elas, e de formar classes de figuras.

Consegue entender a importância de definições acuradas, acompanha e formula argumentos informais. Mas não compreende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas

O nível 4, de dedução, é marcado pela compreensão da dedução como maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Um aluno nesse nível compreende as condições necessárias e suficientes para uma afirmação e é capaz de construir demonstrações formais.

Finalmente, no nível 5 o aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, pode estudar geometrias não-euclidianas e comparar diferentes sistemas.

Assim, parte-se do pressuposto de que as questões de geometria que constam das provas a serem analisadas requeiram níveis diferentes de formação conceitual que também são observáveis nas atividades em sala de aula.

A habilidade matemática

No ambiente escolar, embora existam muitos fatores que determinam as diferenças de rendimento em Matemática, podem ser destacadas certas características individuais que foram estudadas pelo psicólogo russo Vadim Andreevich Krutetskii em um amplo programa de pesquisa realizado de 1955 a 1966, tendo como sujeitos crianças escolarizadas. A chamada prontidão para uma atividade foi descrita por Krutetskii (1976) como uma estrutura que envolve as habilidades do sujeito e um conjunto de condições psicológicas — entre estas uma atitude positiva com relação à atividade (interesses, afetos etc.), traços de personalidade, estado mental, conhecimentos, destrezas e hábitos — que permitem a ele ter sucesso na execução de uma atividade ou tarefa.

No caso específico da matemática escolar, o sucesso do indivíduo seria influenciado por sua habilidade matemática, caracterizada pela rapidez, pela facilidade e pela meticulosidade no domínio dos conhecimentos, das destrezas e dos hábitos próprios da Matemática.

O autor identificou quatro componentes básicos da habilidade matemática correspondentes aos processos cognitivos do sujeito durante a

solução dos problemas matemáticos propostos.

O primeiro componente surge no primeiro estágio da atividade mental, chamado de “obtenção da informação matemática”: o aluno entenderia a proposição do problema e a estrutura matemática do mesmo.

O estágio seguinte refere-se ao “processamento da informação matemática” e envolve os seguintes componentes: a) habilidade para pensar logicamente na área das relações espaciais e quantitativas, dos números e dos símbolos alfabéticos e para pensar em símbolos matemáticos; b) habilidade para generalizar de forma abrangente e rápida os conteúdos matemáticos, as relações e as operações; c) habilidade para “resumir” os processos matemáticos e os sistemas correspondentes de operações, além de pensar através de estruturas reduzidas; d) flexibilidade dos processos mentais na atividade matemática; e) inclinação para a clareza, a simplicidade, a economia e a racionalidade da solução; f) habilidade para uma rápida e livre reconstrução do processo mental (reversibilidade dos processos mentais no raciocínio matemático) (KRUTETSKII, 1976).

A “retenção da informação matemática” é outro componente que se refere à memória matemática, isto é, à memória generalizada para relações matemáticas; esquemas de argumentos e provas; métodos de resolução de problemas; e princípios de abordar os problemas.

Finalmente, o autor apontou a existência de um quarto fator, chamado de “componente geral sintético”, ligado à existência de um tipo de “mente” matemática. Utilizando problemas aritméticos, algébricos e geométricos, o autor diferenciou os processos cognitivos que os sujeitos utilizavam para resolvê-los e classificou-os em *viso-pictóricos* e *analíticos*.

De acordo com Krutetskii (1976), os alunos classificados no tipo *geométrico* têm um pensamento caracterizado por um componente *viso-pictórico* muito bem desenvolvido; demonstram grande habilidade em interpretar visualmente uma relação matemática abstrata. Já os representantes do tipo *analítico* não utilizam suporte visual para resolver problemas: resolvem operações relativas à análise de conceitos mais facilmente do que operações relativas à análise de esquemas geométricos ou desenhos.

Portanto, alunos com mente do tipo *geométrico* solucionariam mais

rapidamente as questões que necessitam da habilidade visual; no entanto, poderiam falhar nas tarefas que exigem uma análise mais lógica. Porém, independentemente dos tipos propostos por Krutetskii (1976), indivíduos habilidosos em matemática são marcados por um alto desenvolvimento de conceitos espaciais e podem solucionar as questões mais complexas rapidamente, seja utilizando métodos mais visuais ou mais analíticos.

Viana (2005), com base nos problemas propostos por Krutetskii (1976), buscou melhor entendimento do chamado “componente espacial da habilidade matemática”, investigando algumas operações que explicariam a habilidade de alunos do ensino médio em lidar com questões relativas à geometria espacial. A análise fatorial feita com os dados quantitativos referentes ao desempenho nas tarefas propostas indicou a existência de um único fator responsável por 47,524% da variância total. Isso significa que a prova avaliou a habilidade geral dos sujeitos em lidar com conceitos geométricos espaciais, com base nas tarefas propostas.

A análise qualitativa das operações realizadas pelos sujeitos com melhor e pior desempenho na prova permitiu identificar alguns subcomponentes dessa habilidade, tais como:

a) habilidade para sistematizar a contagem de cubos em um arranjo, organizando os blocos em paralelepípedos ou dividindo o sólido em camadas e representando o número total por uma expressão numérica (adição/multiplicação);

b) habilidade para identificar polígonos resultantes da união de pontos no espaço, identificando congruência dos lados, ângulos retos, paralelismo e perpendicularismo entre segmentos, estabelecendo duas ou mais relações simultaneamente;

c) habilidade para seccionar os sólidos por meio de planos imaginários e representar as secções no plano do papel como se estas fossem vistas de frente, realizando uma série de quatro operações: formação da imagem do plano em uma determinada posição que seccione o sólido, formação da imagem da figura plana obtida pelo limite da intersecção do sólido com o plano imaginário, rotação do plano em que se encontra essa figura e representação externa da figura. Habilidade para imaginar planos horizontais

e verticais com diferentes afastamentos do centro do sólido e também vários planos inclinados em ângulos diversos com o plano da base do sólido, podendo, assim, representar externamente várias secções;

