

FRACTAIS EM GEOGRAFIA: CONCEITOS E PERSPECTIVAS

Thiago Salomão de Azevedo [1]
Anderson L. H. Christofolletti [2]

RESUMO

Este artigo mostra uma revisão da aplicabilidade da geometria fractal em estudos geográficos. A primeira parte deste trabalho descreve os conceitos fundamentais desta teoria. A segunda parte mostra a aplicação da teoria em trabalhos aplicados em geomorfologia, climatologia, ecologia da paisagem e em estudos urbanos.

Palavras-chave: Teoria dos Fractais. Fractal. Geografia. Abordagem Fractal. Análise Geográfica. Ecologia da Paisagem.

ABSTRACT

This paper presents a bibliographical research and about the applications of the fractal approach in the geographical studies. At first we describes some concepts of fractals and after, focuses the works concerned did with Geomorphology, Climatology, Landscape Ecology and Urban Studies.

Key words: Fractal theory. Fractal. Geography. Fractal Approach. Geographical Analysis. Landscape Ecology.

APRESENTAÇÃO

A interdisciplinaridade tem sido bastante discutida nos meios acadêmicos, apresentando-se necessária para a compreensão dos fenômenos físicos, humanos e sociais (CAPRA, 1999). A idéia reducionista da ciência, lentamente, vai dando lugar a uma forma interdisciplinar de pensamento, fundamentada na integração de várias áreas do conhecimento. Nessa nova perspectiva, as concepções mecanicistas cedem espaço a uma concepção holística.

A geografia, em especial, insere-se perfeitamente em tal contexto, pois tem muito a contribuir com as outras ciências, pela inserção da dimensão espacial. A compreensão do espaço é de fundamental importância, pois é através da sua organização que as configurações dos arranjos sociais, culturais e econômicos ganham sentido.

Desta forma, a ciência espacial vem contribuindo com os estudos na geografia, pois não é mais possível estudar os fenômenos político-sociais, econômicos e ambientais, sem levar em consideração a influência que o espaço provoca, assim como o fato de que o espaço é modelado por esses mesmos fenômenos.

Atualmente, uma das ferramentas utilizadas para modelar os fenômenos espaciais é a geometria fractal. Segundo Christofolletti *et al.* (2004), os fractais possuem um amplo campo de aplicação nos estudos geográficos.

Neste sentido, a motivação para a elaboração deste trabalho está baseada no desafio de verificar como a visão holística se insere na ciência geográfica, através da abordagem das técnicas e dos métodos fractais.

UM BREVE HISTÓRICO

A geometria nasceu no Antigo Egito e foi desenvolvida na Grécia. Afora a filosofia e a arte, os principais interesses gregos, foram as construções de palácios, navios e estradas. Para tanto, necessitava-se de regras de física e matemática formuladas pela Academia de Platão, as quais foram familiarizadas com os postulados de Pitágoras e de Arquimedes. As regras são baseadas na geometria euclidiana, e podem ser desenhadas com régua e compasso e, assim, essa geometria nos auxilia a

definir objetos com as suas dimensões topológicas, isto é, linhas, planos e volumes (MONTEIRO, 1997).

Tal geometria, a princípio, foi suficiente para descrever o movimento e a teoria de atração gravitacional de planetas. Galileu e Newton realizaram relevantes esforços para compreender a “mãe Natureza”, mas estiveram equivocados quanto às suas dialéticas. Os objetos euclidianos (triângulos, círculos, esferas, etc.) são inadequados para a descrição das formas de natureza (TAKAYASU, 1990).

No início do século XX, alguns cientistas contemporâneos, como Poincaré, Koch, Hausdorff, Julia, entre outros, podem ser referidos como os pais do “pré-fractal”. Eles descobriram que há outras formas geométricas que não podem ser descritas pela geometria euclidiana. (BOYER, 1974). Segundo Monteiro (1997), estes pesquisadores foram visionários que publicaram diversos trabalhos, mas não puderam convencer a comunidade científica, principalmente os cientistas das áreas aplicadas, porque seus artigos violavam as regras da matemática, tornando-se quase impossível demonstrar suas teorias com as ferramentas de que dispunham na época. Estes objetos ficaram ocultados e eram denominados como “*patologias geométricas*”. Ninguém previu ou associou, naquele tempo, as anomalias geométricas aos pré-fractais (MANDELBROT, 1983).

