

CONSIDERAÇÕES SOBRE A TEORIA DO TURBILHÃO E APLICAÇÃO AOS ESTUDOS DE CALHAS INDUZIDAS

ANTONIO CARLOS TAVARES¹

A teoria do turbilhão ou vorticidade é utilizada correntemente como um instrumento de análise e de prognóstico do tempo. A sua introdução na Meteorologia, realizada por Rossby, permitiu, após a Segunda Guerra Mundial, a reformulação das teorias pré-existentes sobre a circulação atmosférica. Sua concepção teórica é de interesse do meteorologista, mas também do geógrafo e, em particular, do climatologista. Ela tem sido aplicada aos estudos das ondas dos ventos de este, dos ventos de oeste e da monção indiana. Além disso, a vorticidade é um fenômeno intimamente ligado aos processos de convergência e divergência, que estão relacionados com a distribuição de fatos essencialmente geográficos, como o relevo ou as condições térmicas da superfície da Terra. O objetivo desse artigo é tecer algumas considerações sobre essa teoria, de fundamental importância para a compreensão da dinâmica da atmosfera, e procurar aplicá-la aos estudos das precipitações provenientes das calhas induzidas.

CARACTERIZAÇÃO DO TURBILHÃO

O termo turbilhão designa a rotação aparente de uma coluna de ar em torno da vertical. Tal movimento, também conhecido na meteorologia como vorticidade, é realizado em relação a coordenadas absolutas, isto é, independentes do eixo de rotação da Terra. Suponhamos, dessa forma, duas partículas, A e B, situadas no hemisfério norte, conforme nos mostra a figura 1. Durante o movimento de rotação da Terra elas ocuparão as posições A' e B' respectivamente. Considerando-se esse movimento, B ocupa em relação a A a mesma posição que B' terá em relação a A'. Entretanto, tomando-se um eixo absoluto P'E veremos que a posição de B em relação a A, no espaço absoluto, é diferente da ocupada por B' em relação a A'. Enquanto a vertical de A está situada entre P e a vertical de B, a vertical de B' encontra-se entre a de A' e E. Ora, isso ocorre como se A estivesse fixo e o ponto B girasse em torno do eixo AO, passando pela posição B''.

1. Departamento de Geografia e Planejamento do Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro – UNESP. Agradecemos ao Dr. Antonio Christofolletti a leitura dos originais e sugestões apresentadas.

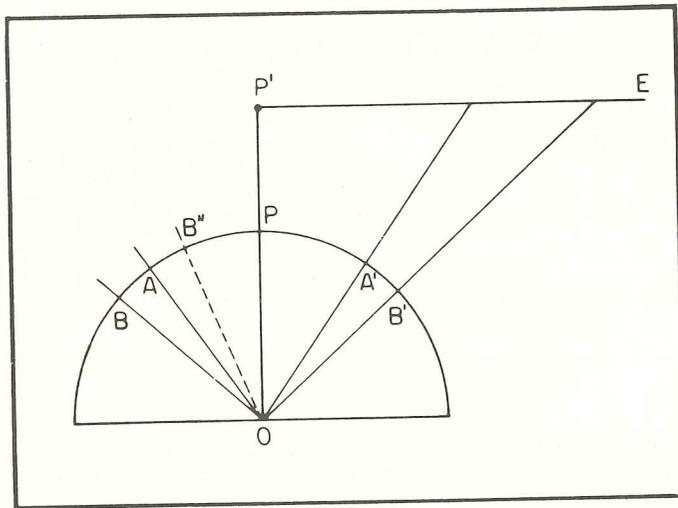


Figura 1 – Caracterização do Turbilhão

Se B está dotado de um movimento de rotação em torno de um eixo, ele possui uma velocidade angular. Suponhamos, conforme figura 2, que em determinado instante, t^1 , ele ocupe o ponto 1, sendo ϕ_1 o ângulo que o raio O1 forma com um eixo cartesiano OX, e que no instante t^2 ele esteja na posição 2, sendo ϕ_2 o ângulo que o raio O2 forma com o eixo OX. Dessa maneira, a velocidade angular média (ω_m) de B será dada pela razão entre o deslocamento angular $\Delta\phi$ e o intervalo de tempo Δt em que ele ocorreu.

$$\omega_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Consideremos, entretanto, que quando B se encontrava no ponto 1 sua velocidade angular tinha um valor ω_1 , enquanto no instante t^2 seu valor era de $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$. Conseqüentemente, durante o tempo Δt ($t^2 - t^1$) houve uma variação $\Delta\omega$ na velocidade angular. A razão entre $\Delta\omega$ e o intervalo de tempo Δt constituiu a aceleração angular média (α_m) da partícula B.

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Caso B fosse uma coluna de ar e estivesse situado junto ao polo, representado na figura 1 por P, no transcorrer de 24 horas ele teria realizado uma rotação completa em torno da vertical, que no caso coincidiria com o eixo de rotação da Terra, com uma velocidade angular equivalente àquela

de rotação do planeta, que é de 729×10^{-7} rd/s (obtida dividindo-se 2π por 86.134 segundos de um dia sideral). Esse seria o valor do turbilhão (Ω) no polo norte, que diminuiria à medida que nos deslocássemos em direção ao Equador, onde seria nulo.

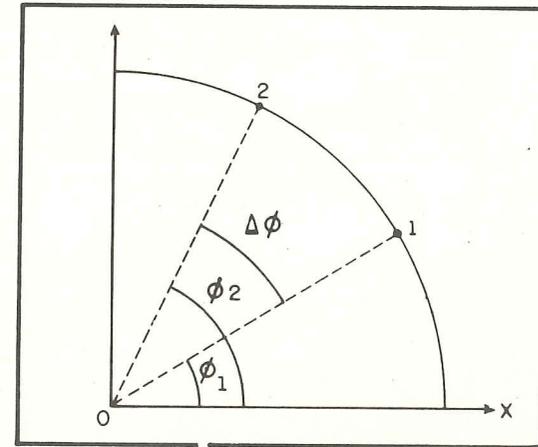


Figura 2. A Velocidade Angular

Todo corpo apresenta, dependendo de sua massa, maior ou menor tendência em resistir às mudanças de velocidade proporcionadas por uma dada causa. No movimento de rotação, entretanto, a aceleração angular de um corpo irá depender de sua massa e da distribuição dela em torno do eixo de rotação. Dessa forma, uma mesma força poderá proporcionar a um único corpo acelerações angulares diferentes. Diz-se, então, que a inércia rotacional (I) depende da massa e da sua distribuição em torno do eixo de rotação. Em um corpo em que as parcelas da massa estivessem a uma mesma distância do eixo e que essa distância fosse igual ao raio, ela poderia ser definida como:

$$I = mR^2$$

Onde, m é a massa e R o raio.

De acordo com o princípio de conservação do momento angular (μ), definido como a quantidade $I\Omega$, desde que forças externas não atuem em um corpo que gire em torno de um eixo, o momento angular desse corpo permanecerá constante. Isso significa que o produto $I\Omega$ deve permanecer constante, mas não que I ou Ω separadamente devam ser constantes.

Ora, suponhamos que a coluna B tenha uma massa de um quilograma e que ela se desloque em direção ao Equador. À medida que B atinge menores latitudes, aumenta o valor de R e, de acordo com o princípio da conservação do momento angular, deverá diminuir a velocidade angular da coluna, que deverá corresponder em uma determinada latitude ϕ , ao produto $\Omega \sin\phi$, tal como mostra a figura 3. Esse valor corresponde à vortici-

dade local do planeta nessa latitude. Como o seno varia de 1 à 0 entre as latitudes 90 e 0, a vorticidade diminui progressivamente do polo ao Equador, onde se anula. Na latitude de B, considerada na figura 3, a distância do eixo de rotação será $R \cos \phi$, sendo R o valor do raio da Terra.

