



Face a Face com a Modelagem Matemática: como os alunos interpretam essa atividade?¹

Face to Face with Mathematical Modeling: how do students interpret this task?

Jussara de Loiola Araújo²

Jonei Cerqueira Barbosa³

Resumo

Neste artigo, relatamos uma investigação sobre a forma como os alunos interpretam a tarefa de desenvolver atividades de Modelagem Matemática, focalizando o início do processo. O estudo foi realizado com um grupo de alunas da disciplina Cálculo Diferencial e Integral. A abordagem de pesquisa adotada foi qualitativa e os dados foram coletados por meio da observação do grupo desenvolvendo um projeto de Modelagem Matemática. Concluímos que as alunas conduziram seu projeto por meio de uma *estratégia inversa* àquela proposta pelo professor, tomando como ponto de partida da atividade um conteúdo matemático. A discussão desse episódio colocou em destaque o papel das experiências prévias e do contexto escolar no desenvolvimento do projeto de Modelagem Matemática do grupo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ensino de Cálculo.

Abstract

In this paper, we report on an inquiry about the way students interpret mathematical modelling tasks, focusing on their initiation. The research participants were calculus students, and they worked in a group. We used a qualitative approach, and data were collected through the observation of the group working on a mathematical modeling project. We concluded that the students conducted their project using an *inverse strategy* in relation to the one proposed by the teacher. They considered the mathematical content as the starting point of the task. This episode pointed to the role played by their previous experiences and the school context in the development of the group's mathematical modeling project.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Calculus Teaching.

¹ Digitalizado por Marcílio Leão e Sinval de Oliveira.

² Professora do Dep. de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.

Endereços para correspondências: Depto. de Matemática, Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Av. Pres. Antonio Carlos, 6627. Pampulha, Belo Horizonte – MG. CEP: 31.270-901. jussara@mat.ufmg.br.

³ Professor do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) e do Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS.

Questões introdutórias

Muitos educadores matemáticos têm argumentado pela consideração de aplicações da Matemática em seu ensino. Uma das abordagens pedagógicas que materializa essa posição é a que conhecemos por Modelagem Matemática (BASSANEZI, 1994; BLUM; NISS, 1991). Em termos gerais, trata-se de utilizar a Matemática para estudar algum problema ou situação não-matemática da realidade (dia-a-dia, outras disciplinas etc.). Sua operacionalização curricular pode tomar caminhos diversos⁴, sendo um deles a via dos projetos. Esses, por sua vez, consistem em convidar os alunos a escolherem um tema ou uma situação-problema para ser abordada matematicamente em semanas ou meses.

Uma das questões consideradas pelas pesquisas é o envolvimento dos alunos com atividades de Modelagem⁵. Borba, Meneghetti e Hermini (1997), tendo como um de seus objetivos compreender a aprendizagem dos alunos nesse ambiente, analisaram o trabalho desenvolvido por um grupo de alunas de um curso de Ciências Biológicas na disciplina Matemática Aplicada. A análise do trabalho aponta para o fato que elas buscaram significados na Biologia para explicar e discutir os resultados matemáticos encontrados. Como decorrência disso, os autores enfatizaram a natureza interdisciplinar de um trabalho de Modelagem.

Por outro lado, esses mesmos autores, em outro trabalho (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999), ao avaliarem um projeto de Modelagem de outro grupo de alunos no mesmo contexto, perceberam que eles pouco relacionaram a Matemática com o tema escolhido para estudo - no caso, desmatamento no Brasil -, apesar de essa possibilidade ser plausível e, mais que isto, enriquecedora para o referido trabalho. Esse foi apenas um dos “pontos negativos” do projeto: outros pontos destacados diziam respeito à ausência de autenticidade e de compreensão das idéias apresentadas pelo grupo.

Endereços para correspondências: Campus Universitário da UEFS – Departamento de Ciências Exatas. Km 03, BR 116, Feira de Santana – BA. CEP: 44031-460. joneicb@uol.com.br. Home-page: <http://sites.uol.com.br/joneicb>.

⁴ Não faremos uma discussão sobre as possíveis configurações curriculares de Modelagem, sob pena de fugir aos propósitos deste estudo. É importante ressaltar, entretanto, que diferentes configurações no currículo podem subentender diferentes concepções de Modelagem.

⁵ A partir daqui, quando nos referirmos à Modelagem, implicitamente estaremos tratando de Modelagem Matemática.

