



O Raciocínio Dedutivo do Ensino da Geometria¹

Claudia C. de Segadas Vianna²

Mario Tourasse Teixeira³

1. Introdução

Este trabalho procura analisar o desenvolvimento do ensino da Geometria Dedutiva no 1º e 2º graus. Considera que este ensino vem sendo relegado atualmente, mas acredita que alguns alertas educacionais sugerem esperanças acerca de sua reabilitação e renovação.

Para a realização deste estudo, recorremos a livros didáticos, artigos de jornais acerca da Matemática Moderna, entrevistas com professores universitários e análise de questionários que foram elaborados e enviados a professores de 1º e 2º graus pelo Profº Geraldo Perez da UNESP - Rio Claro.

Sobre a justificativa de realizar uma pesquisa que realce o raciocínio dedutivo no ensino, talvez o que melhor traduz o que pensamos neste sentido esta na mensagem de uma citação que lemos certa vez e transcrevemos aqui para cativar os leitores deste trabalho:

"Ao oferecermos o curso presente, partimos de que a tarefa essencial do ensino da Geometria na escola consiste em ensinar o aluno a raciocinar logicamente, argumentar e demonstrar suas afirmações. Muito poucos dos egressos da escola serão matemáticos e muito menos geômetras. Também haverá os que não utilizem nenhuma vez em sua atividade prática o Teorema de Pitágoras. Porém dificilmente se achará um só que não deva raciocinar, analisar ou demonstrar." (POGORÉLOV, 1974, p. 9)

2. Um Histórico do Dedutivo no Ensino da Geometria

Na história do dedutivo no ensino nos últimos anos, destaca-se como marco importante o Movimento da Matemática Moderna. Para uma melhor análise, podemos

¹ Digitalizado por Natalia Zulmira Massuquetti de Oliveira, Rafael Peixoto, Vanessa de Paula Cintra e Vanessa Benites.

² Professora do departamento de matemática, IGCE/UNESP – campus de Rio Claro.

³ Professor titular do departamento de matemática, IGCE/UNESP – campus de Rio Claro.

inclusive situar, grosso modo, três fases: antes do advento da Matemática Moderna no ensino, apogeu desta e época atual, além das devidas fases de transição.

No Brasil, este movimento se reflete na educação a partir do início da década de 60, mas sua influência nos livros didáticos vai-se verificar nos meados e, principalmente, nos fins desta mesma década.

2.1. Antes da Matemática Moderna

Antes do advento da Matemática Moderna no ensino, o dedutivo era tido como bem estabelecido nos livros e para os professores. As demonstrações eram apresentadas com uma certa reverência e estavam rodeadas por uma aureola de autoridade que impunha respeito.

No antigo ginásio, na 3ª e 4ª séries, começava-se a enfatizar o dedutivo através do ensino da geometria dedutiva. Na Álgebra, faziam-se algumas demonstrações isoladas, mas a glória da apresentação de um sistema dedutivo cabia realmente a Geometria. O curso de geometria começava com a definição de alguns conceitos familiares a um sistema dedutivo: proposição, postulado, teorema, demonstração, hipótese, tese,... e a apresentação dos conceitos primitivos: ponto, reta e plano. A partir daí, eram definidas figuras geométricas e congruências. Seguiu o curso com o estudo das figuras geométricas planas, reta e círculo, paralelismo, linhas proporcionais, semelhança de polígonos, relações trigonométricas no triângulo retângulo, relações métricas nos polígonos e no círculo, cálculo e áreas das figuras planas.

Toda a seqüência era apresentada de forma tal, que na demonstração de um teorema se pretendia somente recorrer a axiomas já apresentados ou a teoremas já demonstrados. Para facilitar a referenda aos teoremas no desenvolvimento das demonstrações, usava-se por vezes enumerá-los.

Os livros didáticos, em sua grande maioria, faziam todas as demonstrações. Ao final de cada capítulo, era comum encontrar uma lista: "Provar os teoremas", principalmente na 3ª série ginasial.

Parecia estar indo muito bem o dedutivo. Respeitado, valorizado, ensinado. Mas até que ponto alunos e professores concordavam com este ensino? Conversando com alguns da época, conheci os que acham que assim deveria ter continuado até hoje, mas

uma grande parte o critica, alegando, entre outros motivos, que os alunos eram obrigados a estar decorando enunciados e demonstrações de teoremas sem, às vezes, sequer entenderem o que significavam. Segundo eles, alguns professores chegavam na prova a pedir que se enunciasse e se demonstrasse o teorema de tal número.