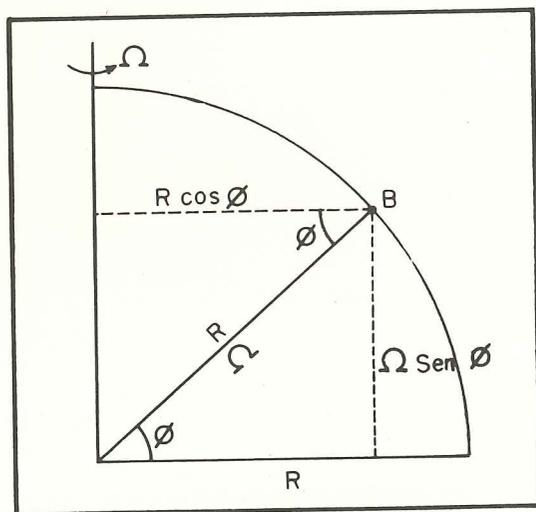


Figura 3. A Vorticidade Local do Planeta

Uma prova física desse fato consiste na experiência com o pêndulo, realizada por Foucault, em Paris, no ano de 1851. A velocidade angular nessa latitude (aproximadamente 48°30') foi avaliada em 547×10^{-7} rd/s.

A FORÇA DE CORIOLIS

Os desvios dos ventos para a direita no hemisfério norte e para a esquerda no hemisfério sul poderiam, dessa forma, ser explicados pela vorticidade local do planeta.

Tomemos como exemplo a figura 4, que representa uma visão de um trecho da Terra situado no hemisfério norte. Consideremos uma parcela de ar que se deslocasse de A para B, localizado nas proximidades do Equador, em função de determinado gradiente de pressão. Sabemos que a vorticidade local de A é $\Omega \sin \phi$ e que ϕ decresce à medida que nos aproximamos de B. Dessa maneira, a velocidade angular da parcela seria cada vez menor em relação ao movimento do planeta em torno de seu eixo e sofreria um desvio para oeste, surgindo, portanto, como vento de leste. Sob o ponto de vista de um observador localizado na superfície terrestre, a porção de ar atingiria o ponto B' situado à direita de B. Admitiu-se na prática a existência de uma força responsável por esse desvio, a Força de Coriolis (Fc), que pode ser expressa como:

$$F_c = m \gamma$$

Onde, m é a massa do corpo em movimento e γ é a aceleração. Assim, seu valor pode ser calculado desde que determinemos o valor da aceleração aparente que a partícula imprimiu entre B e B'.

Podemos considerar que BB', é representado por uma distância percorrida em um tempo t e proporcional à velocidade angular $\Omega \sin \phi$ (vorticidade local de A). Além disso, BB' é proporcional à distância AB.

Desse modo podemos escrever que:

$$BB' = AB \times \Omega \sin \phi \times t$$

Mas AB é igual ao produto da velocidade linear da parcela (V) pelo tempo (t) gasto na cobertura do percurso.

Assim:

$$BB' = Vt \times \Omega \sin \phi \times t$$

De onde:

$$BB' = t^2 \Omega \sin \phi \quad (1)$$

De acordo com a lei do movimento uniformemente acelerado, a distância S percorrida por uma determinada partícula em um tempo t é numericamente igual à área do trapézio, que no gráfico velocidade x tempo fica sob a curva, conforme figura 5. Como a área de um trapézio é igual ao produto da semi-soma das suas bases por sua altura, podemos escrever que:

$$S = 1/2 (V_0 + V) t \quad (2)$$

Onde, V_0 é a velocidade inicial da partícula e V a velocidade ao término do percurso de S .

No caso do movimento uniformemente acelerado ao longo de uma linha reta, a aceleração é definida como a variação da velocidade dividida pelo tempo tomado:

$$\gamma = \frac{V - V_0}{t} \quad \text{ou}$$

$$V = V_0 + \gamma t \quad (3)$$

Desse modo, reescrevendo a equação (2) de acordo com (3) temos:

$$S = 1/2 (V_0 + V_0 + \gamma t) t$$

De onde:

$$S = V_0 t + 1/2 \gamma t^2 \quad (4)$$

Se fizermos agora um gráfico de distância x tempo (figura 6) veremos que o deslocamento total S envolve duas contribuições: um deslocamento

devido à velocidade inicial ($V_0 t$) e um deslocamento devido à variação de velocidade com o tempo ($1/2 \gamma t^2$).

Considerando o desvio BB' como resultado de uma força capaz de imprimir uma aceleração γ podemos escrever que:

$$BB' = 1/2 \gamma t^2 \quad (5)$$

Igualando-se (1) e (5) temos:

$$V t^2 \sin \phi = 1/2 \gamma t^2$$

De onde:

$$\gamma = 2 \Omega V \sin \phi$$

CONSERVAÇÃO DO TURBILHÃO ABSOLUTO, TURBILHÃO LOCAL E TURBILHÃO RELATIVO

Uma coluna de ar, repousando sobre o polo norte e imóvel em relação à Terra, estará dotada de uma velocidade angular igual a do movimento de rotação do globo, como vimos anteriormente e que denominaremos aqui de vorticidade absoluta (Ω'). Suponhamos que essa coluna de ar sofra um deslocamento para o sul, sem ser modificada por convergência ou divergência, atingindo desse modo a latitude ϕ . Em decorrência do princípio de inércia, o movimento turbilhonar conservar-se-á em relação a eixos absolutos. Porém, na latitude ϕ , a Terra possui um turbilhão local $\omega = \Omega \sin \phi$ e como $\Omega' > \omega$, a rotação da coluna de ar é mais rápida que a vorticidade local.

Dessa forma, a coluna originária do polo torna-se ciclônica em relação ao planeta e dotada de uma vorticidade relativa $\omega' = \Omega' - \omega$. Em função da rotação ciclônica, a porção oeste da coluna terá maior impulso em relação ao sul, segundo o movimento de translação de toda a massa, enquanto na parte leste haverá maior retenção do ar. Dessa forma, as velocidades decrescem no seio da corrente de oeste para leste, o que contribui para acentuar o caráter ciclônico (fig. 7a).

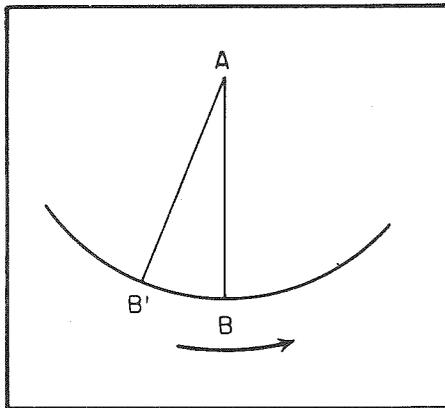


Figura 4. Desvio Proporcionado Pela Força de Coriolis

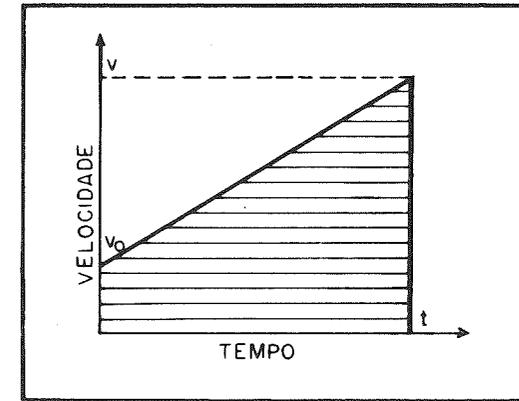


Figura 5. Distância S Percorrida por uma Partícula em Determinado Tempo, Seguindo um Movimento Uniformemente Acelerado

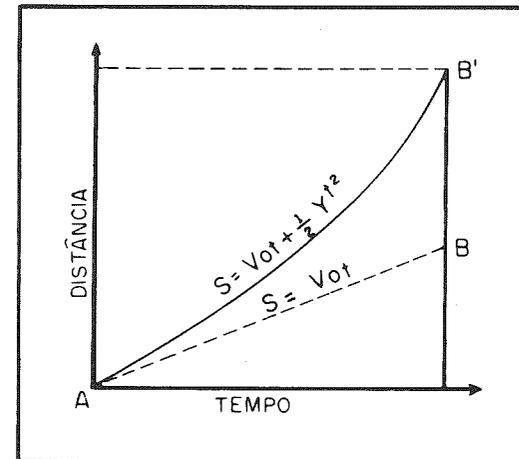


Figura . A Distância S Percorrida por uma Partícula com um Movimento Uniformemente Acelerado é Devida à Velocidade Inicial e à Variação de Velocidade com o Tempo do Deslocamento

Ora, se a coluna considerada fosse originária do Equador, onde a vorticidade local do planeta é nula, seu turbilhão absoluto (Ω') seria 0 (zero). Caso ela sofresse um deslocamento em direção a uma latitude ϕ mais elevada, sem submeter-se à convergência ou divergência e conservasse, por inércia, sua vorticidade absoluta, ela adquiriria uma vorticidade relativa de valor negativo, ou seja: $\omega = 0 - \omega$. Desde que valores positivos do turbilhão relativo definiram um movimento ciclônico, valores negativos caracterizariam um movimento anticiclônico. A vorticidade relativa anticiclônica apresentaria nesse caso um movimento de translação mais rápido na porção oeste da corrente e retardado a leste. Dessa maneira, as velocida-

des decrescem de oeste para leste, acentuando-se a rotação anticiclônica (fig. 7b).