Ainda no que tange ao envolvimento com as atividades de Modelagem, Hodgson e Harpster (1997) perceberam que os alunos participantes de um estudo realizado por eles não analisaram os modelos e resultados matemáticos em relação à situação-problema que os gerou. Em outras palavras, eles partiram da situação real, dirigiram-se para a Matemática e permaneceram lá, não verificando a relação com o contexto real. Os autores especularam, porém sem amparo nos dados, algumas razões para esse comportamento, focalizando nas concepções dos alunos e nos condicionantes do contexto.

Os estudos acima considerados indicam, apesar de não possuírem esse propósito dentre seus objetivos, diferentes maneiras de os alunos conduzirem atividades de Modelagem no contexto escolar, que nem sempre correspondem ao esperado pelo professor. É possível que isso tenha relação com a forma pela qual os alunos interpretam a tarefa proposta. Christiansen (1997) analisa um episódio de sala de aula no qual a discussão dos alunos indicava o conflito entre dois possíveis objetivos de uma atividade: orientação para exercício ou para problema⁶. As estratégias e argumentações dos alunos também eram conflitantes. Por fim, a autora conclui que a perspectiva dos estudantes influenciou a condução da tarefa de Modelagem no contexto escolar.

As diferentes maneiras de se conduzir atividades de Modelagem, apresentadas nos três primeiros estudos, e os conflitos apontados por esse último sugerem que a maneira como os alunos interpretam uma atividade de Modelagem, quando essa lhes é proposta em suas aulas de Matemática, é uma questão que demanda mais pesquisas. Dessa forma, o objetivo deste estudo é considerar esse ponto, ou seja, buscar compreender como os alunos interpretam a tarefa de desenvolver um projeto de Modelagem. Focalizaremos nossa atenção nas ações iniciais dos alunos, visando a discutir suas interpretações assim que lhes é proposto o desenvolvimento de um projeto de Modelagem. Para discutirmos essa questão, consideraremos um contexto em particular, o qual passamos a apresentar.

O contexto do estudo

⁶ No estudo em questão, um exercício é aquele do tipo padrão, no qual os alunos só se baseiam nas informações (ou dados) contidas em seu texto para resolvê-lo. Já em um problema, conhecimentos extras, que não estão no texto do exercício, podem ser considerados.

O presente estudo teve por contexto a disciplina Cálculo Diferencial e Integral, do curso de Engenharia Química de uma universidade pública do Estado de São Paulo. Essa disciplina é semestral e, normalmente, os tópicos abordados são limite, derivada, integral e suas aplicações.

As aulas aconteciam em dois ambientes: na sala de aula convencional e no laboratório de informática. No primeiro, ocorriam, principalmente, aulas expositivas, com participação dos alunos e resolução de exercícios em duplas. Às vezes, alguns alunos iam ao quadro-negro para resolver os exercícios propostos, com a ajuda dos colegas. Já no segundo ambiente, foi utilizado o *software* Maple para, dentre outras coisas, abordar exercícios semelhantes aos da aula convencional, mas com maior ênfase na visualização, e outros sugeridos pelo professor.

Uma das principais atividades propostas pelo professor, no início do semestre, foi o que ele denominou de projeto de Modelagem Matemática. Inicialmente, o professor pediu para que cada aluno propusesse uma “função do cotidiano” para ser estudada. Os alunos foram então organizados em grupos, que deveriam escolher uma função dentre aquelas propostas por seus componentes. Selecionada essa função, o grupo deveria abordá-la por meio do conteúdo do Cálculo e do Maple. Esse projeto foi desenvolvido em horário extraclasse e apresentado em versão escrita e oral para toda a turma ao final do semestre. O professor se disponibilizou a atender os grupos que o procurassem, caso eles necessitassem de esclarecimentos.

O presente estudo considera, especificamente, dados vindos de uma reunião de um grupo durante o desenvolvimento de seu projeto de Modelagem. Trataremos a seguir de maiores detalhes relativos à obtenção desses dados.

A metodologia

Para conduzir uma pesquisa, consideramos importante que haja uma harmonia entre seus vários aspectos como, por exemplo, o objetivo e o método utilizado para obtenção dos dados (LINCOLN; GUBA, 1985). Já que o nosso propósito é compreender como os alunos interpretam a tarefa de desenvolver um projeto de Modelagem, ele diz respeito à maneira como pessoas entendem e compreendem as coisas. Por conseguinte, adotamos a abordagem qualitativa neste estudo, pois ela toma o

comportamento e a experiência humana em termos dos significados que as pessoas trazem para elas (DENZIN; LINCOLN, 1994).

