



Peirce e a Matemática¹²

Lauro Frederico Barbosa da Silveira³

O tema, Peirce e a Matemática, será aqui abordado não por um matemático, mas por um estudioso da filosofia peirciana.

Apesar, pois, dos inúmeros setores da Matemática aos quais Peirce dedicou estudos, seja na busca de solução para problemas candentes do momento, seja na pesquisa histórica, quando recuperou vários textos antigos (1), minha exposição pretende restringir-se as relações estabelecidas por Peirce entre a Matemática e as ciências, e, muito em especial, entre Matemática e Filosofia na Classificação Geral das Ciências adotada, em caráter definitivo, pelo autor, em 1.902 [2].

Não estando, pois, habilitado a discutir as questões de álgebra linear e não linear, de geometrias não euclidianas, de teoria dos números, da matemática do contínuo, de cálculo da probabilidade e de topologia enfrentadas por Peirce, creio, contudo, poder trazer alguma contribuição para o desenvolvimento da temática da matemática e da representação, quando abordada na obra peirciana.

Não é fácil identificar, pura e simplesmente, Peirce como um filósofo sistemático, tal como este foi caracterizado por Thomas Rorty(3): alguém que, como Kant, Descartes, Husserl ou o primeiro Wittgenstein, trabalha a fim de estabelecer uma representação verdadeira do Mundo. Não se pode, porém, negar que de 1.868 ate seus últimos escritos em 1.911, Peirce se preocupou em elaborar, em constante aprimoramento, uma sistematização rigorosa do conjunto das ciências. Aproxima-se sob este aspecto de uma tradição que remonta, no mínimo, aos Enciclopedistas, passa por Kant - com o qual, sobretudo no final de sua carreira intelectual, Peirce muito se aproxima - e chega, por exemplo, a Augusto Comte que, apesar da constante oposição de Peirce as diversas formas de nominalismo, inclusive, a representada pelo positivismo francês, é explicitamente mencionado por Peirce em suas últimas tentativas de classificação [4].

¹ Digitalizado por Gustavo Barbosa e Paulo Roberto Vargas Neves.

² Apresentado em 16 de Março de 1993

³ Departamento de Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciência INESP-Campus de Marília.

A posição ocupada pelas ciências numa classificação torna-se muito esclarecedora da concepção que delas tem o autor, sobretudo a luz do preceito orientador daquele empreendimento.

Múltiplas foram as tentativas de Peirce para obter uma boa classificação das ciências. Preferiu o autor, com efeito, proceder pacientemente por método indutivo, testando experimentalmente, ao longo dos anos, qual a disposição que melhor desse às relações mantidas pelas ciências entre si e qual o mais adequado princípio para determinar a classificação. Em 1.902, a meta parece ter sido alcançada, e o quadro que será aqui tornado como referenda permaneceu o mesmo até os últimos escritos de Peirce.

Dispõem-se as ciências segundo seu grau de abstração, iniciando-se a classificação por aquelas ciências, cujo objeto é dotado de máxima formalidade, em nada se distinguindo das relações ideais estabelecidas pela própria ciência. Concatenam-se, em seguida, as demais ciências que colhem naquelas que as precedem sua formalidade, e elas irão cada vez mais encontrar seu objeto como inseparável da empiria e da particularidade. Classificam-se, pois, as ciências segundo o princípio da precisão, segundo o qual as ciências mais formais e, portanto, mais abstratas, prescindem das que se lhes seguem para constituir-se; a simétrica, contudo, não sendo verdadeira [5].

A consideração deste quadro apresenta, entre vários outros interesses, aquele de bem caracterizar a Matemática, a Lógica e as demais ciências na concepção mais madura que Peirce produziu do conhecimento científico.

Recorrendo aos estudos já realizados, tomamos a liberdade de reproduzir a classificação sumaria publicada por Berveley Kent (6), colhida dos textos de Peirce [7].

Tem-se, deste modo, o seguinte quadro:

Caracterizadas resumidamente, as Ciências da Descoberta, ou Ciências Heuréticas, são aquelas que somente procuram conhecer novas verdades, ou que só dizem respeito à descoberta do que lhes é próprio; as Ciências da Revisão são as que ordenam os resultados das ciências da descoberta, os examinam criticamente tendo em vista uma perspectiva mais ampla do que aquela concebível pelo especialista e as tornam adequadas a uma tal perspectiva; ampliam conseqüentemente, a extensividade dessas ciências. As Ciências Práticas (ou artes), por sua vez, são aquelas que procuram satisfazer desejos humanos, para tanto, adaptando o que sistematicamente é produzido na descoberta, para a aplicação a áreas onde se espera que tenham alguma utilidade [8]. Peirce reconhece, entre as primeiras, a Matemática, a Filosofia e as ciências teóricas especiais.