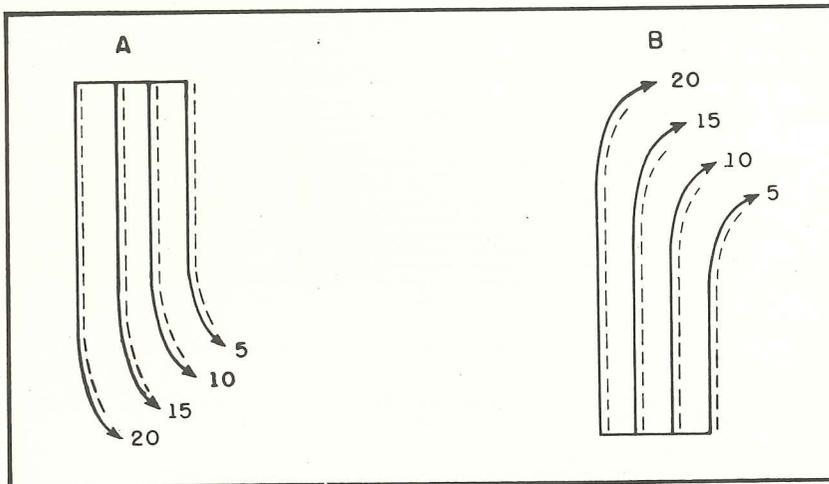


Figura 7. Vorticidade Ciclônica (A); Vorticidade Anticiclônica (B).

CONVERGÊNCIA E DIVERGÊNCIA

Um dos fatos requeridos para a conservação do turbilhão absoluto é a ausência de convergência ou divergência. De acordo com o princípio de conservação do momento angular, se uma coluna atmosférica de espessura D , provida de um movimento de rotação, tiver o seu raio diminuído, terá aumentada a sua velocidade e vice-versa. Ora, a convergência provoca a contração horizontal e a expansão vertical da coluna, diminuindo o seu raio (fig. 8A), enquanto a divergência propicia o efeito inverso (fig. 8B).

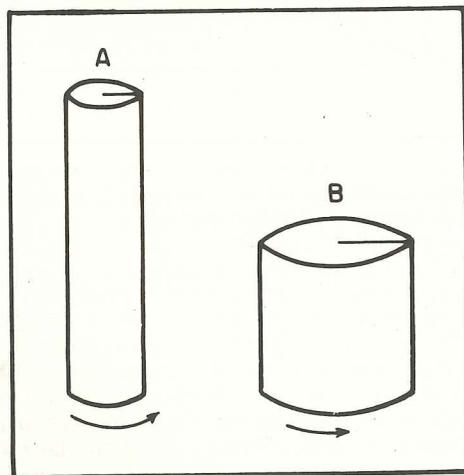


Figura 8. Efeitos da Convergência (A) e da Divergência (B)

Admitindo-se o ar como incompressível, guardando a coluna o mesmo volume nos dois casos, podemos escrever que:

$$\pi R^2 D = v = \text{constante} \quad (1)$$

Segundo a conservação do momento angular temos:

$$\Omega' R^2 = \mu = \text{constante} \quad (2)$$

Dividindo-se (2) por (1) temos:

$$\frac{\Omega' R^2}{\pi R^2 D} = \frac{\mu}{v}$$

$$\frac{\Omega'}{D} = \frac{\pi \mu}{v}$$

Ora, como μ , π e v são constantes e $\Omega' = \omega + \omega'$, temos:

$$\frac{\omega + \omega'}{D} = \text{constante}$$

Multiplicando-se ω e ω' por 2, a igualdade não se modifica, mas permite utilizar o parâmetro de Coriolis ($2\omega = 2\Omega \sin \phi$), representado por f , enquanto o dobro da vorticidade relativa é expresso pela notação ζ . Dessa forma, a relação entre a vorticidade absoluta e a espessura de uma mesma coluna turbilhonar é constante.

$$\frac{f + \zeta}{D} = \text{constante}$$

Convém ressaltar que ζ é composto de dois termos: a curvatura da corrente (V/R) e o cisalhamento ($-\Delta V/S$).

$$\zeta = \frac{V}{R} - \frac{\Delta V}{S}$$

Onde: V é a velocidade do vento, R o raio de curvatura da corrente e ΔV a variação da velocidade em uma distância S disposta perpendicularmente à corrente.

Segundo a combinação desses dois termos a vorticidade será ciclônica (positiva) ou anticiclônica (negativa), tal como vimos anteriormente. Salientemos os seguintes casos válidos para o hemisfério sul:

a) em uma corrente de velocidade uniforme ou com as isotocas dispostas perpendicularmente às linhas de fluxo, somente a curvatura determina o sinal da vorticidade (figuras 9A e 9B);

c) caso a curvatura seja ciclônica e a velocidade diminua para a direita da corrente, vista de montante para jusante, a vorticidade é ciclônica (fig. 9E). Se a curvatura for anticiclônica e a velocidade diminuir para a esquerda da corrente, a vorticidade é anticiclônica (fig. 9F).

Observe-se que há casos em que os dois termos se opõem e o sinal da vorticidade deixa de ser óbvio.

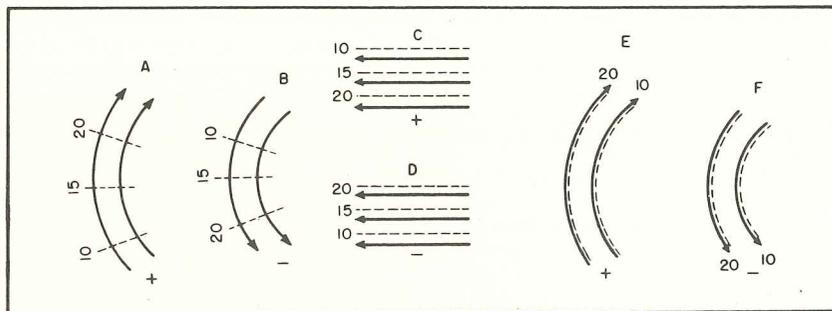


Figura 9. Configurações Possíveis de ζ para o Hemisfério Sul

AS CALHAS INDUZIDAS

O estudo das linhas de instabilidades tropicais ou calhas induzidas têm, até agora, ocupado espaço relativamente restrito, tanto na literatura meteorológica, quanto na literatura geográfica brasileira.

Os primeiros fundamentos e referências remontam às explicações sobre o mecanismo da circulação atmosférica na América do Sul, realizadas por Serra e Ratisbonna (1942) e por Serra (1948, 1954 e 1962). Tomando por base as concepções teóricas desenvolvidas por Serra e Ratisbonna, Monteiro (1963) desenvolveu um modelo para a circulação do sul brasileiro, ocasião em que também evocou a presença de calhas induzidas diante de determinadas condições meteorológicas. Entre os geógrafos, Galvão e Nimer (1965) foram aqueles que maior importância deram a esse fenômeno, dedicando-lhe um subtítulo, ao estudarem o clima do leste brasileiro. Para Galvão e Nimer (1965:99), seria a seguinte a definição de calha: "num quadro de isóbaras uma calha induzida se apresenta como um vale de menor pressão (baixa) separando dois maciços de alta pressão (dorsais). Trata-se, pois, de sinclinal disposta entre anticlinais barométricos". Essa importância é ainda notada nos trabalhos de Nimer (1971, 1972), em pesquisas abordando as condições climáticas do sul e sudeste do Brasil.

