



Como está o desempenho de nossos alunos em Resolução de Problemas?¹

Lilian Nasser²

Eloa A. Chaves⁴

Ionilde M. Azevedo³

Jorge L. M. Brandao⁴

Márcia S. da Silva³

Moema L. de Souza³

Neide F. P. Sant'Anna³

Sonia dos A. Cerqueira⁴

Os membros da equipe do Projeto Fundão - Setor Matemática (SPEC/CAPES) que assinam este artigo desenvolveram uma pesquisa para avaliar o desempenho de alunos do 1º grau em Resolução de Problemas. Inicialmente, foi feita uma testagem em escolas do Rio de Janeiro, com o objetivo de sondar quais estratégias seriam usadas para resolver um total de oito problemas do tipo "processo" (1). Segundo Lester (2), problemas de processo são aqueles que não podem ser resolvidos apenas através de uma ou mais operações, mas requerem o uso de alguma estratégia ou heurística. A testagem foi realizada no 2º semestre de 1987, com alunos de 6ª série (Escola Municipal Georg Pfisterer e Centro Educacional de Niterói), 7ª série (Colégio Pedro II) e 8ª série (Colégio Sion, Escola Municipal Georg Pfisterer e Instituto de Educação), num total de 225 alunos. As turmas foram escolhidas de acordo com a disponibilidade dos professores do grupo, Como uma das participantes do grupo estava com duas turmas de 4ª série do Colégio de Aplicação da UFRJ, resolvemos incluir estas turmas na amostra, totalizando 277 alunos.

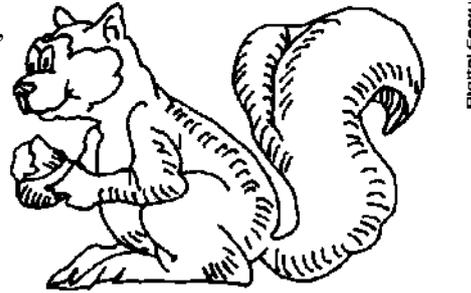
¹ Digitalizado por Natalia Zulmira Massuquetti de Oliveira, Rafael Peixoto, Vanessa de Paula Cintra e Vanessa Benites.

² Professora do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IM-UFRJ).

³ Professores de primeiro e segundo graus.

⁴ Alunos de graduação do IM - UFRJ

Neste artigo, analisamos as estratégias usadas pelos alunos em dois destes problemas, salientando seus acertos e erros.



Problema 1

Um esquilo encontrou 50 nozes num período de 5 dias.

Em cada dia o esquilo encontrou 3 nozes a mais que no dia anterior.

Quantas nozes ele encontrou em cada dia?

Este problema pode ser resolvido por equação do 1º grau, mas observamos que este método quase não foi usado, mesmo nas turmas de 6ª série, onde este tópico havia sido ensinado recentemente. A estratégia esperada, e mais natural, seria a de tentativa e erro. Contudo, os alunos mais velhos resistem ao uso desta estratégia, talvez por estarem viciados na aplicação direta de uma fórmula ou algoritmo. Os alunos da 4ª série foram os que mais usaram a estratégia de tentativa e erro, obtendo o maior índice de acertos: 56% da 4ª série acertaram este problema, enquanto somente 15% da 6ª série, 33% da 7ª série e 55% da 8ª série acertaram o mesmo problema.

Os alunos foram instruídos a não usar borracha e a escrever tudo que tivessem pensado durante a resolução do problema, para que pudéssemos mais nitidamente observar o raciocínio utilizado. Apesar de muitos alunos não terem feito isso, algumas vezes conseguimos acompanhar totalmente a evolução do seu raciocínio. Sobretudo nos casos de erro, pudemos tirar conclusões graças à interpretação de suas tentativas.

Exemplos de estratégias apresentadas de soluções corretas:

1º) Por tentativas e erro:

no 1º dia ele achou 4, no 2º 7, no 3º 10, no 4º 13, e

~~$50:5$~~
 ~~00~~
 ~~10~~

~~1º dia: 38~~
~~2º dia: +3 = 41~~
~~3º dia: +3 = 44~~
~~4º dia: +3 = 47~~
~~5º dia: +3 = 50~~

1º dia = 4
 2º dia = 7
 3º dia = 10
 4º dia = 13
 5º dia = 16

R: no 1º dia de encontrou ⁴38 nozes, no 2º 7, no 3º 10,
 no 4º 13 e no 5º 16
 Adryana - 10 anos