Afirmam que poucos logravam captar bem este ensino e perceber o significado do dedutivo, em geral, os alunos brilhantes de Matemática. A maioria, porém, repetia os teoremas, simplesmente com o respeito devido à autoridade e às punições dela decorrentes.

E é no meio já de alguma insatisfação entre o professorado que se inicia, com grande esperança, um processo de mudança com o advento da Matemática Moderna no ensino.

2.2. Durante a Matemática Moderna

A Matemática Moderna surgiu no ensino como reflexo de algumas transformações que vinha sofrendo a própria Matemática, graças à influência do formalismo, notadamente a partir dos meados do século XX. Entre essas transformações, estava uma ênfase maior nos fundamentos, conjuntos, estruturas e morfismos.

Se antes a Geometria era abordada por via do método axiomático euclidiano, passou a ser pregada uma abordagem por via de espaços vetoriais e transformações. Algumas notas divulgadas pelos jornais sobre esta mudança de enfoque transmitiam um caráter um tanto ou quanto sensacionalista nesse sentido. Citamos como exemplo a frase pronunciada por J. Dieudonné na 1ª Conferência Interamericana de Educação Matemática, realizada em 1961 em Bogotá e citada por "O Estado de São Paulo" de 22/01/61:

"Abaixo Euclides!"

Ou ainda a manchete de "O Estado de São Paulo" de 17/01/67

"Matemáticos são contra Euclides."

Estas causavam controvérsias entre os leitores, fazendo crer que a geometria euclidiana era um conhecimento do passado que avós e pais tinham aprendido, mas que os jovens da nova era da ciência só iriam conhecer de nome. Na realidade, segundo explicou um professor do G. E. E. M. (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática) aos jornais, o que 30 pretendia era um novo método de abordagem que não fosse o axiomático euclidiano, mas o modelo de Euclides continuava como referenda constante.

Quanto aos livros didáticos, se antes parecia haver uma certa uniformidade na abordagem da Geometria, com a Matemática Moderna, eles começaram a apresentar mais distinções, dependendo, não só do envolvimento do autor com o Movimento, mas, também, da crença se seriam pedagogicamente aplicáveis e da coragem de romper com os padrões tradicionalmente aceitos.

Se o enfoque formalista dado a Matemática Moderna parecia sugerir que o apogeu da Matemática Moderna deveria corresponder ao auge do dedutivo no ensino, isto na prática não aconteceu.

O ensino da Geometria passou a ser o terror dos professores. Perdidos no meio das controvérsias que giravam em torno do método axiomático euclidiano, sobre a validade das demonstrações de alguns teoremas e, sobretudo, sem entenderem o que a Álgebra Linear tinha que ver com o ensino da Geometria, passaram este ensino para o último plano.

Sem saberem o que e como ensinar, a maioria dos professores valorizavam aspectos que não deveriam ser Fundamentais no 1º grau, o que persiste até hoje:

"Os meus alunos do 1º grau tem dificuldade em distinguir $A \in r$ e $A \subset r$ (erro fatal), $R \subset \alpha$ e $r \in \alpha$. Não seria possível ensinar Geometria de uma maneira mais fácil?"
(resposta ao questionário)

Começaram a surgir críticas ao dedutivo no ensino, por parte de psicólogos, pedagogos e também matemáticos. O reflexo posterior foi, sem dúvida, uma ojeriza a formalização no ensino e, "de sobra", à dedução.

2.3. Após e Época Atual

Duas acusações contra o dedutivo vieram influenciar definitivamente os novos rumos tornados pelo ensino. Foram elas: ser rigoroso e abstrato. Se bem que já fossem críticas antigas, ganharam uma relevância maior.

O reflexo começou a ser sentido nos livros didáticos, se bem que de uma forma mais lenta que nas salas de aula. Talvez porque registrar a desvalorização do dedutivo seja por demais audaciosos e já a postura dos professores não seja publicada.

Os livros conservaram as demonstrações dos teoremas mais tradicionais, mas na parte de exercícios mudaram drasticamente. Diminuíram ou mesmo aboliram quaisquer exercícios de caráter lógico ou para demonstrar. Mas o que mais chama a atenção é que parece que perderam uma diretriz no ensino da Matemática. Aparentam por vezes uma simplificação dos livros mais antigos em que os conteúdos não parecem estar ligados por um objetivo comum.