d) habilidade para planificar figuras tridimensionais, seja rebatendo os planos das faces de poliedros, seja desenvolvendo as superfícies laterais de corpos redondos, sendo que os desenhos apresentam simetria ou indicam desdobramentos em continuidade;

e) habilidade para projetar ortogonalmente sólidos formados por cubinhos em qualquer face de um cubo referencial, desprezando cubos sobrepostos; respeitando a posição da face pedida; fazendo o desenho conforme o ponto de vista solicitado; representando apenas sua projeção. Habilidade para projetar ortogonalmente um cubo, mantendo os ângulos retos e também a proporcionalidade dos lados;

f) habilidade para identificar figuras planas geradoras de sólidos de revolução, reconhecendo pontos e linhas mais próximos e mais afastados do eixo de rotação, girando mentalmente o sólido obtido para comparar com o sólido apresentado na tarefa. Habilidade para desenhar figuras planas geradoras de sólidos de revolução, mantendo as medidas adequadas dos lados e dos ângulos dos polígonos, bem como as distâncias das linhas até o eixo de rotação.

Convém lembrar que, embora esses subcomponentes tivessem sido encontrados por meio da análise de dados relativos a alunos do ensino médio, considerou-se que poderiam servir de modelo para analisar as questões das provas ENC/Enade, pois estas tratam de geometria espacial do ensino médio.

Os problemas de Geometria Espacial

Na análise dos problemas que constam de livros, exames vestibulares, concursos e outras provas — e que se referem à geometria espacial — podem ser verificadas três características importantes: uma delas diz respeito à maneira como são apresentadas as informações do problema; a outra se refere ao tipo de estrutura conceitual requerida para solucioná-lo; e a terceira faz referência a algumas habilidades relativas ao componente espacial da habilidade matemática.

Em um problema, é importante o seu enunciado, ou seja, o modo

como é feita a apresentação das informações iniciais e daquelas que indicam as operações necessárias para o processo de solução. Muitos problemas apresentam as informações na forma predominantemente pictórica, em que o próprio desenho (em geral mostrando um ponto de vista em perspectiva) já traz quase todos os dados necessários para a obtenção da informação geométrica e também para o processamento dessa informação. Em outros, a informação é predominantemente verbal, ou seja, os dados do problema aparecem descritos na forma de palavras. Há também os enunciados mistos, em que parte dos dados é dada na forma pictórica e parte na forma verbal.

Para solucionar problemas de geometria é necessário que o aluno tenha formado uma estrutura conceitual. Mas, em muitos casos, a experiência mostra que os alunos sabem os conceitos e os princípios geométricos relativos ao problema, mas erram a resposta porque não dominam cálculo aritmético ou algébrico. Assim, vários são os problemas que, embora envolvam conceitos geométricos relativamente simples, requerem uma estrutura conceitual complexa e predominantemente aritmética ou algébrica. São exemplos desse tipo os problemas cuja solução requer aplicação de fórmulas e cálculo aritmético e/ou algébrico.

Em outros casos, a estrutura requerida é predominantemente geométrica, ou seja, a solução exige que o aluno saiba conceitos e princípios geométricos que, na maioria das vezes, não aparecem explícitos no enunciado.

Outros problemas têm estrutura predominantemente espacial, pois a sua solução requer raciocínio espacial, às vezes dispensando cálculos ou conceitos geométricos mais complexos.

Há ainda os problemas com estrutura mista, que requerem conceitos geométricos, aritméticos e algébricos e também exigem raciocínio espacial.

A habilidade espacial e seus processos

Parece haver consenso entre os psicólogos de que a habilidade espacial se refere à capacidade do indivíduo em lidar com representações mentais visuais. No entanto, a revisão da literatura mostrou que os autores utilizam termos como habilidade, raciocínio, aptidão, percepção, visualização e

representação com vários significados. Verificou-se também que há diversas descrições dos subcomponentes da habilidade e que existem críticas quanto à forma de avaliar as competências dos indivíduos nessa área.

Na definição de habilidade espacial, dois aspectos podem ser considerados: a percepção e a representação mental.

O termo percepção diz respeito ao processo de transformar e interpretar a informação adquirida do meio ambiente através dos órgãos sensoriais e é um dos subcomponentes da habilidade espacial, conforme apontaram Linn e Petersen (1985). Mais do que à capacidade de perceber formas, porém, a habilidade espacial está ligada à manipulação mental das representações dessas formas.

Lohman (1979), citado por Guilford (1982), identificou dois subcomponentes básicos da habilidade espacial: visualização e orientação espacial. A visualização compreende os processos de percepção, codificação e manipulação mental de formas espaciais. Já a orientação espacial refere-se à habilidade de determinar relações espaciais relativas ao próprio corpo, verificáveis em testes que solicitam, por exemplo, que o sujeito antecipe a sua visão de uma dada paisagem, imaginando-se na cabine de um avião.

Primi e Almeida (2000) descreveram que o raciocínio espacial seria avaliado pela capacidade de visualizar, isto é, de criar representações mentais visuais e de manipulá-las, transformando-as em novas representações. Os autores validaram uma bateria de testes para avaliar a inteligência, entre eles o teste de raciocínio espacial.

No presente trabalho, foram buscados elementos para uma melhor compreensão da habilidade do aluno em trabalhar com as figuras geométricas espaciais. Como as figuras são, em si, representações conceituais das formas (a maioria delas sendo tridimensionais), para trabalhar com elas o aluno tem que ter habilidade para criar as representações mentais das formas, manter essas imagens, inspecionar, acrescentar, modificar e relacioná-las com outras figuras. Não foram consideradas, neste trabalho, as habilidades relativas à posição do sujeito em relação aos objetos.

A percepção e a representação das formas

A percepção é um conjunto de processos utilizados para reconhecer, organizar, transformar e interpretar as informações adquiridas do meio ambiente através dos órgãos sensoriais. É possível falar em percepção auditiva, olfativa, do tato ou do paladar, porém, a percepção visual é a mais estudada em Psicologia. Mesmo visualizando imagens bidimensionais, nossa mente é capaz de interpretar o espaço tridimensional, ou seja, de avaliar profundidade, tamanhos, distâncias, movimentos, alteração e constância da forma e outras relações entre os objetos do mundo físico.