Embora as duas alunas tenham usado tentativa e erro, observamos que Adryana não tinha compreendido bem o problema inicialmente, pois tentou 50:5. Percebendo o erro, mudou o tipo de raciocínio, considerando que o esquilo havia Encontrado 50 nozes no 5º dia, o que também estava errado. Finalmente, ela chegou a resposta certa. Já Flávia demonstra ter iniciado a resolução com tentativas que ela foi ajustando ate encontrar a resposta correta

2º) Por equação do primeiro grau

$$x + x + 3 + x + 6 + x + 9 + x + 12 = 30$$

$$5x = 30 - 30$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

R = 4, 7, 10, 13, 16

Acordo
 14 anos
 8ª série

Como já comentamos antes, apenas 23 alunos de 6ª, 7ª e 8ª série usaram equação para resolver este problema, o que corresponde a 10% do total de alunos testados destas

series. Vale ressaltar que, destes 24 alunos, 14 eram de uma mesma turma de 8ª série, mostrando que esta turma deve ter sido bem trabalhada em equação do 1º Grau.

3º) Pela média.

Ivo - 14 anos

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 15} \\ \underline{10} \\ 10 - 3 = 7 \\ 10 + 3 = 13 \\ 10 - 3 - 3 = 4 \\ 10 + 3 + 3 = 16 \end{array}$$

10	10	10	10	10	10
20	20	20	20	20	20
4	7	10	13	16	16

$$\begin{array}{l} 1^\circ = 4 \\ 2^\circ = 7 \\ 3^\circ = 10 \\ 4^\circ = 13 \\ 5^\circ = 16 \end{array}$$

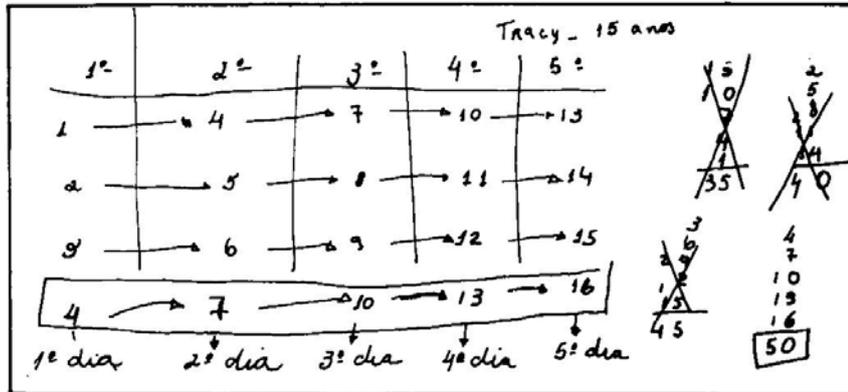
1	2	3	4	5	Mariana - 15 nozes
10	10	10	10	10	$x < 10$
20	20	10	20	20	$10 - 3 = 7$
4	7	10	13	16	$7 - 3 = 4$
					$10 + 3 = 13$
					$13 + 3 = 16$

Apesar do conceito de média não estar envolvido no problema, alguns alunos perceberam que poderiam usá-lo para chegar à solução, já que o número de dias era ímpar e, portanto, o 3º dia correspondia à média (10 nozes).

Como poderia ser usada esta estratégia, se o número de dias fosse par? O professor deve experimentar esta estratégia nos seguintes casos:

- a) 84 nozes num período de 6 dias, sendo que o esquilo encontrou em cada dia 4 nozes a mais que no dia anterior.
- b) 34 nozes num período de 4 dias, sendo que o esquilo encontrou em cada dia 3 nozes a mais que no dia anterior.

4°) Por seqüência



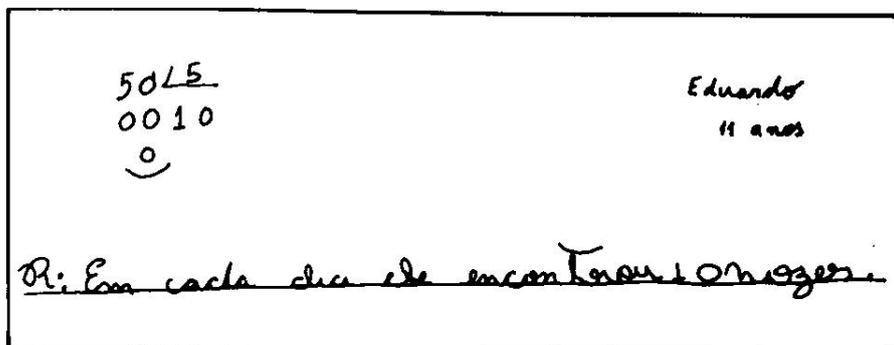
Mesmo sem ter noção de seqüências, observamos que Tracy "arrumou" suas tentativas de modo organizado, procurando a solução entre as seqüências de números naturais de razão 3.