A Matemática e a Filosofia constituem-se em ciências gerais (ou cenoscópicas) tendo por objeto o que, do ponto de vista de sua formalidade, pode ser ("may be") ou deve ser ("could be" ou "must be") possível, e desse modo se opondo às ciências especiais (ideoscópicas) que, colhendo sua formalidade nas duas primeiras, tratam seus objetos como modos especiais de ser um, simplesmente, como seres.

Por outro lado, a Filosofia e as ciências especiais se agrupam como ciências positivas -ou , no dizer de Hume, como ciências do fato- em contraposição à Matemática, cujo objeto se constitui em puras relações ideais.

Esta última divisão relembra, de fato, Hume, ao afastar a Matemática do domínio da experiência, reservando a esse último a Filosofia, as ciências especiais e todos os outros domínios do agir racional. Dele se distingue, por não reservar a Matemática um caráter tão somente analítico e uma estreita aplicação aos limites do empírico, mas um estatuto eminentemente teórico e construtivo.

A primeira divisão, contudo, rememora Kant que, ao reconhecer na formalidade a raiz da generalidade das ciências, exigira, tanto quanto Peirce, uma Metafísica. Esta, ao propor teoricamente as condições de realização empírica de um Universo estritamente formal, articula as ciências gerais com as ciências especiais e permite, com isto, a constituição genuína dessas últimas como ciências empíricas dotadas, porém, de estrita formalidade lógica e matemática.

A originalidade da classificação peirciana parece, apesar das aproximações que podem ser feitas, com as dos filósofos anteriores, incontestável. Indica-na, muito especialmente, a introdução, da Fenomenologia, ou Faneroscopia, encabeçando, no interior da Filosofia, as ciências positivas, e a própria colocação da Lógica, ciência geral da representação, como uma terceira ciência normativa, distinta de lógica dedutiva pura que, aos olhos de Peirce, pertence ao domínio matemático.

Embora não caiba, no momento, alongar em considerações sobre a novidade trazida com ambas as iniciativas peircianas, deve-se notar que, com a Fenomenologia introduzida como a primeira das ciências positivas, foi possível estabelecer um quadro teórico onde fossem instauradas a Primeiridade ou Potencialidade; a Secundidade, ou Faturalidade e a Terceiridade, ou Generalidade como categorias universais válidas para a totalidade do domínio fenomênico sem mais comprometer, como em Aristóteles, Kant e, mesmo, Hegel -, as funções judicativas do entendimento que, antes, as instaurava. Com a Lógica, enquanto Semiótica, recorrendo ao auxílio das categorias fenomenológicas aplicadas à noção triádica de signo- compreendido como a genuína conjugação das relações de representante. de objeto e de interpretante-, tornou-se possível construir uma formalização lógica da conduta científica de caráter hipotético dedutivo, não mais subordinada às características logocêntricas e antropocêntricas das projeções [9].

De volta ao tema central desta exposição, pode-se dizer que a Matemática para Hume era uma "mera" formalização aplicável, quando necessário, aos dados empíricos e que, por carência, não se formava segundo a dinâmica da associação de idéias. Pode ser aplicada universalmente por não pertencer a concretidade da experiência. A Matemática, para Peirce, porém, é a ciência eminente da construção da forma, ocupando um lugar único e incontestado de paradigma da idealidade. Precede às ciências da experiência, não por ter objeto próprio, mas porque as idealidades preenchem uma esfera específica do ser, a qual independe das aparências que se apresentam a uma inteligência. Constrói seu próprio objeto, pois o ato de construir, em seu caso, não guarda qualquer estranheza com o objeto de construção.

Assim como para Kant, para Peirce cabe a Matemática construir seus conceitos. Estes, uma vez construídos, jamais serão da natureza dos conceitos metafísicos, os quais supõem previa análise para serem compreendidos. Serão, isto sim, conceitos que

hipostasiam relações singulares ou formas construídas pela razão. A fundamental diferença entre o posicionamento assumido por Kant e o de Peirce se estabelece quando consideram as relações entre Matemática e experiência.