Já em sala de aula, muitos professores deixaram realmente de apresentar e, muito menos, incentivar os alunos a fazer quaisquer demonstrações. O pretexto preferido para justificar tal atitude tem sido de que não dá tempo nem para ensinar Geometria quanto mais (quando se consegue chegar a esta) para demonstrar teoremas.

Outro argumento bastante utilizado é o de que a matemática ensinada deve ser “prática”, pois não adianta demonstrar teoremas, já que os alunos não vão entender mesmo, pois as demonstrações são muito abstratas, e eles já vem despreparados, porque o nível de ensino esta cada vez pior... Bem representativa é a seguinte resposta dada ao questionário por um professor:

"Achemos que abandonar "um pouco" a Geometria Dedutiva e enriquecer o curso com aplicações práticas torna o assunto mais motivante e evita o "medo" que geralmente aparece nas demonstrações."

Embora os professores geralmente atribuam aos alunos a rejeição à Geometria Dedutiva, quem de fato parece primeiro não compreendê-la são os próprios professores. sabe-se que a culpa e em parte dos cursos de licenciatura em Matemática. Em alguns, sequer é dada atenção a Geometria e, em outros, é vista de tal forma que não auxilia o professor a ter uma visão mais profunda do que ira ensinar no secundário.

Nota-se que, como os livros, grande parte dos professores já não tem mais uma linha de ensino e, apesar de defenderem uma atitude mais "prática" em sala de aula, não dão uma Matemática nem "prática" nem como a denominam: "abstrata".

Porém começa a surgir mais insistentemente uma chamada geral para a necessidade de se voltar a enfatizar o ensino de Geometria no 1º e 2º graus. Esta chamada, apesar de vir embutida com a proposta de que haja no processo educacional a passagem concreto-abstrato, algumas vezes estaciona com estratégias somente para o primeiro estágio. Reina o "medo" de que alunos e professores achem a Matemática Dedutiva demasiadamente enfadonha. Preferem por vezes tornar os raciocínios apenas plausíveis e convencer os alunos indutivamente.

Por outro lado, os vestibulares começam a dar mais atenção a questões de Geometria e a algumas até de caráter dedutivo. Parece que, após uma fase de múltipla escolha, introduzida na década de 70 e que veio influenciar tão fortemente os rumos do ensino de 1º e 2º graus, se segue uma fase de valorização do raciocínio em detrimento da memorização de fórmulas.

3. Considerações Finais

Alguns dados parecem prever que a Geometria vai reencontrar seu lugar no ensino. Porém é preciso estar alerta para que não se valorizem somente os aspectos intuitivos e indutivos e tampouco que se estejam incentivando os alunos a decorar demonstrações.

Para que o dedutivo brote na Geometria, com uma força transformadora, é necessário que lhe seja permitido um papel de gerador de idéias criativas. Entre outros quesitos para tal, parece ser necessária, por parte do professor, uma clareza das idéias fundamentais a serem trabalhadas, além de um certo despojamento para deixar-se envolver com os alunos na aventura de lidar com a Matemática.

Bibliografia

FETÍSOV, A. I. **Acerca de la Demostración en Geometria**. Trad. de Antonio Molina Garcia. Moscú, Mir, 1980.

PEREZ, Geraldo. **Ensinamos Geometria no 1º Grau?** (Trabalho apresentado no I Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 04 de fev. 1987).

POGORÉLOV, A. U. **Geometria Elemental**. Trad de Carlos Vega. Moscú, Mir, 1974.

SAO PAULO (estado). Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino da Matemática: 1º grau. 2º ed. preliminar.** São Paulo, 1986.

TEIXEIRA, Mario T. **Anotações pessoais não publicadas.**

VIANNA, Claudia C. S. **O Papel do Raciocínio Dedutivo no Ensino da Matemática.** Dissertação de Mestrado - UNESP - Rio Claro. São Paulo, 1988.

Observação: Foram consultados os livros didáticos do antigo ginásial (3º e 4º anos) e do 1º grau (7ª e 8ª séries) mais utilizados entre 1945 e 1986. Também artigos de jornais, principalmente "Folha de São Paulo" e "O Estado de São Paulo", de 1962 a 1975.