5°) Por progressão aritmética

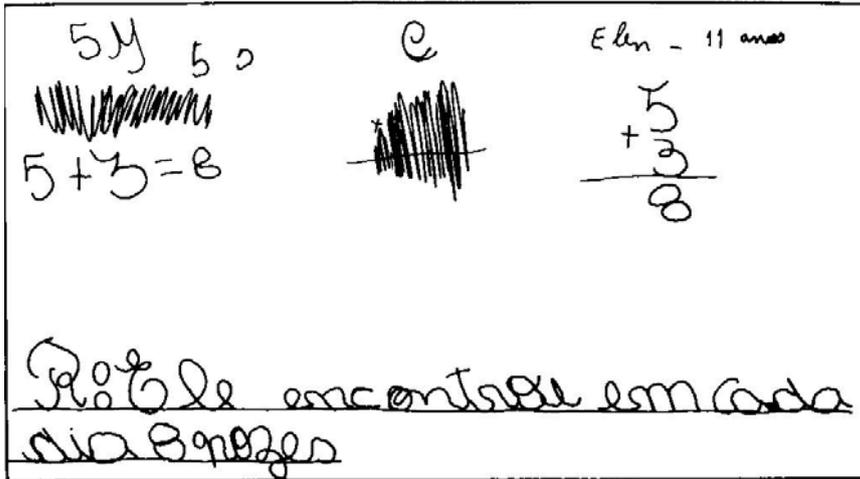
Quando apresentamos este problema para professores em cursos de treinamento, a maioria deles resolveu por P.A., talvez para não usar as mesmas estratégias que seus alunos de 1° grau usariam.

Análise de algumas Soluções Erradas

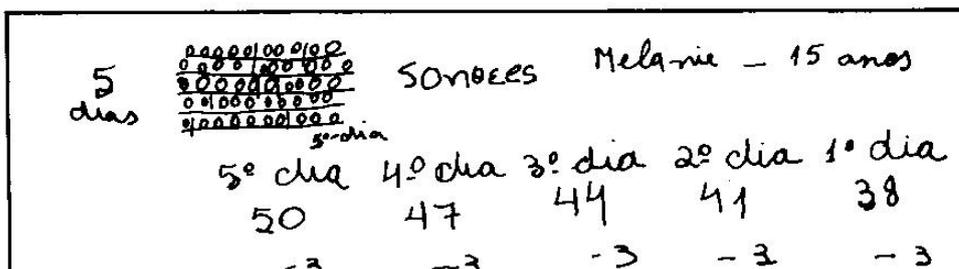
1°) Grande número de alunos apresentou 10 nozes como resposta, o que corresponde ao uso incorreto da estratégia da palavra chave ("em cada dia"), como mostra o exemplo:



2º) Outra estratégia ingênua que apareceu em numero significativo foi a de efetuar uma operação qualquer com os dados do problema, sem se preocupar em verificar ou avaliar a resposta obtida:



3º) Por erro de interpretação do enunciado, alguns alunos consideram que o esquilo encontrou 50 nozes no último dia. Neste caso, bastava efetuar a soma das respostas para verificar que a resolução estava incorreta:



Problema 2:

Uma academia de esportes funciona de segunda a sábado.
 A turma de vôlei se reúne diariamente, exceto às quartas.
 Há jogos de tênis todos os dias, exceto terças e sábados.

São oferecidas aulas diárias de pingue-pongue.

As aulas de natação são em dias alternados, a partir das segundas.

Há aulas de ginástica diariamente a partir das terças.

Qual é o dia mais movimentado da academia?

Neste problema, a estratégia esperada era o uso de uma tabela de dupla entrada. Embora o número de acertos tenha sido bom, observamos que poucos alunos estão habituados a trabalhar com este tipo de tabela:

1ª		2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	Sab
É Sexta-feira.	V	+	+	-	+	+	+
	T	+	-	+	+	+	-
	P.P.	+	+	+	+	+	+
	N	+	-	+	-	+	-
	G	-	+	+	+	+	+