As representações mentais são a maneira pela qual o indivíduo torna presentes no pensamento alguns aspectos do meio ambiente, sejam externos ou pertencentes ao seu próprio mundo imaginário. Podem ser classificadas em dois grandes grupos: as representações analógicas, que tendem a ser imagens (visuais, auditivas, olfativas, tácteis ou cinéticas), e as simbólicas, semelhantes à linguagem.

Nas tarefas de Geometria, os alunos se diferenciam quanto ao conhecimento que possuem, seja relativo a conceitos ou a procedimentos. Este conhecimento deve estar relacionado à percepção visual, já que é importante interpretar as figuras que constam nos enunciados das questões. Deve também estar relacionado com a representação mental dessas figuras, uma vez que as estratégias de solução de muitos problemas devem ser encaminhadas a partir da formação dessas imagens.

A teoria de Kosslyn (1995) defende a hipótese de que a imagem mental visual e a percepção compartilham mecanismos comuns. A identificação de objetos e a representação mental do conhecimento visual envolvem processos cognitivos de nível superior que contam com informações a respeito das propriedades dos objetos e dos acontecimentos que estão armazenadas na memória.

O modelo computacional de Kosslyn (1995) explica, com base em aspectos neurológicos, como o organismo processa as informações visuais por meio de certas áreas do cérebro e de suas conexões. Existem sete subsistemas usados para explicar a arquitetura inata que permite ao homem

reconhecer o mundo através da visão. Assim, um indivíduo perceberia um objeto, ou seja, um estímulo visual, utilizando os seguintes subsistemas: (1) campo visual; (2) painel de atenção; (3) sistema de codificação de propriedades do objeto (forma, textura, cor); (4) sistema de codificação de propriedades espaciais (localização e tamanho); (5) memória associativa (para reconhecimento ou identificação); (6) sistema mais complexo de procura da informação (depende de conhecimentos, de experiências e de informações contextuais) e (7) sistema de mudança da atenção (e o processo se reinicia).

Uma imagem mental visual é um tipo de ativação do campo visual não causada por estímulo sensorial imediato. No entanto, os componentes do modelo de Kosslyn para percepção possuem as mesmas propriedades quando são usados para inspecionar um objeto que, em vez de percebido, é visualizado mentalmente. Por exemplo, se for perguntado a um aluno se uma reta r paralela a um plano α será paralela a todas as outras retas desse plano α , é bem provável que ele “olhe” para a imagem e então responda a questão.

As relações entre os planos e as retas parecem ser codificadas pelo sistema de codificação de propriedades espaciais (localização e tamanho). Esse tipo de atividade é evocado no campo visual, pouco importando se por estímulos visuais (percepção) ou da memória (imagem).

No entanto, o sistema não tem exatamente as mesmas propriedades em relação à percepção e à imagem, podendo ser cotadas três diferenças importantes. A primeira diferença é que a imagem mental desaparece, esvanece rapidamente, ao contrário dos perceptos, isto é, das representações baseadas no estímulo visual enquanto o objeto é percebido. É preciso esforço para manter a imagem mental e talvez seja por isso que muitas vezes os alunos têm dificuldades em responder as questões acerca de geometria de posição.

A segunda diferença é que as imagens mentais são criadas a partir de informações armazenadas na memória, e não é o mundo externo que dita o conteúdo de tais imagens, pois estas podem apresentar uma variedade muito grande, sem semelhança alguma com as representações dos estímulos visuais. Como exemplo, é possível para um aluno imaginar uma pirâmide de base estrelada, mesmo que nunca tenha visto essa figura.

Uma terceira diferença seria a possibilidade de transformação das

imagens mentais, pois elas podem distender, girar, ganhar movimentos etc., o que não acontece com os perceptos. Seria difícil ter a percepção de um cone a partir da rotação de um segmento em torno de um eixo, mas é perfeitamente possível formar essa imagem mental.

Uma tarefa de imaginação envolve quatro classes de habilidades: geração ou formação de imagens; inspeção de imagem; manutenção da imagem e a transformação de imagens.

Para inspecionar e transformar uma imagem, parece que sujeitos mais habilidosos não apenas acessariam a informação armazenada, mas conseguiriam iniciar mecanismos para mudar a atenção e, assim, localizar propriedades mais importantes da imagem, relacioná-las, levantar e testar hipóteses; enfim, organizar as informações para poder representá-las, seja apenas mentalmente, seja externamente, na forma pictórica.

De acordo com Viana (2005), sujeitos mais habilidosos em Matemática parecem organizar as relações espaciais mentalmente, sem apoio perceptual. Uma vez que manter as imagens demanda certo esforço, pois estas desaparecem rapidamente, a inspeção das imagens parece ser difícil para um indivíduo que não consegue mantê-las nítidas na memória.

Assim, este trabalho procurou descrever alguns subsistemas mentais propostos pela teoria que seriam ativados para a formação e a manipulação de imagens mentais para a resolução das questões selecionadas para análise.

Metodologia

A pesquisa aqui relatada faz parte de uma investigação⁴ maior que está sendo realizada com alunos da Licenciatura em Matemática.

Este trabalho teve por objetivo analisar as questões de geometria espacial das provas de Matemática ENC/Enade de 1998 a 2005 direcionadas aos alunos da Licenciatura em Matemática, de acordo com os critérios:

⁴ Pesquisa financiada pelo Programa Especial de Pesquisa da Universidade Federal de Uberlândia-PEP/UFU/2007-2009. As questões do ENC/Enade selecionadas para análise foram reaplicadas nos alunos da Licenciatura em Matemática, assim como testes psicológicos de raciocínio espacial, e seus resultados ainda serão tabulados.

Parte dos resultados desta pesquisa foi apresentada no 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática — SIPEMAT: *Matemática formal e Matemática não-formal 20 anos depois*: sala de aula e outros contextos. UFRPE, Recife, julho/agosto de 2008.

a) forma de apresentação das informações (se verbal, pictórica ou mista);

b) estrutura conceitual (geométrica, espacial, aritmética, algébrica) e habilidades espaciais requeridas.