Dentre os trabalhos preocupados com o Estado de São Paulo, Conti (1972), Brino (1973) e Toledo (1973), ao pesquisarem, respectivamente, o efeito orográfico na gênese das chuvas no ENE paulista, as características climáticas da Bacia do Corumbataí e os tipos de tempo e categorias climáticas no alto Tietê, analisaram episódios temporais em que ressaltaram a importância das linhas de instabilidade tropicais. Tarifa (1975:42), ao analisar os fluxos polares e as chuvas de primavera-verão, diz o seguinte: "o segundo sistema atmosférico que detém a responsabilidade na gênese das chuvas, é a atuação indireta da Frente Polar Atlântica, sob a forma de repercussão ou calhas induzidas, com uma frequência relativa média de 22% dos dias e 16,9% das chuvas". Também Tavares (1974), ao estudar o clima local de Campinas, atribuiu às calhas induzidas um importante papel na gênese das chuvas. Assim é que, por exemplo, no verão de 1963, de 920,8 mm precipitados naquela cidade, considerou que 66,69% tiveram sua origem vinculada a esse sistema atmosférico.

A gênese das calhas induzidas está ligada, segundo se pode depreender dos diversos autores citados e que abordaram a questão, ao movimento ondulatório que se verifica na frente polar. Sobre isso dizem Galvão e Nimer (1965:99): "...a origem das calhas está ligada principalmente ao movimento ondulatório que se verifica na frontogênese, onde a sucção do ar quente do quadrante norte ocasiona forte depressão barométrica que se insinua por entre dorsais, constituindo descontinuidades atmosféricas". Tarifa (1975) ao analisar esse problema verificou que a atuação das calhas induzidas se intensificava quando os anticlones polares exerciam um controle indireto das condições meteorológicas sobre o Estado de São Paulo. Diz Tarifa (1975:75) que: "o controle indireto é quando há anticlones que variam entre 1016 e 1020 mb, e onde, além dos sistemas ligados diretamente à massa polar, ocorre uma atuação razoável dos sistemas tipicamente intertropicais, como a massa Tropical Continental e a Atlântica (típica). Intensificam-se as atuações das calhas induzidas e das repercussões da Frente Polar Atlântica...".

Tavares (1974) concorda, nesse aspecto, com Tarifa, pois resalta a atuação desse sistema atmosférico especialmente nas ocasiões em que a pressão do ar polar é relativamente reduzida (1016/1018 mb). Ao fazer uma análise da circulação atmosférica no verão de 1963, Tavares (1974:37/38) faz as seguintes afirmações: "as pressões no sul do continente não se apresentaram elevadas. Desse modo, os anticlones migratórios polares gerados na altura da Patagônia raramente tinham em seu centro mais que 1016 ou 1018 mb... Uma das características dessa estação foi o relativo equilíbrio barométrico entre os centros de ação extra e intertropicais, pois os últimos também registravam quase sempre 1016/1018 mb. Como resultado, quando presenciávamos uma atividade frontogenética no sul do país, a progressão da frente era bastante lenta. Esse estado de equilíbrio tornava-a ondulada, gerando com isso, frequentemente, calhas induzidas, que se estabeleciam no seio do anticiclone tropical. Essas calhas partiam também da Depressão do Chaco quando ela ganhava maior definição. Pois bem, ainda que a frontogênese se concentrasse no sul do país, as linhas de instabilidade afetavam o Estado de São Paulo, constituindo o Sistema Tropical Atlântico com Calhas Induzidas".

As estações de primavera-verão são as mais favoráveis para a ocorrência de calhas induzidas, pois nesses períodos as pressões dos anticlones migratórios polares são mais baixas, além do que a maior igualdade entre as temperaturas contribui também para a homogeneidade barométrica entre os sistemas inter e extratropicais.

Goody e Walker (1975), explicando a formação de ondas na circulação, citam a experiência de Hide (figuras 10 e 11). Segundo ela, poderemos tomar dois cilindros com temperaturas diferentes, colocarmos água entre ambos e girar o conjunto com uma velocidade angular constante. Tornando fixa a temperatura entre os cilindros e aumentando lentamente a velocidade de rotação, atingiremos um ponto em que o fluxo passa de um padrão regular (a água gira com rapidez pouco inferior à parede dos anéis), para um padrão com ondas, que representa um fluxo movendo-se do cilindro interno para o externo e vice-versa. Dizem ainda os autores que o número de ondas pode ser relativamente grande se a diferença de temperatura entre os cilindros for pequena. Convém ressaltarmos também que as paredes dos cilindros exerceriam pressões semelhantes no fluido disposto

entre elas, fato comparável aos efeitos exercidos por anticiclones com pressões semelhantes.

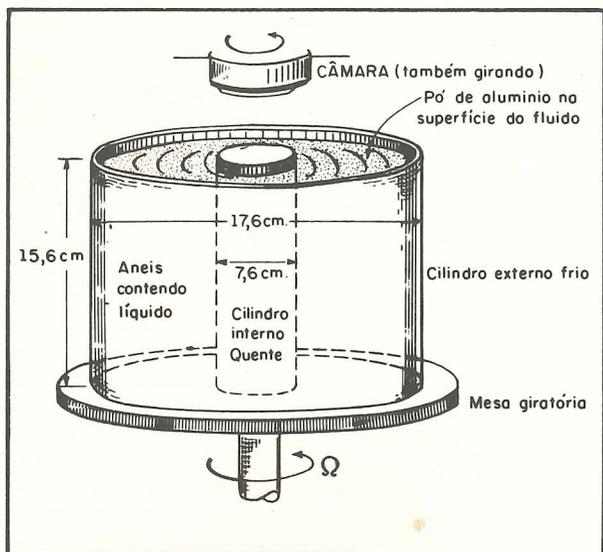


Figura 10. Experiência com os Anéis de Hide, Conforme Goody e Walker (1975)

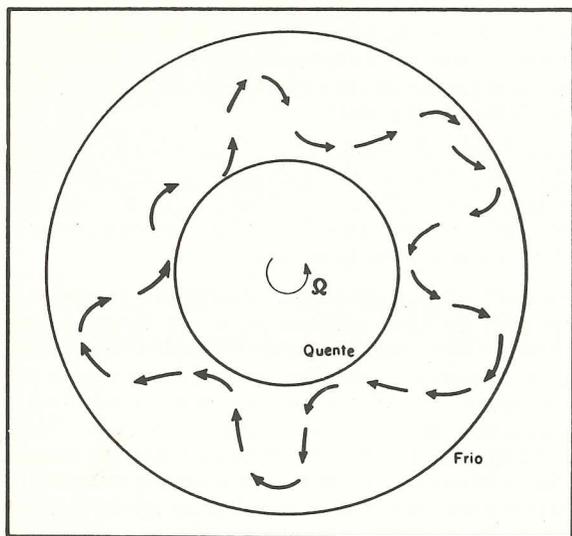


Figura 11. Movimentos de Onda Dessimétricos e Variáveis em Alta Rotação, Conforme Goody e Walker (1975)

Diante do exposto, podemos concluir que as ondulações na Frente Polar Atlântica resultam da vorticidade absoluta, do equilíbrio barométrico e da semelhança térmica entre as porções atmosféricas em confronto. Dessas ondulações são originadas as calhas induzidas, isto é, depressões barométricas, geralmente dispostas diante da Frente Polar Atlântica e perpendiculares ao eixo, constituindo um ponto de inflexão das linhas de corrente e gerando com isso movimentos de divergência do ar nas suas imediações. Dessa maneira, podemos aplicar ao seu estudo o teorema de conservação da vorticidade potencial, onde ζ deverá variar na razão inversa de f e na direta de D

APLICAÇÃO DO TEOREMA DE CONSERVAÇÃO DA VORTICIDADE POTENCIAL

A fim de exemplificarmos a aplicação do teorema de conservação da vorticidade potencial, analisemos o que ocorreu no dia 3 de janeiro de 1970, quando o Estado de São Paulo foi submetido à atuação das calhas induzidas.