Para Kant, a síntese do conceito em Matemática se faz a partir da intuição empírica pura o que, segundo ao menos a evolução que parece ter sofrido o pensamento kantiano até chega ao texto de *Estática transcendental*, tende a limitá-lo a uma experiência possível em nível da sensibilidade pura, limitando bastante o que admissivelmente pode ser construído. A inserção da Matemática na esfera da experiência possível parece conferir-lhe ao longo da *Crítica da Razão Pura* um lugar ambíguo e prejudicado, ficando difícil definir a cada passo o estatuto de seus conceitos; o papel que nela exerce a imaginação; qual a capacidade judicativa do entendimento a seu respeito e qual a própria natureza da intuição que fundamenta sua síntese. Com efeito, sendo o objetivo principal da *Crítica* definir a função transcendental da Razão teórica e denunciar a ilusão de uma Metafísica especulativa, o que é tratado da Matemática parece ter-se apresentado como suficiente. Há de fato e pode-se provar que, também, de direito, uma ciência pura que somente constrói a partir de intuições sensíveis igualmente puras. Tal ciência fornece a formalidade originária de qualquer outra ciência, se bem que essas outras exijam uma contribuição mais complexa da imaginação e do entendimento no processo de síntese. Para o estudo específico da Matemática, parece ficar em aberto o possível tratamento que a filosofia crítica kantiana daria a álgebra, a geometria e mesmo a todo o domínio da aritmética e do cálculo.

Para Peirce, contudo, a Matemática quanto ao seu objeto, ao qual igualmente constrói, não se vincula ao mundo fenomênico. Trabalha puras relações ou meras idealidades, não se sentindo tolhida por qualquer preconceito transcendental que a vinculasse a determinação de um objeto da experiência possível. Nem mesmo seu discurso sofre alguma restrição que lhe seja exterior, encontrando, como ciência radicalmente fundante, os sistemas de notação que lhe sejam mais convenientes. Tal liberdade, deve-se notar, talvez decorra do fato de Peirce, diferentemente de Kant e Hume, ter sido matemático de ponto em seu tempo, além de filósofo, físico e químico. Para ele, todas as construções formais possíveis são legítimas, e sua eventual relação com a experiência será estabelecida sem qualquer comprometimento de seu objeto ou de seu procedimento.

As ciências mais concretas, pois no âmbito da prática racional a Matemática é, devido à natureza de seu objeto a ciência mais abstrata, é que solicitarão da Matemática os recursos formais adequados ao tratamento das hipóteses que levantam. Pode, assim, num texto, Peirce distinguir a diferença jamais¹ essencial, mas estritamente estratégica, entre Matemática pura e Matemática aplicada

"Não há qualquer diferença essencial entre Matemática pura e a aplicada. O matemático, enquanto tal, não investiga fatos. Ele somente desenvolve hipóteses ideais. Estas são, em maior ou menor parte, sugeridas pela observação e partem daquilo que a observação garante plenamente, transcendendo o mais ou o menos. Mas, se as hipóteses se desenvolvem tendo em vista interesses ideais, trata-se de Matemática pura. Se, porém, elas se fixam no interesse da verdade e se enviam em sua direção, trata-se de Matemática aplicada" [10].

No universo da estrita possibilidade, não havendo qualquer estranheza da ciência em face do seu objeto, a questão da verdade propriamente não se coloca, mas, sim, a da validade e da correção do conhecimento. Somente ao se aplicar a um objeto que dela independa, surgirá, derivada e indiretamente, para a matemática, a preocupação com a verdade. A própria validade de seu procedimento quem estabelece é a Matemática e somente ela pode colocar em dúvida seus raciocínios, pois é ela que instaura seu próprio modo de proceder [11].

Em seu estrito proceder, a Matemática não depende da lógica, se se considerar a posição adotada por Peirce. Com efeito, toda dedução, como único modo de inferência necessária, teria caráter intrinsecamente matemático, decorrendo daí que havendo em qualquer ciência processos dedutivos, o trabalho matemático se fará presente. Enquanto se dedica à dedução, a Lógica pertencera à esfera da Matemática. Contudo, quando a Lógica precede retrodutivamente, no levantamento de hipóteses, ou indutivamente ao estabelecer as regras da verificação das conseqüências deduzidas das hipóteses, revela ter por objeto algo que, de algum modo, lhe seja exterior. Nesta medida ela não será estritamente matemática, não apresentando o mesmo grau de abstração daquela Ciência.

O duplo lugar conferido a Lógica na Classificação das Ciências de 1.903, reproduzida acima, denuncia a separação apontada: haveria uma Lógica tão somente formal e de caráter estritamente dedutivo e uma Lógica denominada, também, Semiótica, que formaliza operações vinculadas a experiência, ao menos, possível.