A coleta de dados foi realizada pela primeira autora deste artigo. Os procedimentos adotados foram: observações de um grupo de alunas durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem e observações de algumas aulas de Cálculo da turma a que o grupo pertencia, na sala de aula convencional e no laboratório de informática. Sobre os materiais coletados, temos as filmagens das observações do grupo, as anotações durante as observações das aulas e todas as versões escritas do trabalho do grupo.

No caso específico desta investigação, consideramos principalmente a observação das reuniões do grupo de alunas. Adler e Adler (1994) caracterizam a observação qualitativa como fundamentalmente naturalística, no sentido de que ela é efetivada no contexto natural, entre as pessoas que participam naturalmente dos acontecimentos e seguindo seu fluxo natural. Assim, continuam eles, “observadores qualitativos não estão amarrados por categorias predeterminadas de medidas ou respostas, mas estão livres para buscar conceitos ou categorias que parecem significativas aos sujeitos.” (ADLER; ADLER, 1994, p. 378).

Para realizar a análise dos dados, especificamente com relação às observações do grupo, consideramos os episódios: eles são pequenos “recortes” das filmagens do grupo durante o desenvolvimento do projeto de Modelagem. Para este artigo, escolhemos um episódio que está relacionado com o objetivo de compreender a interpretação de uma atividade de Modelagem.

A partir daí, fizemos a transcrição literal do episódio, na qual apresentamos não apenas as falas dos participantes, mas também seus gestos, expressões, ações e tudo mais que pudesse ajudar em sua compreensão. A seguir, inserimos aquilo que Skovsmose (1999) denomina de *frame*: comentários que intercalamos no decorrer do episódio, nos quais fazemos um pequeno resumo das partes desse episódio seguido de uma análise inicial.

Para proceder à análise dos dados, usamos a abordagem denominada de *grounded theory* (STRAUSS; CORBIN, 1998). Trata-se de um conjunto de procedimentos analíticos com vistas a gerar idéias teóricas a partir da análise indutiva dos dados.

Apresentamos a seguir o episódio que será analisado aqui, a fim de nos movermos em direção ao nosso objetivo.

Um episódio

O episódio apresentado a seguir foi retirado da primeira reunião com um grupo constituído por quatro alunas, denominadas aqui por pseudônimos: Laura, Martha, Patrícia e Valéria. Nele, suas componentes descreveram como foi escolhida a “função do cotidiano” solicitada na atividade. As alunas decidiram estudar uma função que representava a variação da temperatura durante quatro dias de um ano, cada um pertencente a uma estação.

O relato se iniciou no ponto em que as alunas começaram a falar da função que foi tema de seu trabalho. Elas se inspiraram na função proposta por Valéria, que descrevia a variação da temperatura em um dia em uma cidade qualquer. Entretanto, essa idéia foi ampliada para uma função que relacionava a temperatura de um dia de cada estação do ano em uma cidade imaginária, como podemos constatar no trecho abaixo:

Patrícia: Daí a gente já começou a falar como a Valéria tinha feito a função dela. Daí a gente viu uma temperatura. Daí a gente começou a pensar na temperatura de uma cidade. Daí ... daí a gente pegou e começou a pensar uma coisa assim ... essa temperatura varia, né? Porque não é assim o ano inteiro. Daí a gente falou: ah! Então...

Laura: ... as quatro estações do ano. A temperatura nas horas do dia nas quatro estações do ano.

Patrícia: É.

Laura: Com as estações bem marcadas. O que seria todo ...

Patrícia: Primavera, verão, outono, inverno.

Laura: Um dia bem quente no verão e um bem frio no inverno.

Martha: A gente pensou em Sonho Meu, que é a “cidade do professor”.

Laura: Sabe aquele trabalho que o professor deu?

Pesquisadora: Sei.