O início do ano de 1970 mostrou um domínio do ar Tropical Atlântico com pressões de 1018 mb, após frontólise da Frente Polar Reflexa nas proximidades do Trópico. Enquanto isso, ao sul do Rio da Prata o anticiclone Polar Atlântico continha somente 1016 mb e notava-se uma moderada atividade frontogenética nas proximidades de Baía Blanca.

O equilíbrio barométrico entre os sistemas em confronto tornou a frente ondulada e propiciou a formação de linhas de instabilidade perpendiculares a ela. Nesse mesmo dia e no posterior (3 de janeiro) o território paulista viu-se sob a influência das calhas induzidas, antecedentes à Frente Polar Atlântica.

A obtenção de dados de vento de 16 localidades paulistas (tab. 1), na Seção de Climatologia Agrícola do Instituto Agrônomo de Campinas, permitiu-nos construir uma carta de linhas de corrente para o dia a ser analisado (fig. 12). Embora fosse desejável uma rede de sondagens dos níveis superiores da atmosfera ou, pelo menos, um maior número de postos em superfície, como, por exemplo, em regiões como o norte, noroeste e oeste do Estado de São Paulo, a carta resultante parece satisfatória, o que foi confirmado por outras técnicas, como veremos adiante.

TABELA 1 – Relação dos postos meteorológicos

1 – Campinas	9 – Pindamonhangaba
2 – Cássia dos Coqueiros	10 – Pindorama
3 – Jauú	11 – Presidente Prudente
4 – Limeira	12 – Ribeirão Preto
5 – Mococa	13 – São Roque
6 – Monte Alegre do Sul	14 – Tatuí
7 – Nova Odessa	15 – Tietê
8 – Pariqueira – Açu	16 – Ubatuba

Após a construção da carta passamos à aplicação do teorema de conservação da vorticidade potencial. Para isso consideramos a vorticidade relativa como expressa somente pelo termo de curvatura da corrente, pois as condições não nos permitiram levar em conta o cisalhamento.

Sob a ação de um Sistema Anticiclônico Tropical Atlântico, os ventos do quadrante norte eram predominantes. Dessa forma as partículas de ar que se moviam para o sul alcançavam latitudes mais elevadas e em razão disso f aumentava. Ao atingirem a zona afetada diretamente pela calha diminuía o raio de curvatura, o que acarretava mudanças em ζ e, dessa forma, alterava-se também a espessura do volume em questão (fig. 12).

Podemos calcular proporcionalmente a alteração da variável D , considerando um certo instante inicial e notando essas condições com um índice zero. Assim teríamos:

$$\frac{\Delta D}{\Delta D_0} = \frac{f + V/R}{(f + V/R)_0}$$

Suponhamos uma porção de ar deslocando-se das imediações de Ribeirão Preto (20°11'), onde o valor de f seria 526.10^{-7} rd.s⁻¹. A velocidade da corrente foi obtida considerando-se a média aritmética obtida entre todos os postos paulistas utilizados (1,62 m/s). O raio de curvatura da corrente é de 105,84 Km e foi conseguido através da fórmula:

$$R = \Delta S / \Delta$$

Onde, Δ é a mudança da direção do vento em radianos e ΔS a distância no sentido do fluxo em que ocorreu mudança na direção do vento.

Assim temos que: $V/R = 153.10^{-7}$ s⁻¹, considerado negativamente, desde que a vorticidade relativa é anticiclônica. Portanto $\Delta D_0 = 373.10^{-7}$ rd.s⁻¹.

Ao atingir a latitude de Mococa (21°28') f seria 533.10^{-7} rd.s⁻¹. O raio de curvatura 44,21 Km. Supondo que o vento mantivesse a velocidade anterior, teríamos que $V/R = 366.10^{-7}$ s⁻¹, considerado positivamente, pois a vorticidade relativa tornou-se ciclônica. Dessa forma $\Delta D = 899.10^{-7}$ rd.s⁻¹ e $\Delta D / \Delta D_0 = 2,41$.

Isso vem mostrar que houve uma convergência do ar, à medida que se aproximava da calha, fazendo com que sua espessura aumentasse quase duas vezes e meia. Caso a profundidade da camada úmida fosse anteriormente de 2000 m, ela atingiria quase 5000 m ao atingir a depressão.

Ultrapassando o talvegue, o ar sofreria divergência e até a latitude de 22°34' sul, proximidades de Limeira, a coluna teria sua espessura diminuída em cerca de 2,5 vezes. Em direção ao sul do estado, dar-se-ia novamente o espessamento da coluna, em decorrência do acréscimo do valor de f e do aumento do raio de curvatura da vorticidade relativa anticiclônica. Na latitude de São Paulo (23°33'), por exemplo, ela seria uma vez e meia mais espessa que em Limeira.

Os fenômenos acima descritos, que podem ser observados na carta de linhas de corrente (fig. 12) e tabela 2, mostra-nos uma calha induzida disposta no sentido SW-NE, passando ao norte de Avaré e Botucatu, ao sul de São Carlos e ao norte de Casa Branca. Ao norte dessa linha os processos de convergência deveriam favorecer a ocorrência de precipitações. Ime-

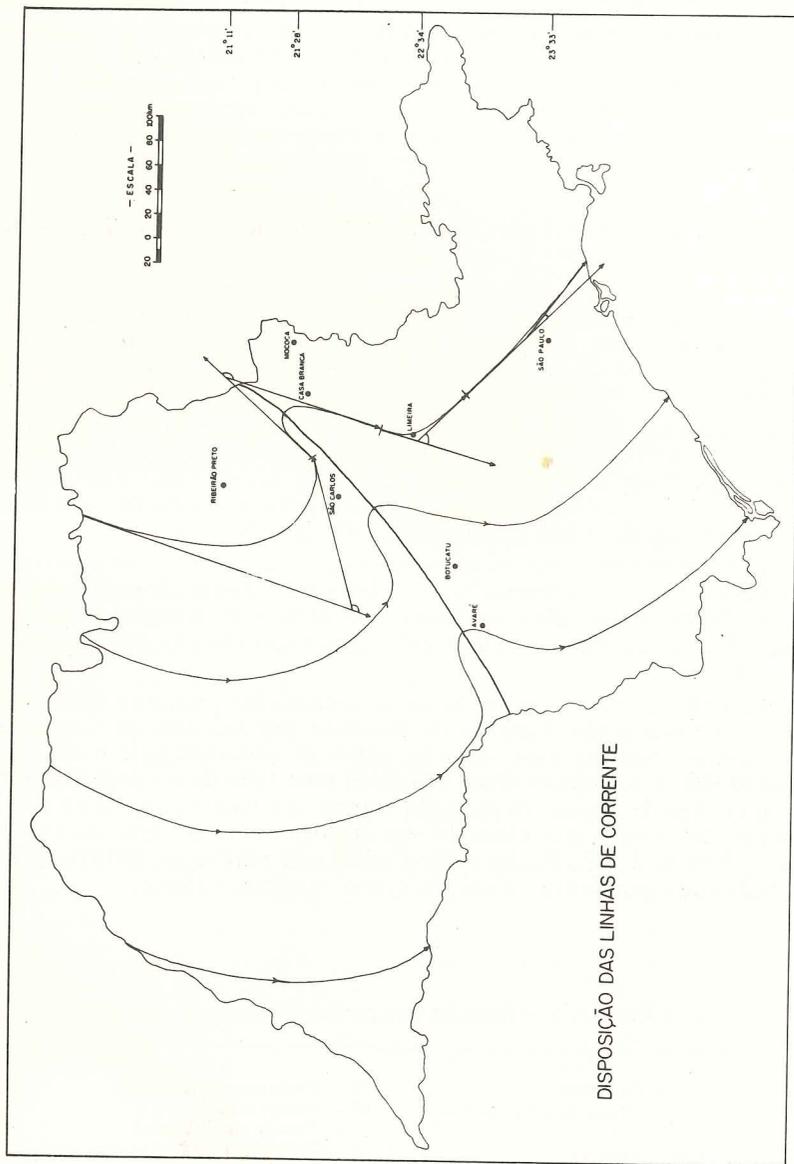


Figura 12

diatamente ao sul a divergência deveria propiciar tempo bom. As chuvas retornariam nas zonas litorâneas e Vale do Paraíba, submetidas também à convergência, porém menos intensa.