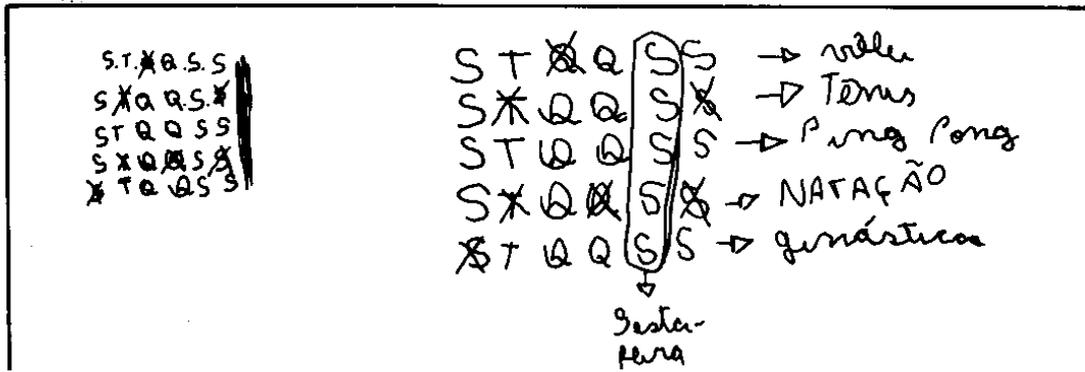
Fernando - 13 anos

A maioria dos alunos usou lista por esporte:

VÔLEI	TÊNIS	ping-pong	natação	ginástica
SEN	SEN	SEN	SEN	TER
TER	QUA	TER	QUA	QUA
QUI	QUI	QUA	SEX	QUI
SEX	SEX	QUI		SEX
SAB		SAB		SAB

R: O dia mais movimentado é a sexta-feira

Ou listas por dia da semana:

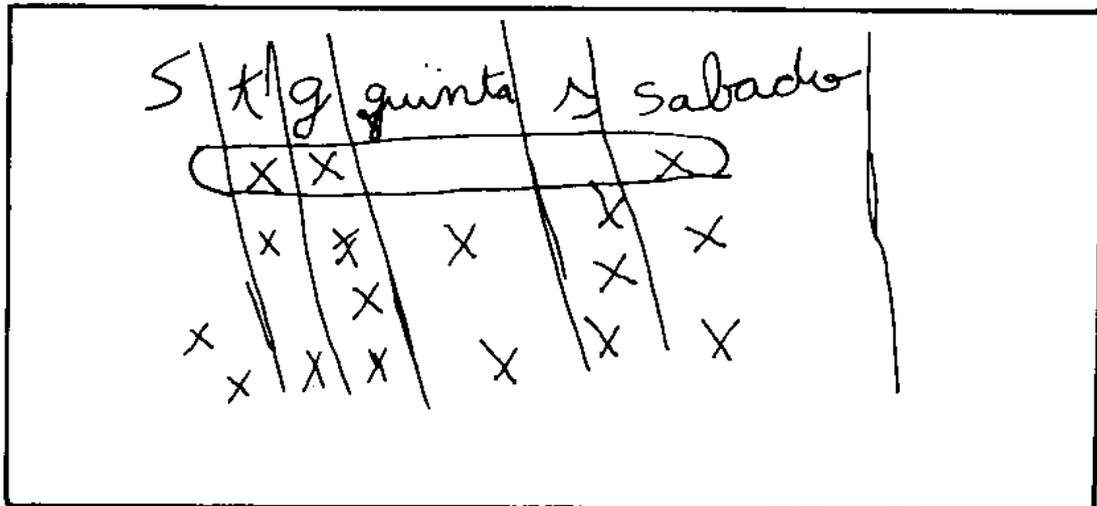


Neste problema não houve diferença significativa no desempenho das diversas séries, notando-se uma ligeira desvantagem na 6ª série.

Alguns motivos de erros notados foram:

1º) Desconhecimento do vocabulário:

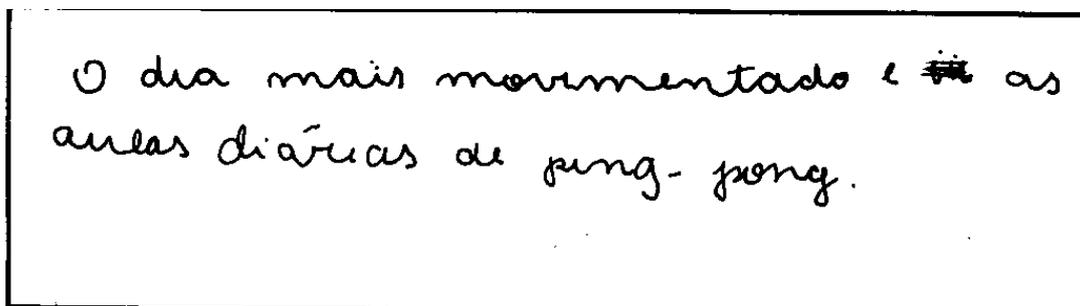
Anna Carolina, de 10 anos, deu a seguinte solução:



As cruzeiras assinaladas correspondem aos dias da semana que aparecem em seguida da palavra "exceto", demonstrando o desconhecimento do significado dessa palavra. Nas linhas seguintes estão assinalados corretamente os dias de ginástica, natação e pingue-pongue, que não dependiam do conhecimento da palavra "exceto".