As provas foram consultadas no sítio oficial do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - Inep⁵. As provas ENC continham questões objetivas e discursivas direcionadas a alunos da licenciatura e do bacharelado. Já as provas Enade apresentavam questões objetivas e discursivas de formação geral e de componente específico.

Foram selecionadas questões comuns ao Bacharelado e à Licenciatura e algumas específicas para a Licenciatura, que apresentavam a geometria espacial como conteúdo predominante: ENC dos anos 1998 (n° 16); 1999 (n° 26); 2000 (n° 14 e 15); 2001 (n° 21); 2003 (n° 7) e Enade 2005 (n°35).

Acrescenta-se que não foram selecionadas outras questões que, embora se referissem a figuras geométricas, tinham como conteúdo predominante outro tema matemático, como função, cálculo combinatório e probabilidade⁶.

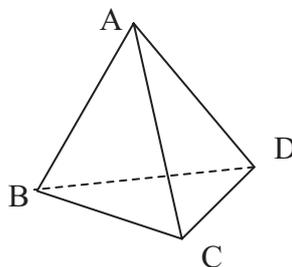
Resultados e discussão

A apresentação de cada questão é seguida de sua análise, de acordo com os critérios estabelecidos no objetivo.

Questão 16 – Exame Nacional de Cursos- 1998 (questões objetivas comuns aos formandos de Bacharelado e de Licenciatura

Na figura acima, ABCD é tetraedro regular. Considere R o ponto médio de BC e S o ponto médio de AD e assinale a afirmativa FALSA:

- (A) AR é altura do triângulo ABC
- (B) RS é altura do triângulo ARD
- (C) RS é mediana do triângulo BSC
- (D) O triângulo BSC é isósceles
- (E) O triângulo ARD é equilátero



⁵ <<http://www.inep.gov.br/superior/provao/>> e <<http://www.inep.gov.br/superior/enade/>>

⁶ Tem-se como exemplo a questão n° 17 do ENC/2002: “Selecionamos ao acaso duas das arestas de um cubo. Qual é a probabilidade de elas serem paralelas?”.

a) Forma de apresentação das informações:

O enunciado da questão refere-se ao conceito de tetraedro regular, sendo uma apresentação verbal. No entanto, a informação é complementada com o desenho do tetraedro em perspectiva e a denotação dos vértices, o que facilita a interpretação do problema. Trata-se, portanto, de uma forma mista de apresentação das informações.

b) Estrutura conceitual requerida:

Para resolver a questão, o aluno deve ter conceitos de geometria espacial (tetraedro regular) e plana (classificação de triângulos, altura e mediana). É preciso reconhecer, nomear e perceber que os tetraedros regulares são formados por triângulos eqüiláteros. Ao ligar alguns vértices com os pontos R e S, o aluno deve formar triângulos e classificá-los em eqüiláteros, isósceles e escalenos, além de reconhecer alturas e medianas e de relacionar algumas propriedades; portanto, a questão requer o nível 3 de formação conceitual em geometria.

A questão classifica-se pela necessidade de uma estrutura espacial. Isso é requerido quando o aluno marca os pontos médios R e S e forma, por exemplo, o triângulo ARD, mostrado na figura.

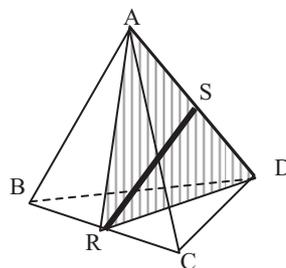


Figura 1. Pirâmide

Quanto ao componente espacial da habilidade matemática, a questão se refere à formação de polígonos no espaço. Assim, para processar a inspeção das imagens dos triângulos - mesmo que estas estejam amparadas na percepção - deve ser acessado o subsistema de codificação de propriedades espaciais (localização e tamanho) e também o sistema mais complexo de procura da informação (depende de conhecimentos, de experiências e de informações contextuais).

O problema requer, portanto, uma estrutura conceitual geométrica (nível 3) e espacial, sendo a formação de polígonos a principal habilidade envolvida.

Questão 26 – Exame Nacional de Cursos- 1999 (questões objetivas comuns aos formandos de Bacharelado e de Licenciatura

Num cubo de aresta a , inscreve-se uma pirâmide regular de base quadrada, de modo que a sua base coincida com uma das faces do cubo, e o vértice da pirâmide, com o centro da face oposta. Então, a aresta lateral da pirâmide mede:

(A) a (B) $a \frac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $a \sqrt{\frac{3}{2}}$ (D) $a\sqrt{2}$ (E) $a\sqrt{3}$

a) Forma de apresentação das informações:

O enunciado da questão não traz figura alguma e refere-se ao conceito de pirâmide regular de base quadrada. Trata-se, portanto, da forma verbal de apresentação das informações.

b) Estrutura conceitual requerida:

Há necessidade de dominar conceitos de geometria espacial (cubo e pirâmide regular de base quadrada) num nível 3, para fazer relações entre as medidas dos lados dos triângulos retângulos que se formam dentro do cubo.

O problema também requer uma estrutura espacial, pois é preciso formar algumas imagens mentais, como a do cubo e da pirâmide regular de base quadrada, conforme a Figura 2. Como são figuras bastante comuns no ensino básico, é possível formar a imagem de cada uma delas, separadamente, por meio do subsistema de ativação de modelo exemplar. No entanto, ao fazer coincidirem as bases e o vértice da pirâmide no ponto médio da face do cubo, é necessário formar um modelo categórico (ou proposicional), que é mais genérico, pois contém informações sobre as propriedades do objeto e as relações entre elas. O problema exige, além disso, estrutura algébrica, já que os alunos devem calcular a medida da aresta AV.

O componente espacial da habilidade matemática nesta questão envolve a formação de polígonos no espaço, uma vez que é necessária a utilização de triângulos, conforme mostra a Figura 2.