Contudo, um matemático polonês chamado Benoit Mandelbrot mudou completamente a situação, quando começou a trabalhar na IBM, em 1960. Através da utilização de algoritmos numéricos simples, aquelas formas geométricas puderam ser visualizadas. Para tentar descrever os padrões irregulares e complexos da natureza Mandelbrot (1983), propôs uma nova geometria, cuja alternativa era enxergar a natureza, integrando várias áreas científicas, tendo sido denominada Geometria Fractal ou Teoria dos Fractais.

Segundo Milne (1990) e Li (2000), esta teoria tem se mostrado muito importante na quantificação dos fenômenos geográficos, baseados na estrutura geométrica dos padrões espaciais, ou seja, o espaço pode ser considerado como uma entidade caracterizada por parâmetros geométricos que descrevem um conjunto de processos.

De maneira geral, a teoria dos fractais pode ter um importante papel na construção de uma ciência espacial, porque, além de descrever a complexidade do espaço, essa teoria também providencia uma ponte para a quantificação da heterogeneidade espacial integrando espaço e tempo.

A GEOMETRIA FRACTAL: conceitos fundamentais

A geometria fractal busca considerar parâmetros, propondo uma nova concepção e organização do mundo, desvincilhada da mentalidade linearizada a que costumeiramente estamos sujeitos. (PEITGEN *et al.*, 1992). Nesse contexto, Mandelbrot (1983) nos lembra de que *“nuvens não são esferas, montanhas não são triângulos, árvores não são lisas, nem os raios viajam em uma linha reta”*.

Para nossas mentes habituadas à geometria euclidiana, o conceito de dimensão topológica é dado por valores inteiros, isto é, a representação do espaço que contém um ponto ou uma linha é expressa por um valor numérico real (n); um espaço bidimensional, representado por um plano é expresso por dois números reais (n^2); um espaço tridimensional, representado por um cubo e expresso geometricamente por três valores reais (n^3) (MANDELBROT, 1983).

A dimensão fractal (D) por Mandelbrot (1983) transcende o espaço euclidiano, onde os valores de D completam a dimensionalidade da representação clássica em

números inteiros (PEITGEN et al., 1992). Assim, por definição, um fractal é um conjunto cuja dimensão de Hausdorff–Besicovitch é estritamente maior que a sua dimensão topológica.

De modo genérico, segundo Christofolletti (1999) podemos dizer:

os valores fractais entre 0 e 0,99 correspondem a estruturas com base em pontos, como, por exemplo, dados sobre precipitação em um determinado lugar;

os valores fractais entre 1 e 1,99 correspondem a estruturas espaciais de lineamentos, considerando, por exemplo, as tortuosidades e as sinuosidades das linhas costeiras, assim como os meandros dos cursos fluviais e o formato de bacias hidrográficas;

os valores fractais entre 2 e 2,99 correspondem a estruturas espaciais de fenômenos espacialmente distribuídos na superfície terrestre, incluindo informações de ordem volumétrica. Aplicam-se para este exemplo a modelagem topográfica de bacias hidrográficas.

Os conjuntos fractais possuem duas características importantes que são consideradas como seus verdadeiros atributos: o escalante “*scaling*” e a auto-similaridade (PEITGEN et al., 1992).

O escalante fractal tem a propriedade de apresentar feições similares em diferentes escalas, acompanhado por outro atributo denominado de auto-similaridade. Esse atributo significa que, se ampliarmos uma imagem fractal, verificaremos que a imagem ampliada é uma cópia exata de toda a figura. (STEWART, 1991).

Segundo Mandelbrot (1983), os objetos euclidianos ortodoxos perdem sua estrutura quando ampliados. Um círculo, por exemplo, torna-se uma linha reta visto, de uma distância menor. De maneira geral, segundo Milne (1988), a auto-similaridade significa padrão dentro de padrão, obedecendo a regras de escala “*scaling*”, ou seja, os

objetos auto-similares são idênticos, independentemente da escala, como, por exemplo, as bonecas russas (Figura 1).



Foto: Thiago Salomão de Azevedo, data: 30 de março de 2007.

A figura 2 mostra outro exemplo de auto-semelhança. Notamos que o relevo do litoral contém estruturas encaixadas em outras, ou seja, o relevo do litoral não muda sua aparência quando observado em diferentes escalas.