AVALIAÇÃO PLANIMÉTRICA DA DIVERGÊNCIA

Adotamos ainda outro critério, a fim de verificar a precisão de nossas conclusões: a avaliação planimétrica da divergência, que permite a obtenção dos resultados independentemente de análises anteriores, como a elaboração de linhas de correntes. Ela pode ser fornecida pela fórmula:

$$\text{div } \mathcal{D} = (A_1 - A_0) / A_0 \cdot \Delta t$$

Onde A_0 é a área do triângulo formado por três estações com boletins de ventos, A_1 a área triangular formada pelo deslocamento dos ventos dos três postos em uma direção determinada e após um tempo finito e Δt o intervalo de tempo do deslocamento do ar.

Os resultados obtidos indicam uma média sobre a área, mostrando, quando positivos, a ocorrência de divergências e vice-versa.

Com os 16 postos que dispúnhamos realizamos 21 triangulações, relacionadas na tabela 3, enquanto os valores médios calculados para cada uma delas, a partir de uma carta base de 1:2.000.000, podem ser vistos na tabela 4.

Plotando os dados resultantes dessa operação, foi possível traçar uma carta de isolinhas, em unidades 10^{-6}s^{-1} , mostrando a divergência horizontal (fig. 13). Comparando-a com a figura 12, veremos que há uma área de divergência acentuada, estendendo-se de nordeste para sudoeste, coincidindo, de certa forma, com a disposição da calha induzida, a que nos referimos anteriormente. Para o norte dessa área aumenta a convergência, o mesmo ocorrendo em direção ao litoral e Vale do Paraíba. Isso vem confirmar as conclusões primeiramente estabelecidas.

TABELA 2 – Aplicação do teorema de conservação da vorticidade potencial ao estudo de calhas induzidas

	(10^{-7}rd/s)	(Km)	(rd)	(Km)	(10^{-7}s^{-1})	(10^{-7}rd/s)
1 21°11'	526	230	2,1729348	105,84	-153	373
2 21°28'	523	120	2,7139868	44,21	366	899
3 22°34'	559	80	1,0821041	78,35	-206	353
4 23°33'	582	140	0,2181661	641,72	-25	557
	2/1 = 2,41					
	3/2 = 0,39					
	4/3 = 1,52					

Velocidade do vento = 1,62 m/s

TABELA 3 – Relação dos triângulos elaborados para avaliação planimétrica da divergência

- 1 – Jaú – Pindorama – Presidente Prudente
- 2 – Jaú – Presidente Prudente – Tatuí
- 3 – Jaú – Pindorama – Ribeirão Preto
- 4 – Jaú – Limeira – Ribeirão Preto
- 5 – Cássia dos Coqueiros – Limeira – Ribeirão Preto
- 6 – Jaú – Limeira – Tietê
- 7 – Cássia dos Coqueiros – Limeira – Mococa
- 8 – Limeira – Mococa – Monte Alegre do Sul
- 9 – Limeira – Monte Alegre do Sul – Nova Odessa
- 10 – Campinas – Monte Alegre do Sul – Nova Odessa
- 11 – Limeira – Nova Odessa – Tietê
- 12 – Campinas – Nova Odessa – Tietê
- 13 – Campinas – Tatuí – Tietê
- 14 – Campinas – São Roque – Tatuí
- 15 – Campinas – Monte Alegre do Sul – São Roque
- 16 – Monte Alegre do Sul – São Roque – Ubatuba
- 17 – Monte Alegre do Sul – Pindamonhangaba – Ubatuba
- 18 – Jaú – Tatuí – Tietê
- 19 – Pariquera-Açu – Presidente Prudente – Tatuí
- 20 – Pariquera-Açu – São Roque – Tatuí
- 21 – Pariquera-Açu – São Roque – Ubatuba

TABELA 4 – Avaliação planimétrica da divergência

Nº de ordem	A^0 (cm ²)	A^1 (cm ²)	$A^1 - A^0$ $A^1 - A^0$	$A^0 \times \Delta t$	div (10^{-6}s^{-1})
1	42,30	23,85	-18,45	761400	-24
2	40,95	72,77	31,82	737100	43
3	17,76	8,83	-8,93	319680	-27
4	22,36	21,16	-1,20	213660	-5
5	11,78	36,95	25,17	418860	60
6	9,44	8,60	-0,80	169920	-4
7	3,37	8,56	5,19	60660	85
8	12,67	13,80	1,13	228060	4
9	0,97	0,60	-0,37	17460	-21
10	1,28	0,28	-1,00	23040	-43
11	1,12	1,12	0,00	20160	0
12	1,55	0,40	-1,15	27900	-41
13	1,17	1,30	0,13	21060	6
14	6,81	7,02	0,21	122580	1
15	3,82	3,87	0,05	68760	0
16	23,17	22,14	-1,03	417060	-2
17	8,64	6,15	-2,49	155520	-16
18	4,90	8,46	3,56	88200	40
19	68,14	59,00	-9,14	1226520	-7
20	14,76	12,60	-2,16	319680	-3
21	32,39	28,86	-3,53	583020	-6

Escala da carta base = 1:2000000
 $\Delta t = 18000 \text{ s}$

Outro aspecto, com o qual nos preocupamos, foi o da ocorrência de precipitações. A distribuição de áreas convergentes e divergentes indicava que o norte e sobretudo o noroeste do estado, além do litoral e do Vale do Paraíba, deveriam ter tido precipitações mais abundantes, ao contrário de uma área central, disposta de modo geral SW-NE, onde as precipitações deveriam inexistir ou, na pior das hipóteses, serem insignificantes.

Para a confirmação dessa expectativa, tomamos os dados pluviométricos de 1970, publicados pelo Departamento de Águas e Energia Elétrica do Estado de São Paulo (1971). Para o dia 3 de janeiro de 1970 contamos com dados de 307 municípios paulistas, sendo que em alguns deles havia mais de um posto.

Choveu nesse dia em 226 dos 307 municípios relacionados. Diante de dados heterogêneos e em grande número, tornou-se extremamente difícil elaborar um mapa de isoietas, que permitisse a comparação com a figura 13, que retrata a divergência horizontal. Em virtude desse aspecto, optamos pela utilização de um critério que permitisse selecionar os municípios onde ocorreram precipitações mais significativas. Para tanto, primeiramente selecionamos somente o maior valor de chuva nos municípios com mais de um posto pluviométrico. Posteriormente utilizamos o modelo matemático sugerido por Ayyar, com ampla aceitação na Geografia Agrária e citado por Ceron e Sanchez (1971):

$$Y = y \cdot \cos \phi - x \cdot \sin \phi$$

Onde, x é o número de ordem dos municípios segundo valores decrescentes de precipitação, correspondente ao número de ordem do município, multiplicada por 0,1 e ϕ o ângulo formado entre uma linha de distribuição equilibrada e o eixo x .

Para determinarmos o valor de ϕ consideramos que 1 unidade no eixo y equivale a 10% e que o eixo x deverá ser dividido em unidades proporcionais. Assim, a razão entre 10% e o número total de municípios colocados no eixo x será igual à tangente de ϕ . No caso presente choveu em 226 municípios e dessa forma:

$$10/226 = 0,0442477 \text{ ou } \text{tg} \\ \phi = 2,533551$$

Os valores do \sin e \cos de ϕ seriam respectivamente 0,044204 e 0,999023.

Assim para os municípios com precipitações significativas a distância máxima será:

$$Y = 7,4666 \times 0,999023 - 87 \times 0,044204 \\ Y = 3,6135$$

Desde que Barra do Turvo (87º) constituiu-se no número de ordem mais distante da linha de distribuição equilibrada, acumulando 74,66% da precipitação, como pode ser visto na tabela 5.