Patrícia: *Ele gosta dessa cidade.*

Laura: *É. Pra ser uma coisa ideal. As estações do ano seriam bem marcadas e as temperaturas seriam ideais, nessa cidade.*

Esse trecho indica que, ao focar a variação de grandezas, as alunas escolheram a função levando em conta a Matemática abordada na disciplina. Elas optaram por estudar a temperatura sob o argumento de que essa “*varia e não é assim o ano inteiro*”. Variação é um tema de destaque na disciplina de Cálculo, que pertence ao contexto no qual se insere este episódio.

A partir daí, elas começaram a esboçar uma situação imaginária sobre a temperatura nas diferentes estações do ano, apoiadas em seus conhecimentos cotidianos. Dessa forma, estabeleceram uma cidade fictícia, com as quatro estações bem demarcadas e temperaturas ideais. Notemos que o nome escolhido para a cidade, *Sonho Meu*, é um que já havia sido utilizado pelo professor em exercícios propostos nas aulas. O grupo estava gerando uma situação suporte para a função em termos simplificados.

A seguir, as alunas detalharam como geraram os dados e escolheram o tipo de função padrão:

Patrícia: *Daí a gente deu esses valores da temperatura. Daí a gente tirou a função.*

Pesquisadora: *Como vocês conseguiram esses valores?*

Nesse momento, Laura olha meio de lado para Martha e sorri, sem graça.

Martha: *A gente meio que ... fez uma pesquisa meio por cima, sabe?*

Patrícia fala alguma coisa referente às cidades de Jaú, Atibaia etc. que não foi possível entender.

Martha: *Não, a gente fez assim: no Rio, por exemplo, o verão é superquente, uns 40 graus.*

Laura: *Ao meio-dia.*

Martha: *A gente pegou a temperatura do verão lá que é 40 graus. Aí para o frio a gente botou uma cidade mais para o sul, né? Porque como é uma cidade super ... é ... as estações são bem definidas, então a gente tinha que pegar as características de cada região.*

Pesquisadora: *Hum, hum ...*

Martha: *A gente foi pegando. Aí o outono e a primavera a gente (...)*

Pesquisadora: *A gente?*

Laura e Martha: *...deu valor intermediário.*

Pesquisadora: *Ah, tá!*

Laura: *Aí com esses ... com esses pontos a gente calculou [esboça uma curva com um máximo com a mão] o máximo, o mínimo e fizemos a função.*

Martha: *É ... a gente sabia que era mais ou menos uma função do 2º. grau por causa daquela função (...)*

Martha fez referência a alguma função trabalhada em sala de aula que não foi possível identificar.

Pesquisadora: *Hum, hum.*

Martha: *Tem o ponto ótimo.*

Na continuação do diálogo, as alunas assumiram que os dados da função foram inventados, apesar de elas dizerem que haviam feito “*uma pesquisa meio por cima*”. Por trás dessa fala, e do diálogo que se segue, podemos perceber que os dados foram inventados a partir de suas vivências. As alunas definiram um dia típico de verão e um de inverno da cidade Sonho Meu a partir, respectivamente, da temperatura de uma cidade muito quente e de uma cidade muito fria, e deram valores intermediários para as temperaturas nas outras duas estações.

Quanto ao modelo de função que melhor representaria a situação, as alunas “*sabiam que era mais ou menos uma função do 2º. grau*”, baseadas em alguma situação análoga abordada em sala de aula. Em outras palavras, podemos dizer que elas preconceberam uma função polinomial do 2º. grau como o modelo matemático mais adequado à situação para depois estabelecerem os dados.

Dando continuidade à atividade desenvolvida, elas explicitaram sua estratégia para gerar uma expressão matemática para a função:

Pesquisadora: *Tá. Então vocês pegaram esses dados. Quantos ... quantos dados vocês têm?*

Laura: *Temperatura máxima, temperatura ao meio-dia e a temperatura à meia-noite.*

Pesquisadora: *Deu quantos pontos?*

Laura: *No gráfico?*

Pesquisadora: *Vocês pegaram dados discretos?*

Laura entrega para a pesquisadora a primeira versão escrita do trabalho.