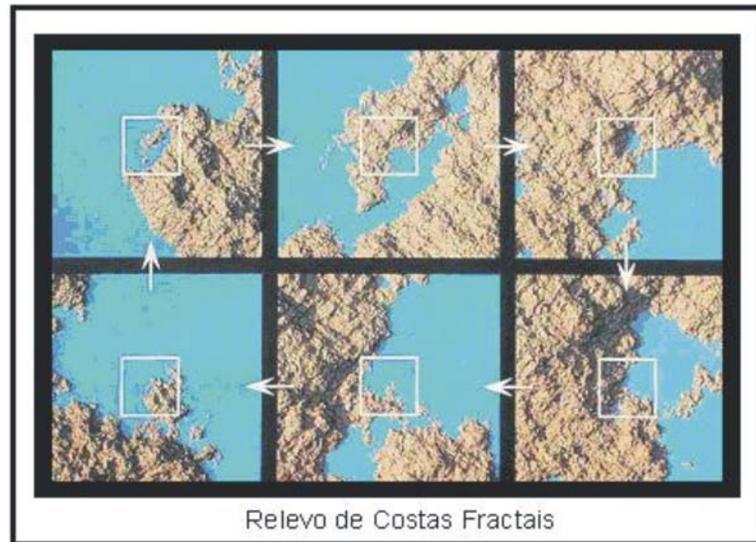


Figura 2: Exemplo de auto-semelhança do relevo de costa.
Fonte: Peitgen et al. (1992).

Segundo Milne (1990), a propriedade de auto-semelhança possui extrema importância na mensuração dos padrões espaciais. Neste nível de compreensão, a estrutura espacial de um fenômeno geográfico em uma dada escala, pode ser extrapolada para outra, isto é, os arranjos espaciais mensurados em uma dada escala, podem apresentar estruturas auto-similares ou equivalentes em outras escalas.

MÉTODOS DE QUANTIFICAÇÃO DA DIMENSÃO FRACTAL

Os métodos de análise fractal podem ser divididos em dois grupos. O primeiro grupo está baseado em entidades discretas, ou seja, os métodos são utilizados para quantificar a complexidade e a diversidade dos arranjos espaciais. O segundo grupo está baseado na representação estatística, isto é, esse método possui a propriedade de descrever a complexidade espacial do mosaico de configurações espaciais (MILNE, 1988). Tais métodos são estruturados em modelos de propagação, pois possuem a

propriedade de estimar, por exemplo, o fluxo do escoamento superficial ou a velocidade de um deslizamento de terra (MILNE, 1990).

Segundo Mandelbrot (1983) e Cressie (1993), os métodos fractais de propagação necessitam aleatoriedade nos processos de estimação, pois consideram outras variáveis para serem determinados. Contudo, quando trabalhamos com métodos fractais de propagação, as ferramentas de geoestatística são as mais adequadas para avaliar essa perspectiva. Nesses casos, os variogramas proporcionam medidas de variância em múltiplas escalas, através da comparação dos valores de uma variável aleatória (dimensão fractal) em dois ou mais pontos separados por um *lag* (unidade) de distância.

Métodos baseados em entidades discretas

a) Relação Perímetro – Área

Este método foi proposto por Clark (1986) *apud* Lam e De Cola (1993) e pode ser expresso por:

$$D = \ln P / \ln (A^{1/2} \times 100)$$

Onde:

$$D = \text{Dimensão Fractal}$$

$\ln P$ = logaritmo neperiano do perímetro

$\ln A$ = logaritmo neperiano da área

Este método baseia-se na relação de que a forma de um polígono varia com a área. Em geral, a área dos fragmentos fractais pode ser expressa como uma função que providencia informações de complexidade (KRUMMEL et al., 1987; MILNE, 1988; LI, 2000).

b) Relação Número – Diâmetro (“Number-Diameter Relationships”)

Esse método descreve a fragmentação de paisagens, através de um índice (MILNE, 1988). Tal relação de número–diâmetro considera que a distância entre a borda e a área central do fragmento pode indicar o grau de complexidade, isto é, a forma e a fragmentação do mosaico da paisagem podem ser mensuradas, quando a complexidade das bordas e o diâmetro dos fragmentos variam. Nesse nível de compreensão, a dimensão fractal pode indicar o grau de perturbação do mosaico da paisagem.