A Lógica como Semiótica supõe um Universo de aparências (fenômenos) e predicará uma conduta localizada no interior desse universo; será igualmente marcada por uma temporalidade que lhe é estrutural e, sob estes dois aspectos, se diferencia totalmente da Matemática e da Lógica puramente dedutiva. Estas, com efeito, dado que constroem seus próprios objetos e não representam, conseqüentemente, uma conduta num mundo mesmo que aparente, restringiriam a temporalidade de seu fazer a um constante diálogo interior entre um eu passado, propositor de um problema, e um eu futuro a quem cabe avançar soluções [12]. Ambos os sujeitos representam, com certeza, a comunidade científica com tradição e como tendência à generalização e à diversificação, uma vez que para Peirce toda ciência e todo pensamento são eminentemente sociais e, mesmo, cósmicos [13].

Para que permaneça construtiva, apesar de não pressupor - por via da intuição sensível pura - o domínio da experiência possível como o domínio de seu procedimento íntegro e legítimo, Peirce reconhecerá na Matemática uma ciência estritamente hipotética que deduz, através de construções que lhe são próprias e exclusivas, conclusões simplesmente possíveis. Com base nessas considerações, é de supor que, para Peirce, poderia haver tantas matemáticas quantos fossem os conjuntos de hipóteses que dariam, por dedução, origem aos sistemas.

Algébrica ou geométrica, uma construção diagramática, é exigida para o elaborar matemático. Tal construção originária pressupõe um princípio de construção ou preceito que, sendo obedecido, oferece plena liberdade para a produção de conclusões. Estas serão obtidas pela mera observação da construção inicial e serão denominadas por Peirce, *ilativas* ou *corolarias*; ou por meio de construções auxiliares, sendo então denominadas *teoremáticas*. Todas as conclusões, obtidas segundo o preceito serão estritamente *apodíticas*.

A necessidade intrínseca de que são dotadas as demonstrações matemáticas não exclui, contudo, o caráter observacional de seu procedimento. Com isto, embora a Matemática não busque diretamente a verdade, está sujeita ao erro e exige submeter-se ao criticismo, ao qual ela mesma procede. Sua observação se faz sobre o, diagrama, por ela mesma construído. Diferentemente da Lógica, que se interessa em deslindar tautologias, a Matemática não exige, que todas as, regularidades sejam representadas. Mesmo quando aplicada, as conclusões matemáticas guardam genuína apoditicidade.

Isto permite a Berveley Kent [14] afirmar que "mesmo quando a formula matemática é incompleta as relações entre as partes da representação não expressas nas hipóteses iniciais tornam-se acessíveis à observação na imagem que une todas as premissas numa única proposição copulativa".

Explorando a distinção entre a Matemática e a Lógica, mesmo, no caso, a Lógica estritamente dedutiva, Peirce chega a afirmar que, "na verdade, duas coisas não poderiam ser mais opostas do que a organização mental do lógico e a do matemático... O interesse do matemático num raciocínio consiste em torná-lo um meio para resolver problemas - tanto problemas que surgiram, quanto possíveis problemas semelhantes aos primeiros, mas que ainda não surgiram. Toda a sua preocupação consiste em encontrar atalhos para a solução. O lógico, por sua vez, está interessado em esmiuçar um método, descobrindo quais são seus ingredientes. Pouco se preocupa pelo modo como tais ingredientes se unirão para formar um método efetivo, e menos ainda pela solução de qualquer problema particular. Em resumo, a Lógica é a teoria de todo raciocínio, enquanto que a Matemática é a prática de uma espécie particular de raciocínio [15].

O procedimento matemático se faz por meio de abstrações -algumas das quais hipostáticas, quando se toma coletivamente o que, de início, era entendido distributivamente- e por construções de imagens. Diz, mesmo, Peirce ser este um processo dialogante, acima mencionado, no qual se recorre a duas linguagens diferentes [16]. Pela primeira, torna-se possível generalizar o que é construído, enquanto que, pela outra, se permite instanciar um objeto indefinido, mas individualizado, onde as construções podem se realizar. Ambos os procedimentos, diferentemente do que ocorre com as representações semióticas no universo fenomênico, são suficientes para o pensar matemático [17].

Signo de potencialidade - ou quase - signo, estendendo ao signo matemático a designação que Decio Pignatari dá ao signo poético - pois a tríade não se completa ao não se supor uma relação genuína de objeto como algo outro do que a própria construção, o signo matemático é, no ponto de vista da Semiótica peirciana, eminentemente icônico [18]. Não necessitando ultrapassar sua própria construção, ele se produz constantemente, mantendo-se em estado de permanente originalidade.