Martha: *A gente pegou os pontos. Três pontos.*

Laura vai mostrando no trabalho: *“temperatura máxima, temperatura mínima, o x do vértice, o y do vértice, aí a gente deu o c também”.*

Martha: *Porque o c seria a temperatura mínima à meia-noite que é 0 horas, 24 horas.*

Laura: *É. Aí fizemos o estudo para construir o gráfico.*

Pesquisadora: *Tá.*

Laura: *E o gráfico que ficou aqui atrás ficou perfeito, mas não é assim que deveria ser, né? Nessa cidade ele pode ser.*

Partindo do protótipo da função quadrática, elas estabeleceram três pontos para definir a expressão matemática. As temperaturas a 0h e 24h são consideradas valores mínimos em um intervalo de um dia, enquanto que a temperatura às 12h é tida como valor máximo. Notemos que as vivências pessoais foram utilizadas à medida que elas associavam momentos específicos do dia a temperaturas mais altas ou mais baixas. Entretanto, elas condicionaram essas vivências ao seu conhecimento de uma função quadrática: são precisos três pontos para determinar a lei matemática de uma função polinomial do 2º grau. Elas enfatizaram a não adequação desse modelo para situações que utilizassem dados reais.

Discussão

Na seção anterior, apresentamos uma primeira análise de um episódio em que as alunas discutiram seus procedimentos iniciais na execução de uma atividade de Modelagem proposta por seu professor de Cálculo. A partir daqui, conduziremos uma discussão acerca das interpretações levantadas do episódio acima, à luz da literatura.

O ponto de partida

As orientações do professor em relação à atividade consistiram em buscar uma função que descrevesse alguma situação do dia-a-dia e abordá-la por meio do Cálculo,

usando o *software* Maple. O procedimento das alunas foi escolher um tema – a temperatura – “tratável” pela disciplina Cálculo. Parece que o contexto no qual as alunas estavam inseridas, a Matemática Escolar, influenciou no *ponto de partida* da atividade. Como elas conheciam alguns dos assuntos que são abordados na disciplina, e sabiam que variação de grandezas era um desses assuntos, é razoável supor que elas buscassem uma situação-problema que aí se inserisse.

Ainda na fase inicial da atividade, as alunas resolveram estudar a temperatura de quatro dias representativos das estações do ano em uma cidade fictícia⁷. Elas constituiriam uma situação pertencente ao que Skovsmose (2000) denomina de semi-realidade: uma situação inventada e artificial, criada para determinados propósitos como, por exemplo, ensinar Matemática. A situação semi-real não se baseia em alguma investigação empírica, mas faz referência a fatos e coisas do dia-a-dia. A situação-problema formulada pelas alunas, por exemplo, a despeito de sua artificialidade, faz referência às suas vivências reais.

Apesar da solicitação do professor, de que se partisse de uma situação real, elas pareciam bastante confortáveis gerando uma situação-problema semi-real. Ainda que não tenhamos descrito a natureza dos problemas trabalhados pelo professor em suas aulas neste artigo, parte delas foi observada no período de coleta de dados, nas quais se percebeu que o professor também abordava aplicações do Cálculo por meio de situações semi-reais. Portanto, o próprio contexto da disciplina colaborou para que as alunas operassem nesse ambiente. Se assim não fosse, elas não teriam feito referências a situações semi-reais trabalhadas nas aulas convencionais da disciplina. Semelhantemente ao que detectamos nesse episódio, Matos e Carreira (1996) apontam que os significados que os alunos dão às atividades de Modelagem estão amarrados ao contexto escolar.

Não se pode, porém, creditar a predileção das alunas pelas situações semi-reais somente às atividades desenvolvidas na disciplina Cálculo. Embora não tenhamos apresentado dados referentes às experiências escolares anteriores, é possível que essas

⁷ Poderíamos questionar, então, se a atividade realizada pelo grupo tratou-se, realmente, de Modelagem Matemática. Entretanto, a forma como o professor propôs a atividade, solicitando a busca de uma situação real, é condizente com a perspectiva geral de Modelagem que apresentamos na primeira seção deste artigo. Além disso, o professor denomina tal atividade de Modelagem Matemática. Assim, não vamos julgar se o que as alunas desenvolveram foi um projeto de Modelagem, mas sim, levar a cabo nosso objetivo de compreender como elas interpretaram a solicitação do desenvolvimento de tal projeto.

também estejam legitimando a forma como o grupo de alunas iniciou a atividade. Sutherland et al. (1996) reforçam essa afirmação, ao estudarem o papel de planilhas eletrônicas (como o Excel) em atividades de Modelagem em sala de aula e concluírem que a preferência dos alunos por representações gráficas e algébricas possuía uma forte influência das experiências escolares prévias. Se, anteriormente, as alunas do presente estudo tivessem tido forte contato com atividades “de fato” reais, será que elas teriam optado por constituírem uma situação semi-real? São necessárias pesquisas subseqüentes para explorar essa questão.