A relação pode ser expressa pela expressão:

$$Nr (\Psi > \lambda) = C \lambda^{-D}$$

Onde:

Ψ = diâmetro
 λ = comprimento de escala
 C = constante

c) Índice de Diversidade

Esse método quantifica a diversidade de habitats de uma paisagem. Para Milne (1988), ele facilita as comparações entre paisagens. Esse índice é baseado no índice de Shannon, e pode ser assim expresso:

$$Hr = H(0) - D \ln r$$

Onde:

D = dimensão Fractal
Hr = Diversidade
r = unidades de áreas da paisagem

Métodos baseados na representação estatística

a) Método de Contagem de Caixas (“Box Counting Method”)

Também conhecido como método de contagem de celas, amplamente utilizado para determinar o grau de complexidade de superfícies e pode ser expresso por:

$$\log N(\lambda) = D \log b(\lambda) + \log C$$

Onde:

D = Dimensão Fractal
N (λ) = Número de caixas preenchidas
b (λ) = Tamanho da Caixa
C = Constante

b) Método do Variograma (“Variogram Method”)

Este método é bastante utilizado para medir a dimensão fractal de superfícies, sendo muito criticado, pois essa metodologia apenas explora os fatores de escala das flutuações verticais, sem considerar os fatores de variância, através da comparação dos valores de uma variável aleatória (dimensão fractal) em dois ou mais pontos separados por um *lag* (unidade) de distância.

Sua expressão é dada por:

$$\log [(Z_p - Z_q)^2] = (4 - 2D) \log d_{PQ}$$

Onde:

D = Dimensão Fractal

Z_p, Z_q = Elevações nos pontos P e Q

d_{PQ} = Distância entre P e Q

APLICAÇÕES DOS FRACTAIS NOS DIVERSOS CAMPOS DA GEOGRAFIA

Em pouco tempo, geometria fractal tem se tornado uma ferramenta utilizada tanto nas ciências puras como nas ciências aplicadas, incluindo a geografia (LI, 2000). Segundo Christofolletti *et al.* (1995), o uso da geometria fractal propiciou maior acessibilidade nos procedimentos analíticos nos diversos setores da geografia. A primeira contribuição mais abrangente sobre a natureza fractal dos fenômenos geográficos foi elaborada por Goodchild e Mark (1987). Mas foi com a obra de Lam e De Cola (1993), que reúne ensaios teóricos e práticos mostrando aplicabilidade dos fractais em diversos setores da geografia, que se pode estabelecer um marco para este tipo de abordagem na ciência geográfica.

Os maiores destaques da utilização dessa abordagem estão correlacionados a estudos climatológicos e geomorfológicos. Contudo, os estudos que contemplam métodos de análise aplicados à análise de paisagens, assim como os relacionados ao estudo da natureza urbana, também têm crescido ultimamente.

Exemplos da aplicação de fractais em geomorfologia

Os primeiros trabalhos utilizando o uso dos fractais nos estudos geomorfológicos datam do início de 1980, segundo Christofolletti e Christofolletti (1994), no entanto, as aplicações mais utilizadas em geomorfologia concentram-se na análise fractal de linhas de costa e na análise fractal da topografia. Um exemplo dessa aplicação pode ser encontrado em Azevedo e Marques (2004), em cujo estudo os autores utilizam a dimensão fractal (D) como um índice de complexidade para caracterizar a morfologia da região Norte e Sul do litoral do Estado de São Paulo (Figura 3).