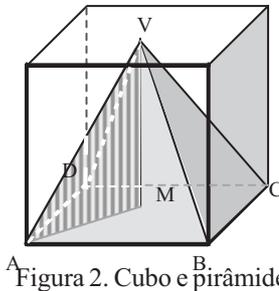


Figura 2. Cubo e Pirâmide

Portanto, o problema requer estrutura conceitual geométrica (nível 3) e estrutura espacial, sendo evidenciadas a formação e a inspeção de imagem, além da estrutura algébrica.

Questão 14 – Exame Nacional de Cursos- 2000 (questões objetivas comuns aos formandos de Bacharelado e de Licenciatura)

Em um cubo, CC' é uma aresta e $ABCD$ e $A'B'C'D'$ são faces opostas. O plano que contém o vértice C e os pontos médios das arestas AB e AD determina no cubo uma seção que é um:

- (A) triângulo isósceles (B) triângulo retângulo (C) quadrilátero
(D) pentágono (E) hexágono

a) Forma de apresentação das informações:

O enunciado da questão não traz figura alguma e refere-se inicialmente ao conceito de cubo. É, portanto, a forma verbal de apresentação das informações.

b) Estrutura conceitual requerida:

Quanto à geometria espacial, o aluno deve, inicialmente, ter conceitos em um nível 2. O problema também requer uma estrutura espacial, pois é preciso formar algumas imagens mentais, como a do cubo com os respectivos vértices e arestas, o que pode ser feito por meio do subsistema de ativação de modelo exemplar. Como é preciso inspecionar essa imagem, é necessário formar um modelo categórico (ou proposicional).

O componente espacial da habilidade matemática refere-se, nesta questão, à secção de sólidos, conforme ilustra a Figura 3.

Pode-se verificar que não basta ao aluno marcar os pontos

pertencentes às arestas, pois este procedimento apenas poderia levar o aluno a optar pela alternativa (A) triângulo isósceles ou (B) triângulo retângulo. No caso, é necessário que sejam estabelecidos os limites da intersecção do plano definido pelo triângulo $M_1 M_2 C'$ com as faces do cubo. Portanto, o aluno deverá ter conceitos relativos às condições de determinação de um plano, a saber: três pontos colineares (postulado); uma reta e um ponto fora dela (teorema); duas retas concorrentes (teorema); e duas retas paralelas (teorema). Isso indica que o nível de formação conceitual exigido para essa questão é o 4, pois há a necessidade de utilizar um raciocínio mais formal para reconhecer que umas propriedades decorrem de outras e de descobrir essas implicações.

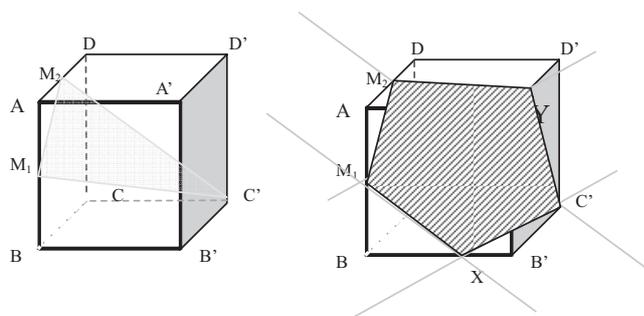


Figura 3. Cubo e os pontos marcados M_1 , M_2 e C'

O problema exige, portanto, uma estrutura conceitual geométrica (nível 4) e espacial, sendo a secção de sólidos a principal habilidade envolvida.

Questão 15 – Exame Nacional de Cursos- 2000 (questões discursivas aos formandos de Licenciatura)

Seja T um tetraedro regular e considere um plano que passa pelos pontos médios das três arestas que formam um dos vértices de T . Este plano divide T em dois poliedros, sendo um deles um tetraedro regular que chamaremos de t . Analogamente, considerando outros três planos relativamente a cada um dos outros vértices do tetraedro, é possível decompor T em quatro tetraedros regulares iguais a t e mais um poliedro, que chamaremos de P .

Responda justificando:

- qual é a forma do poliedro P ?
- qual é a razão entre o volume de T e o volume de t ?

c) qual é a razão entre o volume de P e o volume de t?

d) descreva um material didático na forma de um “quebra cabeça” para montar, constituído por 8 (oito) peças em forma de poliedros, o qual possa ser utilizado para auxiliar o aluno a perceber os fatos geométricos envolvidos na situação descrita anteriormente.

a) Forma de apresentação das informações:

O enunciado da questão não apresenta figuras e refere-se inicialmente ao conceito de tetraedro regular. Apresenta, portanto, as informações de forma verbal.

b) Estrutura conceitual requerida:

Para resolver a questão, o aluno deve, inicialmente, ter conceitos de geometria espacial (tetraedro regular). Ao ligar os vértices e seccionar o tetraedro, deve identificar os sólidos resultantes dos cortes, em um nível que permita relações de propriedades, ou seja, nível 3 de formação conceitual. A questão também se classifica como de estrutura algébrica, pois há a necessidade de estabelecer relação entre os volumes dos sólidos solicitados.

Quanto à estruturação espacial, a questão requer, inicialmente, a formação da imagem do tetraedro regular. A seguir, devem ser identificados o plano determinado pelos pontos médios das três arestas que formam um dos vértices de T e as imagens dos dois poliedros resultantes: um tetraedro regular e o outro poliedro, que será novamente seccionado.

A formação da imagem inicial do tetraedro pode ser feita por meio do subsistema de ativação de modelo exemplar, mas é preciso inspecionar essa imagem, o que torna necessário formar um modelo categórico (ou proposicional), que é mais genérico, pois contém informações sobre as propriedades do objeto e as relações entre estas.