Parece-nos, portanto, que a forma como as alunas encararam a atividade de Modelagem depende do contexto no qual elas estão envolvidas (apoiando-nos nos dados e na literatura) e de suas experiências prévias (apoiando-nos na literatura).

Gerando a situação-problema

Para compor a situação semi-real da cidade Sonho Meu, as alunas mobilizaram, pelo menos, conhecimentos cotidianos e os da Matemática. O primeiro se impôs pelo enunciado da tarefa, enquanto o segundo, o fez pela disciplina Cálculo.

Com relação ao conhecimento cotidiano, as alunas buscaram referências em suas vivências, por exemplo, quando citaram cidades quentes e frias e momentos específicos da temperatura durante o dia. Elas efetuaram uma transferência de conhecimentos, no sentido apontado por Evans (1999, p. 23): “o uso de idéias e conhecimentos aprendidos em um contexto em um outro”. O episódio do grupo de alunas reforça a posição dessa autora de que a distinção entre os contextos não significa uma disjunção entre eles. Ao entrar na escola, o indivíduo considera os parâmetros da prática aí hegemônica, mas não deixa de considerar suas demais experiências.

Podemos dizer que a transferência realizada pelas alunas implicou uma re-significação dos conhecimentos cotidianos, (ou seja, elas transferiram conhecimentos de suas experiências cotidianas para o contexto escolar, mas os modificaram) para *gerar a situação semi-real*. Isso pode ser notado no momento em que as alunas caracterizaram a temperatura da cidade Sonho Meu (uma cidade) como constituída por uma junção da temperatura de uma cidade mais quente e outra mais fria (duas cidades). Notamos esse fato também no trecho em que elas identificaram extremos da temperatura ao meio-dia e

à meia-noite, o que corresponde a uma simplificação, já que nem sempre esses extremos acontecem pontualmente ao meio-dia e à meia-noite. Somos levados a crer, portanto, que a transferência dos conhecimentos cotidianos, para compor a situação semi-real, implicou uma transformação dos conhecimentos.

O conhecimento matemático, outro contributo para a composição da situação semi-real, se destaca no estabelecimento dos dados que definiriam a função representativa dessa situação. As alunas selecionaram somente três pares de valores, pois já tinham em mente uma função polinomial do 2º grau. Mais que isso, elas consideraram exatamente os pontos extremos, talvez por julgarem que isso facilitaria a determinação de sua lei matemática.

A maneira como as alunas elaboraram a situação semi-real parece indicar sua natureza híbrida, ou seja, resultante das relações entre conhecimentos da disciplina matemática e do cotidiano. É verdade que a situação semi-real não se enquadra totalmente em nenhuma experiência vivida, como também não podemos dizer que está completamente desconectada dela, pois faz referência ao vivido. Igualmente, a situação semi-real não está formulada apenas em termos matemáticos, não é uma situação matemática pura, no sentido estrito da palavra, mas tem a sua marca expressa nas informações quantitativas exatas e no seu comportamento de acordo com idéias matemáticas pré-concebidas.

Situações semi-reais têm estado presentes na prática de sala de aula, como, por exemplo, no contexto desta pesquisa e em livros didáticos. Isso não implica, entretanto, que elas ocorram apenas no que chamamos de ensino tradicional. Skovsmose (2000) argumenta que situações semi-reais podem servir ao propósito de convidar os alunos a gerar explorações e explicações matemáticas.

A estratégia inversa das alunas

A partir da discussão realizada até aqui, podemos notar que as alunas não seguiram exatamente a tarefa proposta pelo professor. Enquanto este solicitou que os grupos partissem de situações reais e as abordassem utilizando o conteúdo de Cálculo e o Maple, aquelas criaram uma situação semi-real para dar conta da atividade. Para gerála, elas pareciam considerar o “lugar” ao qual queriam chegar - o conteúdo de Cálculo -,

pois o tema escolhido já levava essa disciplina em consideração. Os dados indicam que as alunas tinham em vista encontrar uma função quadrática, analogamente a uma situação-problema trabalhada pelo professor na sala de aula. Por isso, elas só se preocuparam em estabelecer os dados necessários para definir a lei matemática desse tipo de função.