TABELA 5 - Relação dos municípios com precipitações significativas

Nº de ordem	Município	Precipitação mm	Porcentagem Acumulada x 0,1
1	Cândido Mota	73,4	0,2313
2	Coroados	53,6	4002
3	Santana da Ponte Pensa	51,9	5637
4	Guaratinguetá	48,6	7168
5	Lins	48,0	8680
6	Ibitinga	46,0	1,0129
7	Atibaia	45,1	1550
8	Jales	43,1	2908
9	Registro	42,0	4231
10	José Bonifácio	41,1	5526
11	Natividade da Serra	38,5	6739
12	Mairiporã	37,7	7857
13	Guararapes	37,5	9038
14	Ribeirão Branco	37,4	2,0216
15	Piquete	36,4	1372
16	Araçatuba	36,1	2509
17	Santa Adélia	35,3	3621
18	Quintana	35,1	4727
19	Iguape	34,9	5827
20	Américo de Campos	33,9	6895
21	Tabapuã	33,8	7960
22	Santa Rosa do Viterbo	33,0	9000
23	Caçapava	32,6	3,0027
24	São José dos Campos	32,4	1048
25	Nova Europa	32,2	2062
26	Mirandópolis	32,0	3070
27	Pariquera-Açu	31,3	4056
28	Capivari	31,2	5039
29	Eldorado	30,5	6000
30	Suzano	30,5	6961
31	São Paulo	29,5	7890
32	Cravinhos	29,0	8804
33	São Carlos	28,8	9711
34	Guarani d'Oeste	28,6	4,0612
35	Pirapozinho	27,6	1481
36	Cosmorama	27,2	2338
37	Santa Lúcia	26,9	3185
38	Pilar do Sul	26,7	4026
39	São Simão	26,7	4867
40	Penápolis	26,0	5686
41	Jaboticabal	25,5	6499
42	Cunha	24,4	4,7268
43	Gália	24,3	8033
44	Itirapina	24,0	8789
45	Jacupiranga	24,0	9545

46	Fernando Prestes	23,8	5,0295
47	Lorena	23,8	1045
48	São Luiz do Paraitinga	23,4	1782
49	Vista Alegre do Alto	23,4	2519
50	Fernandópolis	22,5	3228
51	sete Barras	22,1	3897
52	Itapeva	22,0	4590
53	Cananéia	21,8	5277
54	Sebastianópolis do Sul	21,3	5948
55	Santa Branca	21,2	6616
56	Luiz Antônio	21,1	7281
57	Rio das Pedras	21,0	7942
58	Silveiras	20,9	8600
59	Paraguaçu Paulista	20,8	9255
60	Palmares Paulista	20,7	9907
61	Pindamonhangaba	20,5	6,0553
62	Paulo de Faria	20,0	1183
63	Tupã	20,0	1813
64	Avanhandava	19,5	2427
65	Monte Alto	19,5	3041
66	Pereira Barreto	19,5	3655
67	Pederneiras	19,1	4257
68	Onda Verde	18,6	4843
69	Águas de Lindóia	18,5	5426
70	Ribeirão Preto	18,5	6009
71	Paraibuna	18,3	6585
72	Monteiro Lobato	17,9	7149
73	Santa Bárbara d'Oeste	17,9	7713
74	Bariri	17,8	8274
75	Serrana	17,3	8819
76	Avaré	16,8	9348
77	Birigüi	16,5	9868
78	Limeira	16,4	7,0384
79	Pradópolis	16,2	0894
80	Uchoa	16,2	1402
81	Charqueada	15,2	1883
83	Juquiá	15,1	2358
84	Iacanga	15,0	3302
85	Cachoeira Paulista	14,6	3762
86	Campos do Jordão	14,5	7,4219
87	Barra do Turvo	14,2	4666 x
88	Ibirarema	14,0	5107

$$Y^{86} = 7,4219 \times 0,999023 - 86 \times 0,044204 = 3,6131048$$

$$Y^{87} = 7,4666 \times 0,999023 - 87 \times 0,044204 = 3,6135571$$

$$Y^{88} = 7,5107 \times 0,999023 - 88 \times 0,044204 = 3,61341$$

Selecionamos os municípios, em número de 87, efetuamos o seu mapeamento, utilizando 5 intervalos de classe, obtidos com a divisão da amplitude pluviométrica entre o 1º e o 87º pelo número de classes desejadas (fig. 13).

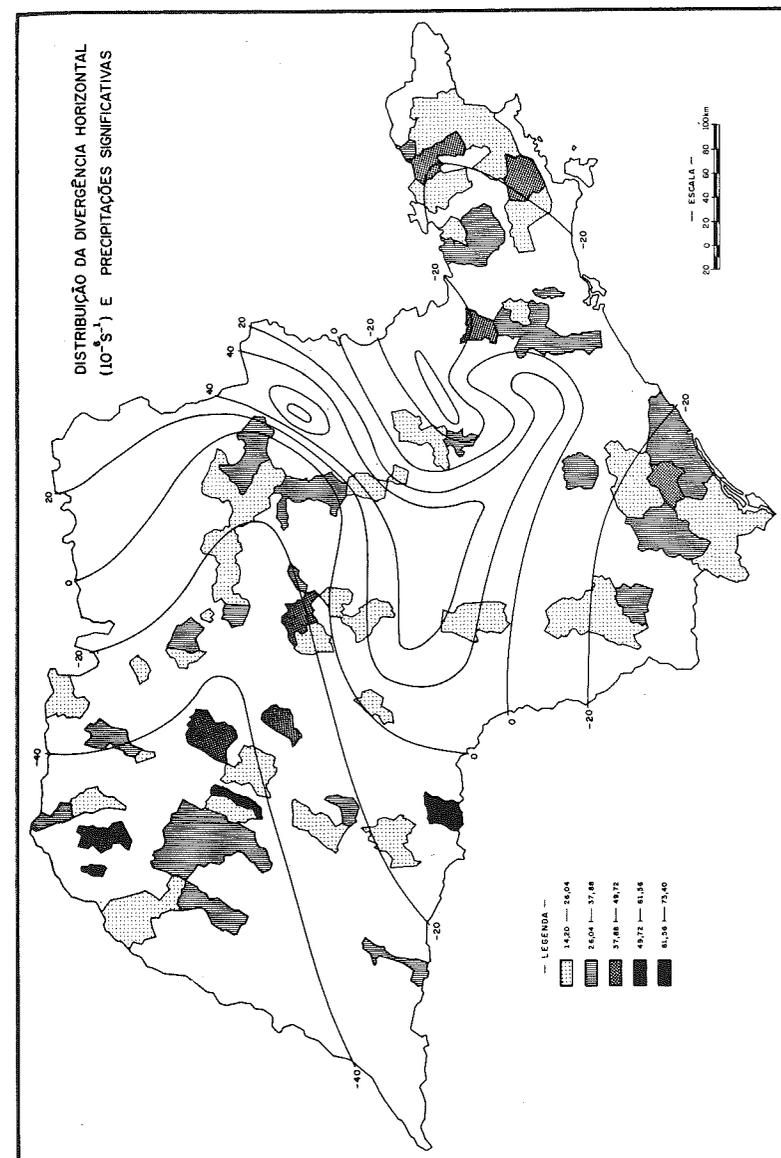


Figura 13

Dos 87 municípios que receberam precipitações significativas, 80 deles situam-se em áreas consideradas como convergentes na figura 13, mas é preciso salientar que as áreas convergentes ocupam a maior parcela do estado. Até que ponto essa distribuição seria influenciada por esse fato? Para respondermos a essa questão, levantamos os municípios em que não ocorreram precipitações, bem como aqueles em que houve precipitações não significativas. Com os dados construímos a tabela 6, uma matriz composta de duas linhas e três colunas.

Em seguida, a fim de verificarmos a existência de correlação entre divergência e precipitação, aplicamos o teste estatístico "qui-quadrado" em que:

$$\text{qui-quadrado} = \sum \frac{(E - O)^2}{E}$$

Onde, O é o valor observado em cada célula da tabela 6 e E o valor esperado, que seria obtido se a distribuição das precipitações não fosse influenciada pela divergência. Para calcularmos E , multiplicamos o total da linha em que está inserida a célula, pelo total da coluna e dividimos pelo total geral.