Convém analisar as etapas de formação de imagens que essa questão parece exigir. Ao realizar o primeiro corte sugerido, o aluno deveria reter a imagem da secção triangular obtida, face no poliedro resultante (que deverá ser novamente seccionado). Essa primeira imagem deveria garantir o paralelismo de duas faces: o triângulo secção e uma face original intacta do tetraedro. A seguir, o aluno deveria concluir que, ao final dos cortes, cada face original do tetraedro resultará em um triângulo equilátero com lado

medindo a metade do original. Além disso, é necessário que relacione essa conclusão com a identificação de quatro novas faces e com o paralelismo inicialmente identificado, para chegar à conclusão de que o poliedro formado é o octaedro. Ao que parece, a conclusão final não depende apenas da inspeção de imagens obtidas por meio de ações simples, pois é necessário organizar as ações de maneira lógica, tarefa de um sistema mais complexo de procura da informação, que depende de conhecimentos, de experiências e de informações contextuais.

Para inspecionar e transformar as imagens requeridas nesta questão são necessários mecanismos que organizem as relações de movimentos para seccionar o sólido, para mudar a atenção e, assim, localizar propriedades mais importantes da imagem, relacioná-las, levantar e testar hipóteses. A organização das informações permite a representação do sólido resultante, seja apenas mentalmente, seja externamente, na forma pictórica.

A Figura 4 mostra o tetraedro original, com os cortes, e o octaedro resultante.

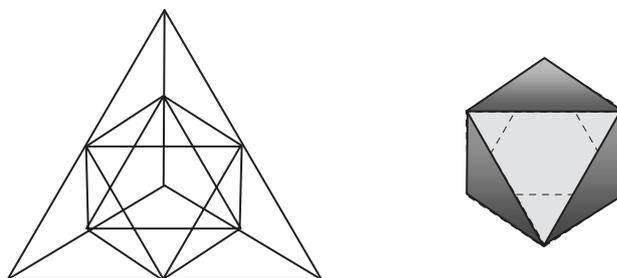


Figura 4. Tetraedro original e octaedro resultante

A questão também exige conceitos relativos à razão de semelhança, pois solicita-se a razão entre os volumes do tetraedro original e do tetraedro obtido que possui arestas com a metade das medidas originais. Se k é a razão de semelhança, então k^3 é a razão entre os volumes, conforme mostra a Figura 5.

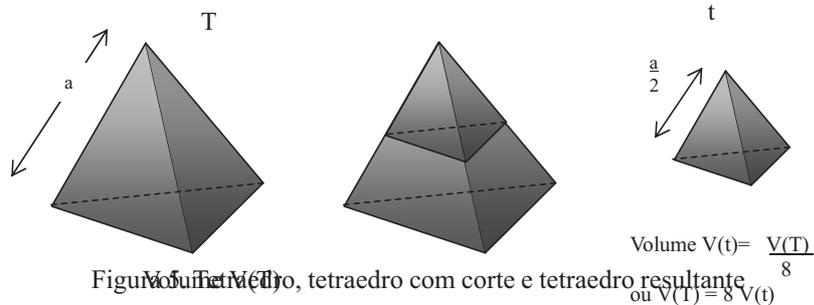


Figura 5. Tetraedro, tetraedro com corte e tetraedro resultante

Assim, o volume do octaedro $V(P)$ resultante de todos os cortes feitos no tetraedro é calculado pela diferença $V(P) = 8 V(t) - 4 V(t) = 4 V(t)$. O nível de formação conceitual requerido é o nível 3, pois a solução exige a capacidade de reconhecer que algumas propriedades são decorrências de outras e também de descobrir tais implicações.

A parte (d) da questão solicita a descrição de um material didático na forma de um “quebra-cabeça” para ser montado, constituído por 8 (oito) peças em forma de poliedros, o qual possa ser utilizado para auxiliar o aluno a perceber os fatos geométricos envolvidos na situação descrita anteriormente.

Assim como na primeira parte do problema, a solução desta parte exige a formação de imagens num modelo categórico (ou proposicional), que é mais genérico, pois contém informações sobre as propriedades do objeto e as relações entre estas.

A inspeção das imagens compreende uma série de ações que devem ser relacionadas de maneira lógica, o que parece ser tarefa de um sistema mais elaborado de busca da informação, pois envolve conhecimentos, experiências e informações contextuais. A Figura 6 e a Figura 7 mostram algumas seqüências de operações mentais requeridas na solução.

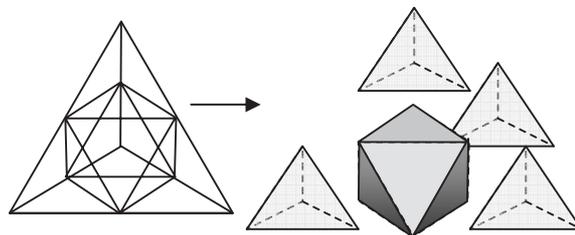


Figura 6. Cortes do tetraedro em octaedro e tetraedros menores

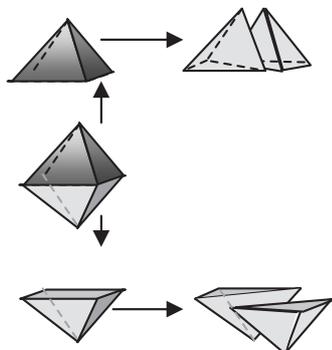


Figura 7. Cortes do octaedro em duas pirâmides de base quadrada e cada uma delas em dois tetraedros com base medindo a metade do quadrado (pela diagonal)

Quanto ao componente espacial da habilidade matemática, a questão se refere à identificação de polígonos resultantes da união de pontos no espaço, em especial ao estabelecimento da relação de paralelismo entre retas. Também se destaca a habilidade para seccionar os sólidos por meio de planos imaginários, realizando duas operações: formação da imagem do plano em uma determinada posição que seccione o sólido e formação da imagem da figura plana obtida pelo limite da intersecção do sólido com o plano imaginário.

O problema exige, portanto, uma estrutura conceitual geométrica (nível 3) e espacial e envolve as habilidades de formação de polígonos e secção de sólidos.

Questão 21– Exame Nacional de Cursos-2001 (questões objetivas aos formandos de Licenciatura)

Quantos planos de simetria há em um cubo?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 9

a) Forma de apresentação das informações:

O enunciado da questão, elaborado na forma verbal de apresentação das informações, não apresenta figuras e refere-se inicialmente ao conceito de cubo.

b) Estrutura conceitual requerida:

O nível de formação conceitual para inicialmente resolver a questão é o 2, já que o aluno deve analisar as propriedades do cubo.