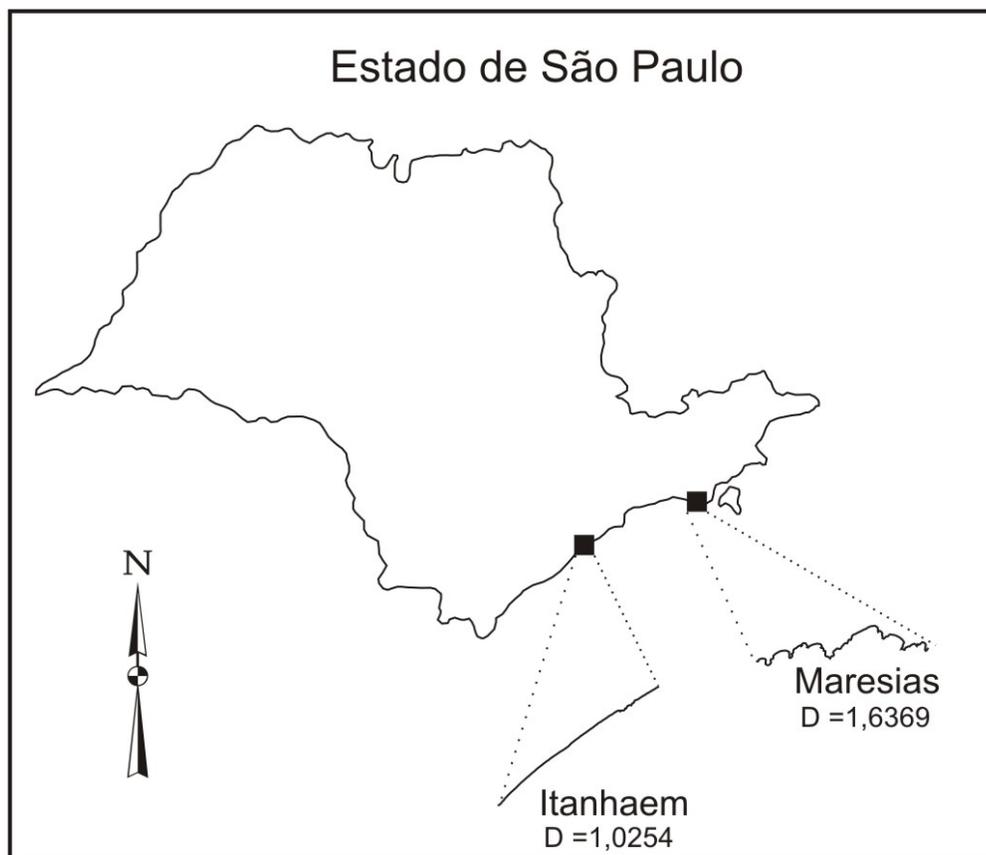


Figura 3: Variação da estimativa da dimensão fractal das linhas de costa Maresias e Itanhaém
 Fonte: Azevedo e Marques (2004)

Como podemos observar na figura 3, a oscilação nos valores de D , das linhas de costa estudadas é influenciada pela morfologia do litoral paulista. O litoral do Estado de São Paulo é dividido em duas regiões, a porção Norte e a porção Sul. A feição Norte é caracterizada pela existência de falésias, onde se desenvolvem planícies costeiras, baías e enseadas, responsáveis por uma linha de costa totalmente irregular. Na feição Sul, a linha de costa muda sua característica, tornando-se regular, com planícies deposicionais com praias extensas e urbanizadas, que são responsáveis por uma linha de costa retelinizada.

A possibilidade de que a topografia da Terra se apresentasse com características de organização fractal captou a atenção de muitos cientistas. Os primeiros trabalhos relacionaram a dimensão fractal de sistemas de falhamentos na falha de San Andrés. Posteriormente, foram efetuados trabalhos que analisaram as características fractais de 17 amostras de topografia real. Contudo, apenas recentemente, os trabalhos de interpretação da dimensão fractal na topografia puderam ser efetuados com mais acurácia (SANTOS, 1995).

No trabalho de Santos (1995), foi proposto um estudo de mapeamento da variação da dimensão fractal de uma porção de relevo, localizada em Teresópolis (RJ), buscando a caracterização de diferentes terrenos geológicos e geomorfológicos. Através dos resultados de sua pesquisa, segundo o autor, o mapeamento fractal pode ser utilizado para melhorar a caracterização do histórico geomorfológico de uma dada região, assim como para caracterizar terrenos geologicamente distintos.

Exemplos da aplicação de fractais em climatologia

Os usos de fractais em estudos atmosféricos surgiram, inicialmente, com pesquisas relacionadas a análises meteorológicas, concomitantemente, apareceram trabalhos de relevância mais específica para a climatologia. Um dos primeiros trabalhos sobre essa dialética foi o de Lovejoy (1982), que efetuou um mapeamento da distribuição das chuvas, considerando as escalas de precipitação diária e anual (CHRISTOFOLETTI, 1995).