Podemos dizer que as alunas, inicialmente, escolheram o conteúdo matemático que gostariam que aparecesse na situação-problema para só depois elaborá-la. Enquanto o professor localizou o ponto de partida na situação do dia-a-dia, elas começaram a desenvolver a atividade de Modelagem levando em consideração a Matemática que iriam usar. Apesar disso, o relatório final do grupo inicia-se com a apresentação da situação-problema, seguida da abordagem matemática, dando a entender que o caminho percorrido pelas alunas teria sido o mesmo solicitado pelo professor.

Elas tiveram um procedimento inverso ao recomendado, o que nos sugere a noção de *estratégia inversa*. Com isto, queremos enfatizar que o processo de constituição da situação-problema se deu no sentido contrário ao caminho sugerido pelo professor. A par da discussão anterior, parece-nos que a *estratégia inversa* conduzida pelas alunas tem legitimidade dentro do contexto escolar no qual estavam inseridas. Como Christiansen (1997) observa, o objetivo que os alunos percebem para a atividade implica o tipo de encaminhamento que eles dão a ela. É possível que as alunas tivessem entendido que o objetivo principal da atividade era abordar conhecimentos matemáticos, ou seja, o importante era a Matemática, e era ela que deveria ser considerada. Daí, ter sido ela utilizada como um dos pontos de partida. Apesar de ser nomeada por nós como *estratégia inversa*, uma vez que foi realizada inversamente em comparação com a tarefa enunciada pelo professor, ela está em consonância direta com as práticas matemáticas que as alunas vivenciaram e vivenciavam.

Considerações Finais e Implicações

Este estudo teve por objetivo compreender a maneira como os alunos interpretam uma atividade de Modelagem Matemática. Para tanto, consideramos um episódio envolvendo um grupo de alunas da disciplina Cálculo, no qual elas

descreveram suas ações iniciais, no momento em que se encontraram face a face com a tarefa de desenvolver tal projeto.

Como afirmamos na introdução deste artigo, em termos gerais, a Modelagem consiste em estudar algum problema ou situação não-matemática da realidade por meio da Matemática. No episódio aqui analisado, o grupo conduziu seu projeto de Modelagem por meio da *estratégia inversa*: ao invés de partir de uma situação não-matemática da realidade, o grupo considerou a Matemática a ser explorada para formular uma situação semi-real. Em oposição a isso, se o grupo considerasse a situação real como ponto de partida, ele poderia não saber de antemão que conceitos e idéias matemáticas iriam aparecer. Portanto, é razoável afirmar que a *estratégia inversa* liga-se intrinsecamente à elaboração de situações semi-reais.

Para elaborar a situação, as componentes do grupo mobilizaram conhecimentos cotidianos e matemáticos. Os primeiros, transferidos das vivências pessoais, foram re-significados à luz de seus propósitos, levando-nos a sugerir que a transferência de conhecimentos implica a sua transformação. Os segundos, tidos como ponto de partida, ofereceram os parâmetros para caracterizar a situação-problema.

A maneira como o grupo interpretou a tarefa de desenvolver um projeto de Modelagem foi altamente influenciada pelo contexto no qual ele estava inserido. Parece-nos que o contexto é um condicionante que merece atenção. Isso sugere que mesmo que a tarefa enunciada de Modelagem enfatize uma investigação que parta de situações reais, elas não se constituirão como tal se as demais atividades curriculares não estiverem em consonância com essa proposta. Entretanto, o fato de introduzir situações reais dentre as atividades de sala de aula não impede necessariamente a condução do projeto por meio da *estratégia inversa*, pois as experiências prévias dos alunos podem ser preponderantes.

Retomando os trabalhos discutidos na introdução deste artigo, percebemos que apresentamos aqui mais uma forma de os alunos interpretarem e iniciarem a condução de atividades de Modelagem, e buscamos compreendê-la à luz do contexto no qual ela se constituiu. Entretanto, não podemos concluir precipitadamente que o contexto determina o trabalho dos alunos por si só. Borba, Meneghetti e Hermini (1997, 1999) apresentaram dois grupos de alunos em um mesmo contexto, que tiveram seus trabalhos com características divergentes. Ao contrário do primeiro, o trabalho de Modelagem

apresentado em Borba, Meneghetti e Hermini (1999), que foi avaliado como insatisfatório, não contou com o acompanhamento do professor. Não houve oportunidade de questionar os alunos quanto aos seus procedimentos. É pertinente aqui recordar Araújo e Salvador (2001) que relatam um trabalho de Modelagem realizado por uma aluna, no qual o diálogo entre ela e o professor foi considerado fundamental para o desenvolvimento da tarefa em uma forma mais próxima daquela expressa na proposição da atividade. Parece-nos, portanto, que a natureza do diálogo que se estabelece entre o professor e os alunos interfere na condução de um trabalho de Modelagem.