2º) Uso incorreto da estratégia da palavra-chave:

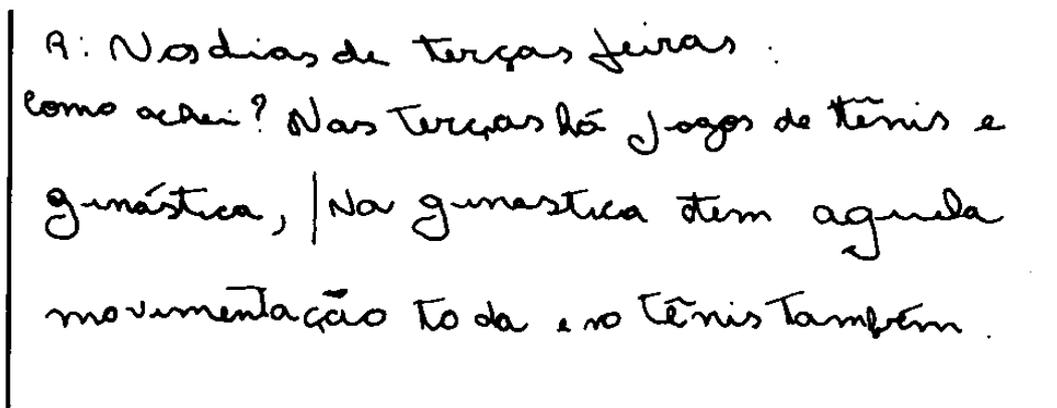
Daniele, de 11 anos, confundiu o dia mais movimentado com o esporte mais freqüente, pingue-pongue, devido a palavra-chave "diárias":



O dia mais movimentado é ~~as~~ as aulas diárias de ping-pong.

3) Confusão com o significado da palavra "movimentado":

Roberta, de 11 anos, confundiu o dia mais movimentado com o esporte que requeria mais movimento:



R: Nos dias de terça-feira:
Como aqui? Nas terças há jogos de tênis e ginástica, | Na ginástica tem aquela movimentação toda e no tênis também.

O que o professor pode fazer para evitar estes tipos de erros?

Devido ao baixo rendimento obtido nesta testagem, procuramos analisar com mais detalhes os erros encontrados.

Por que os alunos erram?

Será que nossos métodos de ensino ajudam a desenvolver habilidades de resoluções de problemas?

Os alunos não estão habituados a resolver problemas que não estejam diretamente relacionados a algum tópico do programa. Também não costumam estimar nem analisar as respostas obtidas.

As turmas de 4ª série tiveram um desempenho acima da média, devido ao fato de serem turmas especiais, do Colégio de Aplicação da UFRJ, nas quais a professora

costumava trabalhar a resolução de problemas constantemente, inclusive sob a forma de desafios.

Sugestões para o Professor

Desde as primeiras séries, o aluno deve participar das atividades de resolução de problemas, constantemente, ao longo de todo o processo ensino-aprendizagem. O professor deve propor problemas que desenvolvam a habilidade mental e que não estejam somente relacionados ao conteúdo específico dado naquele momento.

Uma aula de resolução de problemas deve ser participativa, com discussão das estratégias usadas e com a análise dos erros e acertos. Deste modo o aluno está sendo envolvido na avaliação da aprendizagem.

O professor deve dar oportunidade ao aluno de conhecer diferentes estratégias de resolução de problemas. Isto pode ser obtido, também, através da exploração das diversas soluções apresentadas e de novas propostas de extensão a partir do problema inicial.

Ao professor cabe dar mais ênfase ao processo em vez do produto. Isto significa dar mais valor aos processos utilizados na resolução de problemas do que às respostas obtidas.

BIBLIOGRAFIA

- (1) CHARLES, R. et al. **Problem Solving Experiences in Mathematics Grades 1 - 8**, Addison - Wesley Publishing Company, 1985.
- (2) LESTER, F. e CHARLES, R. **Teaching Problem Solving: What, Why and How** - Dale Seymour Publications, Palo Alto, CA, 1982.