Esse modo de aplicação pode ser utilizado para caracterizar e descrever os diferentes tipos de climas. Um exemplo da aplicação da dimensão fractal como parâmetro quantitativo no ritmo climático pode ser observado em Pereira Junior e

Christofolletti (2003). Nesta pesquisa os autores verificaram que a dimensão fractal pode se comportar como um parâmetro quantitativo para a análise rítmica, não apenas no aspecto temporal, mas também na espacialização dos dados.

Exemplos da aplicação de fractais em paisagens

A utilização da geometria fractal na quantificação de paisagens iniciou-se como os trabalhos de Burrough (1981) e Krummel *et al.* (1987), os quais sugeriram que as paisagens antrópicas exibem padrões mais simples do que as paisagens naturais, quando mensuradas através da dimensão fractal. Em outras palavras, as paisagens mais perturbadas com características antrópicas, apresentam formas mais linearizadas do que as paisagens com características naturais, que apresentam formas irregulares (Figura 4).

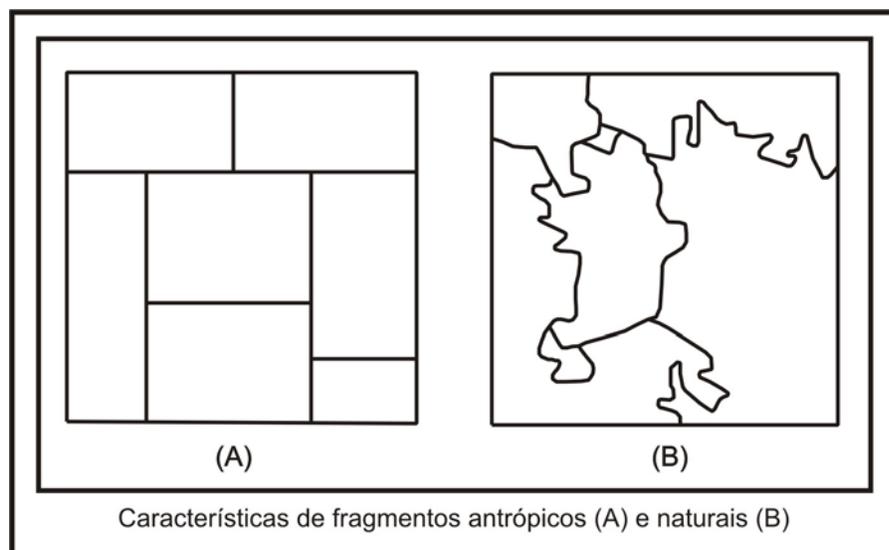


Figura 4: Configurações espaciais de paisagens de antrópicas e naturais

Fonte: Adaptado de Hastings e Sugihara (1993)

Em Azevedo e Ferreira (2005). encontramos um trabalho que pode exemplificar esse tipo de metodologia, no qual foi utilizada uma abordagem que busca identificar as perturbações sofridas pelos fragmentos de matas ciliares, localizados nas nascentes do Rio Passa Cinco, município de Ipeúna, interior do Estado de São Paulo, através de metodologias baseadas na dimensão fractal. Os resultados mostram que as paisagens mais fragmentadas, com alta perturbação antrópica, apresentam fragmentos de matas ciliares com geometria linearizadas, com valores de dimensão fractal mais baixos do que as paisagens que tiveram pouca interferência antrópica, onde os fragmentos florestais apresentam configurações geográficas irregulares.

Exemplos da aplicação de fractais em estudos urbanos

O estudo do crescimento fractal dos centros urbanos pode ser considerado de extrema importância no estudo de natureza geográfica, pois eles estão mudando a forma pela qual os geógrafos percebem o crescimento das cidades. Essa nova abordagem está originando novos métodos de investigação da organização espacial urbana (BATTY; LONGLEY, 1994). Um exemplo desta abordagem é o trabalho de Buzai *et al.* (1997), que estudou o crescimento da cidade de Buenos Aires, através de abordagens fractais. O resultado deste trabalho mostrou que a abordagem fractal pode ser um bom indicador do crescimento urbano, pois a dimensão fractal mostrou com precisão tal crescimento.