A par dessas considerações, é desejável que os projetos de Modelagem estejam em harmonia com as demais atividades escolares. Ou seja, recomendamos um contexto escolar que considere a investigação de situações reais nas aulas. Além disso, esses trabalhos, dentro ou fora da sala de aula, devem contar com o acompanhamento do professor. Por fim, sugerimos que pesquisas subseqüentes foquem a forma como os alunos interpretam atividades de Modelagem, em um contexto escolar que considere investigações de situações reais e que contem com o acompanhamento do professor.

Agradecimentos

Embora não sejam responsáveis pelas idéias discutidas aqui, gostaríamos de agradecer a Audria Alessandra Bovo, Norma Suely Gomes Avellato, Paula Malheiros, Rúbia Barcelos Amaral e Telma Aparecida de Souza Gracias pelos comentários a versões preliminares deste artigo. Além disso, agradecemos aos pareceristas *ad doc*, da Revista Bolema, pelos comentários.

Referências

ADLER, P. A.; ADLER, P. Observational Techniques. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Ed.). **Handbook of Qualitative Research**. California: Sage Publications, 1994. p.377-392.

ARAÚJO, J. L.; SALVADOR, J. A. Mathematical Modelling in Calculus Courses. In: MATOS, J. F.; BLUM, W.; HOUSTON, S. K.; CARREIRA, S. P. (Ed.). **Modelling and Mathematics Education**. Chichester: Horwood Publishing Limited, 2001. p. 195-204.

BASSANEZI, R. C. Modelling as a Teaching-Learning Strategy. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 14, n. 2, p.31-35, 1994.

- BLUM, W.; NISS, M. Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na Sala de Aula de um Curso de Ciências Biológicas. **Revista de Educação Matemática – SBEM**, São José do Rio Preto, v. 5, n.3, p.63-70, 1997.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Estabelecendo Critérios para Avaliação do Uso de Modelagem em Sala de Aula: estudo de um caso em um curso de Ciências Biológicas. In: FAINGUELERNT, E. K.; & GOTTLIEB, F. C. (Org.). **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Art Bureau, 1999. p.95-113.
- CHRISTIANSEN, I. M. When Negotiation of Meaning is also Negotiation of Tasks: Analysis of the Communication in an Applied Mathematics High School Course. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 34, n. 1, p. 1-25, 1997.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Handbook of Qualitative Research**. California: Sage Publications, 1994. 643p.
- EVANS, J. Building Bridges: reflections on the problem of transfer of learning in mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 39, n. 1-3, p. 23-44, 1999.
- HODGSON, T.; HARPSTER, D. Looking back in mathematical modeling: classroom observations and instructional strategies. **School Science and Mathematics**, Cidade, v. 97, n. 5, p. 260-267, 1997.
- LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic Inquiry**. California: Sage Publications, 1985. 416p.
- MAPLE V Release 5 – **Warteloo Maple Inc.**, 1997.
- MATOS, J. F.; CARREIRA, S. The Quest for Meaning in Students' Mathematical Modelling Activity. In: PUIG, L.; GUTIÉRREZ, A. (Ed.). **Proceedings of PME 20**. Valencia: Editora Universitat de Valencia, 1996. v.3, p. 345-352.
- SKOVSMOSE, O. **Investigando a Comunicação na Sala de Aula Sob a Perspectiva da Educação Matemática**. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1999. Notas de aula.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.
- STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Basics of qualitative research techniques and procedures for developing grounded theory**. 2nd ed. Newbury: Sage, 1998.
- SUTHERLAND, R.; ROJANO, T.; MOCHON, S.; JINICH, E.; MOLYNEUX, S. Mathematical Modelling in the Sciences Through the Eyes of Marina and Adam. In: PUIG, L.; GUTIÉRREZ, A. (Ed.). **Proceedings of PME 20**. Valencia: Editora Universitat de Valencia, 1996. v.4, p.291-297.