Quanto à estruturação espacial, a questão requer, inicialmente, que o aluno forme a imagem do cubo, cujo processo pode ser feito por meio do subsistema de ativação de modelo exemplar. Para determinar os planos de simetria, é preciso inspecionar essa imagem, sendo assim necessário formar um modelo categórico (ou proposicional), que é mais genérico, pois contém informações sobre as propriedades do objeto e as relações entre estas. As imagens do plano de simetria e das duas partes do cubo poderiam ser representadas externamente por meio de desenhos, conforme mostra a Figura 8.

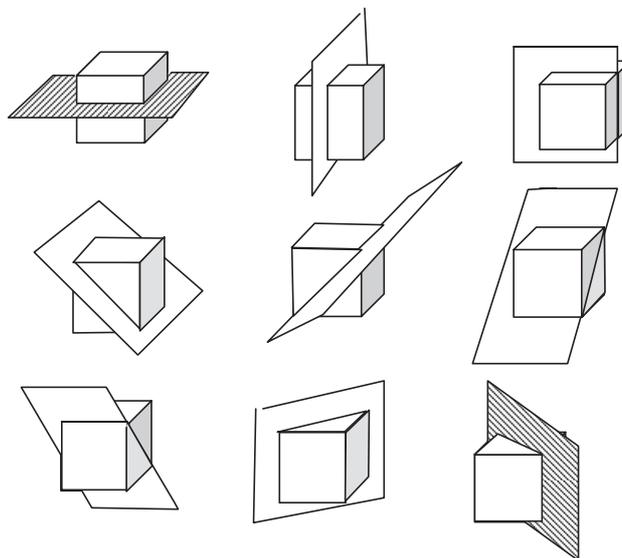


Figura 8. Planos de simetria do cubo

Quanto ao componente espacial da habilidade matemática, a questão abrange a secção de sólidos: é necessária a identificação não dos limites da intersecção de um plano com um sólido, mas dos sólidos resultantes, idênticos e simétricos em relação ao plano.

O problema solicita, portanto, uma estrutura conceitual geométrica (nível 2) e espacial, com habilidades para a formação de polígonos e a secção de sólidos.

Questão 7 – ENC-2003 (questões objetivas aos formandos de Licenciatura)

Um quadrado de lado 2 gira em torno de um de seus lados, gerando um sólido de revolução. O volume deste sólido é igual a

- (A) $\frac{4\pi}{3}$ (B) 2π (C) $\frac{8\pi}{3}$ (D) 4π (E) 8π

a) Forma de apresentação das informações:

Nenhuma figura acompanha o enunciado da questão, que se refere inicialmente ao conceito de quadrado. Trata-se, portanto, da forma verbal de apresentação das informações.

b) Estrutura conceitual requerida:

Para resolver a questão, o aluno deve, inicialmente, ter conceitos de geometria plana em um nível 2 de formação conceitual. O problema também exige uma estrutura aritmética, já que é necessário calcular o volume do cilindro com raio da base medindo 2 e com altura medindo também 2, ou seja: $V = 8\pi$.

O problema exige formação e manipulação de imagem mental. Embora a imagem do quadrado seja formada por meio do subsistema de ativação de modelo exemplar, o movimento de rotação imposto ao quadrado e a sua conseqüente representação mental só são possíveis graças ao subsistema que organiza as representações de relações espaciais coordenadas e ao subsistema que organiza as relações de movimento.

O aluno poderia fazer a representação pictórica externa, conforme mostra a Figura 9. Quanto ao componente espacial da habilidade matemática, a questão se refere à formação de sólidos de revolução a partir de uma figura plana.

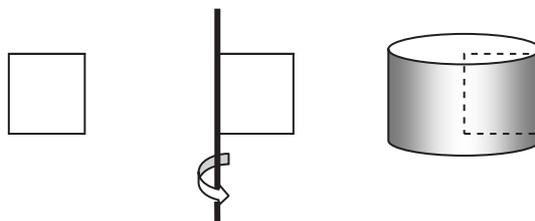
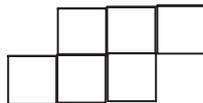


Figura 9. Quadrado, quadrado com eixo de rotação e cilindro obtido

Questão 35 – ENADE 2005 – questões objetivas da Licenciatura

Em uma classe de 6ª série do ensino fundamental, o professor de matemática propôs aos alunos a descoberta de planificações para o cubo, que fossem diferentes daquelas trazidas tradicionalmente nos livros didáticos. Um grupo de alunos produziu a seguinte proposta de planificação:



Ao tentar montar o cubo, o grupo descobriu que isso não era possível. Muitas justificativas foram dadas pelos participantes e estão listadas nas opções abaixo. Assinale aquela que tem fundamento matemático:

- (A) não se pode alinhar três quadrados;
- (B) tem de haver quatro quadrados alinhados, devendo estar os dois quadrados restantes um de cada lado oposto dos quadrados alinhados;
- (C) quando três quadrados estão alinhados, não se pode ter mais os outros três alinhados;
- (D) cada ponto que corresponderá a um vértice deverá ser o encontro de, no máximo três segmentos;
- (E) tem de haver quatro alinhados, e não importa a posição de justaposição dos outros dois quadrados.

a) Forma de apresentação das informações:

O enunciado da questão aborda o conceito de cubo, apresentando também o desenho de uma planificação, o que constitui uma apresentação mista (verbal e pictórica).

b) Estrutura conceitual requerida:

Para resolver a questão, o aluno deve ter conceito de cubo num nível 2 de formação, já que há necessidade de verificar as propriedades que são as seis faces quadradas, os vértices e arestas.