O resultado encontrado foi de 36,60 (tab. 7) e consultando uma tabela estatística, verificamos ser este valor bem superior a 9,21, atestando uma correlação muito forte entre as variáveis, com 99% de confiança, para 2 graus de liberdade (o número de graus de liberdade é igual ao número de linhas na matriz menos 1, multiplicado pelo número de colunas menos 1).

CONCLUSÕES

Diante do que foi exposto podemos enumerar as seguintes conclusões:

1. A constante $f + \zeta$ é conhecida como teorema da conservação da vorticidade potencial. Ela pode ser considerada como o valor que ζ deverá tomar em relação aos valores de D e f , permitindo concluir que:

a) quando uma coluna atmosférica muda de latitude sem ser submetida à convergência ou divergência, ζ muda na razão inversa de f ;

b) quando uma coluna permanece na mesma latitude, f permanece constante. Pode ocorrer então que ζ mude em decorrência de convergência ou divergência. Para esse caso podemos dizer que:

$$\frac{\zeta}{D} = \text{constante}$$

c) quando uma coluna muda de latitude e ao mesmo tempo sofre convergência ou divergência, ζ varia na razão inversa de f e na direta de D ;

e. O teorema de conservação da vorticidade potencial mostrou ser extremamente útil na aplicação aos estudos de calhas induzidas;

3. Os resultados conseguidos com a aplicação desse teorema foram confirmados e completados com a avaliação planimétrica da divergência;

4. As calhas induzidas, que precedem as frentes frias, realmente exercem influência na gênese das chuvas, confirmando os estudos anteriores de Tavares (1974) e Tarifa (1975);

TABELA 6 – Distribuição dos municípios com precipitações significativas, com precipitações não significativas e com ausência de precipitações pelas áreas divergentes e convergentes.

	Precipitações Significativas	Precipitações Não Significativas	Precipitações Ausentes	Totais
Convergentes	80	91	40	211
Divergentes	7	48	41	96
Totais	87	139	81	307

TABELA 7 – Aplicação do teste "qui-quadrado" aos dados de precipitação e divergência

	O	E	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$
1.1	80	59,79	408,44	6,83
1.2	91	95,53	20,52	0,21
1.3	40	55,67	245,54	4,41
2.1	7	27,20	408,04	15,00
2.2	48	43,46	19,36	0,44
2.3	41	25,32	245,86	9,71
Total				36,60

5. As precipitações não ocorrem indiferentemente em toda a zona afetada pela presença das calhas, mas nas porções em que a organização das variáveis do teorema da conservação da vorticidade potencial favorece a convergência;

6. A correlação entre convergência e precipitação, no episódio analisado, em que o Estado de São Paulo esteve sob a influência de uma calha induzida, foi estatisticamente demonstrada.

BIBLIOGRAFIA

- Berry Jr., F. A.; Bollay, E. e Beers, N. R. *Handbook of Meteorology*. New York: McGraw Hill, 1945.
- Brino, W. C. *Contribuição à Definição Climática da Bacia do Corumbataí e Adjacências (SP), Dando Ênfase à Caracterização dos Tipos de Tempo*. Rio Claro: F. F. C. L. R. C. – Tese de Doutorado, 1973.
- Byers, H. *General Meteorology*. New York: McGraw Hill, 1944.
- Ceron, A. O. e Sanchez, M. C. “Determinação de Espaços mais Representativos”. *Boletim de Geografia Teórica*, Vol. 1, Nº 2, pp. 61/75, 1971.
- Cole, J. P. *Geografia Quantitativa*. Rio de Janeiro: IBGE, IBG, 1972.
- Conti, J. B. *A Circulação Secundária e o Efeito Orográfico na Gênese das Chuvas: o Exemplo do ENE Paulista*. São Paulo: USP – Tese de Doutorado, 1972.
- Departamento de Águas e Energia Elétrica. “Dados Pluviométricos do Ano de 1970 – Rede Básica do Estado de São Paulo”. *Boletim Pluviométrico*, Nº 11, pp. 1/567, 1971.
- Durand-Dastès, F. “Remarques sur les pluies d’Été aux Indes”. *Annales de Géographie*, Vol. LXX, Nº 378, pp. 225/254, 1961.
- Ference Jr., M.; Lemon, H. B. e Stephenson, R. J. *Curso de Física – Mecânica*. São Paulo: Edgard Blücher e Editora da USP, 1968.
- Galvão, M. V. e Nimer, E. “Clima”. *Geografia do Brasil, Grande Região Leste*, Vol. V. Rio de Janeiro: IBGE, CNG, 1965.
- Goody, M. R. e Walker, J. C. G. *Atmosferas Planetárias*. São Paulo: Edgard Blücher, 1975.
- Haltiner, G. J. e Martin, F. L. *Dynamical and Physical Meteorology*. New York: McGraw Hill, 1957.
- Monteiro, C. A. F. “Clima”. *Geografia do Brasil, Grande Região Sul, Vol. IV, Tomo II, Rio de Janeiro: IBGE, CNG, 1963*.
- Monteiro, C. A. F. *A Frente Polar Atlântica e as Chuvas de Inverno na Fachada Sul-Oriental do Brasil*. São Paulo: IBEOG – USP, 1969.
- Nimer, E. “Climatologia da Região Sul do Brasil: Introdução à Climatologia Dinâmica – Subsídios à Geografia Regional do Brasil”. *Revista Brasileira de Geografia*, Vol. 33, Nº 4, pp. 3/66, 1971.
- Nimer, E. “Climatologia da Região Sudeste do Brasil: Introdução à Climatologia Dinâmica Subsídios à Geografia Regional do Brasil”, *Revista Brasileira de Geografia*, Vol. 34, Nº 1, pp. 124/153, 1972.
- Pedelaborde, P. “La Circulation Générale de l’Atmosphère”. *L’Information Géographique*, Vol. 20, Nº 1, pp. 103/109, 1956.
- Pedelaborde, P. “Le Tourbillon Principe Général à la Base de la Météorologie Dynamique”. *Annales de Géographie*, Vol. LXVI, Nº 358, pp. 481/498, 1957.
- Riehl, H. *Meteorologia Tropical*. Rio de Janeiro: Livro Técnico, 1965.
- Saucier, W. J. *Princípios de Análise Meteorológica*. Rio de Janeiro: Livro Técnico, 1969.
- Serra, A. “Circulação Superior”, *Revista Brasileira de Geografia*, Vol. 15, Nº 4, pp. 517/596, 1953 e Vol. 16, Nº 1, pp. 3/75, 1954.
- Serra, A. “Previsão do Tempo”. *Boletim Geográfico*, Vol. 6, Nº 68, pp. 827/904, 1948.
- Serra, A. “O Princípio da Simetria (Circulação Secundária no Hemisfério Sul)”, *Revista Brasileira de Geografia*, Vol. 24, Nº 3, pp. 337/439, 1962.
- Serra, A. “Anos Secos e Chuvosos no Rio Grande do Sul”. *Boletim Geográfico*, Vol. 28, Nº 212, pp. 37/74, 1969.
- Serra, A. e Ratisbonna, L. *Massas de Ar na América do Sul*. Rio de Janeiro: Serviço de Meteorologia do Ministério da Agricultura, 1942.

- Tarifa, J. R. *Sucessão de Tipos de Tempo e Variação do Balanço Hídrico no Extremo Oeste Paulista*. São Paulo: IGEOG – USP, 1973.
- Tarifa, J. R. *Fluxos Polares e as Chuvas de Primavera – Verão no Estado de São Paulo*. São Paulo: IGEOG – USP, 1975.
- Tavares, A. C. *O Clima Local de Campinas (Introdução ao Estudo do Clima Urbano)*. São Paulo: USP – Tese de Mestrado, 1974.
- Toledo, G. S. *Tipos de Tempo e Categorias Climáticas na Bacia do Alto Tietê*. Presidente Prudente: F. F. C. L. P. P. – Tese de Doutorado, 1973.