Marques (2005), a partir de mapas temáticos e de imagens orbitais, avaliou a expansão dos espaços metropolitanos da cidade de São Paulo, durante o período de 1905 a 2001. Nesse trabalho foram utilizados três métodos de análise fractal: densidade de preenchimento, perímetro área e perímetro resolução. Os resultados mostraram que o aglomerado urbano apresentou uma tendência de preenchimento das áreas centrais e diminuição das áreas periféricas. Segundo a autora, esse

comportamento deve-se ao fato de que o relevo, a hidrografia e as restrições jurídico-ambientais são os responsáveis pela variação do comportamento da dimensão fractal no período estudado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De forma clara e coerente, espero que os conceitos e exemplos apresentados neste capítulo possam ser um ponto de partida para a fundamentação teórica e para a inspiração de outros pesquisadores que venham a desenvolver estudos que utilizam a abordagem fractal aplicada em geografia.

Salientamos, no entanto, que a teoria dos fractais, como qualquer outro modelo matemático apresenta limitações. O sucesso deste tipo de pesquisa depende, principalmente, da qualidade e da disponibilidade dos dados. Sendo assim, caberá ao pesquisador ter à mão um bom conhecimento teórico-metodológico, para decidir qual será o equilíbrio entre esses extremos, que configurarão uma abordagem metodológica de análise espacial integrada.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, T. S.; FERREIRA, M. C. Evolução espaço temporal da dimensão fractal das matas ciliares na alta bacia do rio Passa Cinco, Ipeúna-SP. **Geografia**, Rio Claro, n. 3, v. 30, p. 525-542, 2005.

AZEVEDO, T. S.; MARQUES, M. L. As propriedades fractais da representação cartográfica de linhas: um estudo de caso para o litoral do Estado de São Paulo – Brasil. **GEOUSP**, São Paulo, n. 15, p. 51-61, 2004.

BATTY, M.; LONGLEY, P. **Fractal cities: geometry of form and function**. San Diego: Academic Press, 1994. Resenha disponível em:

Climatologia e Estudos da Paisagem
Rio Claro - Vol.2 - n.2 - julho/dezembro/2007, p. 46

<<http://www.jstor.org/view/00167398/sp020008/02x0407q/0?searchUrl=http%3a//www.jstor.org/search/AdvancedResults%3fhp%3d25%26si%3d1%26q0%3dFractal%2bcities%26f0%3dti%26c0%3dAND%26q1%3dbatty%26f1%3dau%26c1%3dAND%26wc%3don%26sd%3d%26ed%3d%26la%3d&frame=noframe¤tResult=00167398%2bsp02008%2b02x0407q%2b0%2c00&userID=c891c01d@unesp.br/01c0a8487000502dd15&dpi=3&config=jstor>>Acesso em: 20/11/2006.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1974.

BURROUGH, P. A. Fractal dimensions of landscapes and other data. **Nature**, New York, v. 294, n. 5838, p. 240-242, 1981. [doi:10.1038/294240a0](https://doi.org/10.1038/294240a0)

BUZAI, G. D.; LEMARCHAND, G. A.; SCHUSCHNY, A. R. La dimensión fractal de la aglomeración de Buenos Aires (1969-1991): cálculo mediante la aplicación de técnicas geoinformáticas. In: CONGRESSO E FEIRA PARA USUÁRIOS DE GEOPROCESSAMENTO, 3., 1997, Curitiba. **Anais ... Curitiba: GIS BRASIL, 1997. 1 CD_ROM.**

CAPRA, F. **O ponto de mutação**. São Paulo: Cultrix, 1999.

CHRISTOFOLETTI, A. **Modelagem de sistemas ambientais**. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

CHRISTOFOLETTI, A. L. H.; CHRISTOFOLETTI, A. O uso das fractais na análise geográfica. **Geografia**, Rio Claro, v. 19, n. 2, p. 79-112, 1994.

_____. A abordagem fractal em geociências. **Geociências**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 227-264, 1995.

_____. Sistemas dinâmicos: as abordagens da teoria do caos e da geometria fractal em geografia. In: VITTE, A. C.; GUERRA, A. J. T. (Ed.). **Reflexões sobre a geografia física no Brasil**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil. 2004. p. 89-110.

CRESSIE, N. **Statistics for spatial data**. New York: John Wiley, 1993.