A questão também requer a formação de imagens mentais em movimento, já que é necessário imaginar as ações a serem feitas com a planificação desenhada. A planificação de figuras é um subcomponente da habilidade espacial, conforme indicou Viana (2005). Embora a imagem do cubo possa ser formada por meio do subsistema de ativação de modelo exemplar, o movimento que a planificação exige só ocorre graças ao subsistema que organiza as representações de relações espaciais coordenadas e também

ao subsistema que organiza as relações de movimento.

O Quadro 1 resume as categorias de análise empregadas neste estudo para as questões selecionadas.

Prova	Ano	Questão	Forma do enunciado	Estrutura conceitual	Habilidades espaciais
ENC	1998	Nº 16	Mista (verbal e pictórica)	Geométrica nível 2 Espacial	Formação de polígonos
ENC	1999	Nº 26	Verbal	Geométrica nível 3 Algébrica Espacial	Formação de polígonos
ENC	2000	Nº 14	Verbal	Geométrica nível 4 Espacial	Secção de sólidos
ENC	2000	Nº 15	Verbal	Geométrica nível 3 Espacial	Formação de polígonos Secção de sólidos
ENC	2001	Nº 21	Verbal	Geométrica nível 2 Espacial	Secção de sólidos
ENC	2003	Nº 7	Verbal	Geométrica nível 2 Aritmética Espacial	Formação de sólidos de revolução
Enade	2005	Nº 35	Mista (verbal e pictórica)	Geométrica nível 2 Espacial	Planificação

Quadro 1. Categorias de análises das questões

Considerações

Este estudo verificou que a maioria das questões apresenta nível de formação conceitual inferior a 3. Assim, não exigem uma linguagem formal nem um raciocínio dedutivo em nível complexo.

Verificou-se também que, apesar de algumas questões exigirem estrutura algébrica ou aritmética, todas elas requerem estrutura espacial para sua resolução, ou seja, habilidades para formar e manipular imagens mentais. Além disso, das sete questões analisadas, cinco apresentam o enunciado na forma verbal, sem apoio perceptual de figuras, o que requer habilidades para formar e representar as formas com vistas à resolução dos problemas propostos.

A habilidade para conceitos espaciais foi tratada por Krutetskii (1976) como uma característica individual demonstrada por alunos na resolução de problemas, embora o autor alegue que todos os alunos, com menor ou maior esforço, podem aprender a matemática da escola básica.

Os estudos relativos à psicologia cognitiva também realçam que a

habilidade para formar e manipular imagens mentais se diferencia entre os sujeitos, sendo que os processos de imaginação e percepção compartilham mecanismos comuns.

Sendo assim, este trabalho considera que as questões analisadas das provas ENC e Enade avaliam uma característica relativa mais à habilidade do que propriamente a conceitos e procedimentos. Nas diretrizes do ENC tal fato era previsto quando se anunciava a competência para visualizar e representar formas geométricas, mas nas diretrizes do Enade não há tal especificação.

Foram identificadas, nas questões analisadas, as operações mentais relativas ao componente espacial da habilidade matemática: planificação, secção de sólidos, formação de polígonos e de sólidos de revolução. Mas questiona-se se tais operações são favorecidas nos cursos de Licenciatura em Matemática.

A experiência tem mostrado que em muitos cursos de Matemática os conceitos e os procedimentos relativos à geometria espacial estão em um nível formal de dedução. Raras são as oportunidades que os alunos têm para operar com elementos espaciais, o que poderia favorecer o desenvolvimento de habilidades.

Como implicações deste e de outros estudos nesta linha de pesquisa, conclui-se que a manipulação de formas tridimensionais e a apresentação, aos alunos, de desafios que requeiram a formação e a manipulação de imagens mentais podem ajudar nas competências relacionadas ao raciocínio espacial, exigência requerida pelas questões analisadas.

Referências

BALOMENOS, R. H.; MUNDY, J. F.; DICK, T. Geometria: prontidão para o cálculo. In: LINDQUIST M. M.; SHULTE, A. A. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Higyno H. Domingues. São Paulo: Atual, 2004. p. 240-257.

BATTISTA, M; CLEMENTS, D.H. Student's understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 27, n. 3, p. 258-292, 1996.

BATTISTA, M; WHEATLEY, G.H; TALSMA, G. The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning of preservice elementary teachers. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 13, n.5, p. 332-340, 1982.

BISHOP, A.I. Spatial abilities and mathematics achievement: a review. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 7, p. 23-40, 1990.

BRASIL. Lei nº 9.131, de 24 de novembro de 1995. Altera dispositivos da Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961 e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 24 nov. 1995. Edição Extra, p. 19257. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9131.htm>. Acesso em: 10 out. 2008.

BRASIL. Lei nº 10.861, de 14 de abril de 2004. Institui o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior - Sinaes e dá outras providências. **Leis**, Brasília, DF, 2004. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/10861.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica**, 1999.

GUILFORD, J. P. Cognitive Psychology's ambiguities: some suggested remedies. **Psychology Review**, Washington: American Psychological Association, v. 89, p. 48-59, 1982.

KOSSLYN, S. M. **Image and brain: the resolution of the imagery debate**. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1995.

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Chicago, IL: University of Chicago Press, 1976.

LIMANA, A.; BRITO, M. R. O modelo de avaliação dinâmica e o desenvolvimento de competências: algumas considerações a respeito do Enade. **Avaliação — RAIES**, Campinas, SP, v. 10, n. 2, p. 9-32, 2005.

LINN, M.C.; PETERSEN, A.C. Emergency and characterization of sex differences > a meta-analysis. **Child Development**, Malden, v.56, 1985, p.1479-1498.

PRIMI, R; ALMEIDA, L. S. **BPR-5: bateria de provas de raciocínio: manual técnico**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2000.

VAN HIELE, P.M. **Structure and insight: a theory of Mathematics Education.** Orlando: Academic Press, 1986.

VERHINE, R. E. ; DANTAS, L. M. V.; SOARES, J. F. Do Provão ao Enade: uma análise comparativa dos exames nacionais utilizados no Ensino Superior Brasileiro. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 14, n.52, jul. /set. 2006.

VIANA, O. A. **O componente espacial da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria.** Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

Aprovado em dezembro de 2008

Submetido em outubro de 2008