GOODCHILD, M.; MARK, D. The fractal nature of geographic phenomena. **Annals of Association of American Geographers**, Washington, D.C., v. 77, n. 2, p. 265-278, 1987. [doi:10.1111/j.1467-8306.1987.tb00158.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-8306.1987.tb00158.x)

HASTINGS, H. M.; SUGIHARA, G. **Fractals: a user's guide for the natural sciences**. New York: Oxford Press, 1993.

KRUMMEL, J. R.; GARDNER, R. H.; SUGIHARA, G.; O'NEILL, R. V.; COLEMAN, P. R. Landscape patterns in a disturbed environment. **Oikos**, Copenhagen, v. 48, p. 321-324, 1987. Disponível em: <<http://www.jstor.org/view/00301299/ap060120/06a00160/0>> Acesso em: 20 nov. 2006.

LAM, N. S. N.; DE COLA, L. **Fractals in geography**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1993. Disponível em: <<http://books.google.com/books?id=wTdGLRltUqYC&dq=%22Fractals+in+geography%22&hl=pt-BR>>. Acesso em: 20 nov. 2006.

LI, BAI-LAN Fractal geometry applications in description and analysis of patch patterns and patch dynamics. **Ecological Modeling**, Copenhagen, v. 132, p. 33–50, 2000. [doi:10.1016/S0304-3800\(00\)00303-3](https://doi.org/10.1016/S0304-3800(00)00303-3) .

LOVEJOY, S. Area-perimeter relation for rain and cloud areas. **Science**, Washington, D.C., v. 216, n. 4542, p. 185–187, 1982. [doi:10.1126/science.216.4542.185](https://doi.org/10.1126/science.216.4542.185) .

MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. San Francisco: Freeman, 1983. Resenha disponível em: <<http://www.jstor.org/view/00359238/di993051/99p0017e/0?frame=noframe&userID=c891c01d@unesp.br/01c0a8487000502dd15&dpi=3&config=jstor>> Acesso em: 20 nov. 2006.

MARQUES, M. L. **Metodologias para a estimativa da dimensão fractal do crescimento de aglomerados urbanos**: uma contribuição ao estudo da expansão urbana da região metropolitana de São Paulo entre 1905 e 2001. 2005. 226 f. Tese (Doutorado em Geografia) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005. Disponível em: <http://www.biblioteca.unesp.br/bibliotecadigital/document/get.php/3459/marques_ml_dr_rcla.pdf>. Acesso em: 20/11/2006.

MILNE, B. T. Measuring the fractal geometry of landscapes. **Applied Mathematics and Computation**, New York, v. 27, p. 67–79, 1988. [doi:10.1016/0096-3003\(88\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0096-3003(88)90099-9)

_____. Lessons from applying fractal models to landscape patterns. In: TURNER, M.; GAEDNER, R. (Ed.) **Quantitative methods in landscape ecology**: the analysis and interpretation of landscape heterogeneity. New York: Springer Verlag, 1990. p. 199-235.

MONTEIRO, R. C. **Fractais**: conceitos fundamentais e aplicação em geologia. 1997. 34 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Geologia) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

PEITGEN, H. O. P; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. **Fractals of the classroom**. Part one: introduction to fractals and chaos. New York: Springer-Verlag, 1992.

PEREIRA JUNIOR, A.; CHRISTOFOLETTI, A. L. H. Análise fractal da distribuição espacial das chuvas no estado de São Paulo. **Geografia**, Rio Claro, v. 28, n. 1, p. 97-133, 2003.

SANTOS, R. O. **Análise fractal de imagens**: aplicação a topografia de Teresópolis (RJ). 1995. 90 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Geologia) - Instituto de Geociências, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1995.

STEWART, I. **Será que deus joga dados?** A nova matemática do caos. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1991.

TAKAYASU, H. **Fractals in physical sciences**. Nova York: Manchester University Press, 1990.

Informações sobre os autores:

[1] Thiago Salomão de Azevedo – <http://lattes.cnpq.br/0445268569159693>
Msc., aluno regular do curso de Pós Graduação em Geografia, nível doutorado, IGCE- UNESP, campus de Rio Claro.
Contato: azevedots@gmail.com

[2] Anderson L. H. Christofolletti – <http://lattes.cnpq.br/6145995445352330>
Prof. Dr. do Depto. de Geografia, IGCE- UNESP, campus de Rio Claro.
Contato: alhc@rc.unesp.br