Mais do que síntese de intuições pontuais, como pareceria propor Kant na *Crítica da Razão Pura*, as construções matemáticas são, para Peirce, sínteses figurativas individuais num único universo total, igualmente individual [19].

Este todo se expressa geométrica ou algebricamente, sendo ambas as expressões icônicas, porque geradoras de sua própria forma, e diagramáticas, porque deduzem apoditicamente outras relações como suas conclusões. A escolha do procedimento geométrico ou algébrico nada carrega de prejuízo ao elaborar matemático. O campo observacional oferecido pelo grafo facilita operações nas quais muitas possibilidades são visualizadas simultaneamente ou através de circuitos de observação igualmente múltiplos - e deve-se notar que Peirce reclamava a falta de um mecanismo que produzisse, a custo acessível imagens estereoscópicas em movimento, onde melhor pudessem ser observadas as relações ideais [2]. - A álgebra apresenta-se igualmente diagramática, e sua disposição gráfica permite o acompanhamento, passo a passo; da produção das conclusões.

Em suma, a escolha do tipo do diagrama a se utilizar depende sobretudo da estratégia de construção que se pretenda adotar e da presteza com que se espera alcançar as conclusões. "A Álgebra, diz Peirce, não alivia a mente de qualquer porção do processo do pensamento. Se facilita ou não, em qualquer caso, o raciocínio, isto depende de ser mais fácil raciocinar acerca de formas algébricas ou de idéias que elas substituem. A única vantagem que, em qualquer caso, a Álgebra fornece, é a de assegurar precisão absoluta às demonstrações [21].

Com o passar dos anos, o interesse de Peirce foi se deslocando do descontínuo algébrico para o contínuo gráfico de natureza predominantemente topológica. Interessou-se, cada vez mais pelo caráter ostensivo: das deduções gráficas considerando sobretudo as possibilidades que elas abrem para um número indefinido de conclusões. Os estudos levados a efeito em *Lógica dedutiva* levaram Peirce; ao desenvolvimento da teoria dos grafos existenciais. Com tal teoria julga o autor contar com o melhor instrumento para formalizar a semiose, modo pelo qual qualquer inteligência que necessita da experiência para aprender cresce em conhecimento na busca dos objetos que deseja como a um fim [22]. A importância que assume para Peirce, o contínuo cósmico que engloba em si toda a Natureza e, nela, o próprio pensamento, justifica em parte, ao menos, este deslocamento de interesse. A teoria do diagrama invade a filosofia

peirciana em todos os seus domínios, e na Matemática serão procurados os recursos formais para sua elaboração.

A própria Matemática se projeta neste fundo da realidade metafísica, encontrando no domínio do poder ser das relações ideais e do dever ser da apoditicidade de suas deduções, a esfera do objeto que lhe é própria. Chamada a colaborar com uma Lógica adequada ao contínuo do pensamento, atuará, contudo, como Matemática aplicada. Se neste caso a construção gráfica é privilegiada, nada legítima que incida qualquer preconceito sobre o universo total das possibilidades matemáticas e à Álgebra se questionem as prerrogativas de absoluta clareza e segurança demonstrativa.

Notas

[1] Os escritos de Charles Sanders Peirce sobre Matemática encontram-se publicados, embora não de maneira exclusiva ou exaustiva, em Eisele Carolyn (ed.) - *The new Elements of Mathematics* by Charles S. Peirce. 4 vols. The Hague, Mouton. 1976; Eisele, Carolyn (ed.) *Historical Perspectives on Peirce's Logic of Science*. 2 vols./ Berlin, New York, Amsterdam. 1985 e Hartshorne, Charles & Paul-Weiss (eds.) - *Collected Papers of Charles S. Peirce*. vols. III - IV. Cambridge, MA. The Belknap Press of Harvard Univ. Press. 1933/74. Os manuscritos de Peirce são citados pela numeração proposta por Robin, Richard S. - *Annotated Catalogue of the Papers of Charles S. Peirce* . Amherst, MA. The Univ. of Massachusetts Press. 1967, com a sigla Ms. Seguida da numeração, páginas e ano. Os principais comentários encontram-se na obra de Carolyn Eisele, especialmente em *Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce* , *Essays of Carolyn Eisele*. The Hague. Mouton. 1979.

[2] Para o estudo das sistematizações das ciências propostas por Peirce, consultar Kent, Berveley - *Charles S. Peirce, Logic and the Classification of Sciences*. Kingston and Montreal Mc-Gill-Queen's Univ.

[3] Rorty, Tomas - *Philosophy and the Mirror of Nature*, Princeton NJ. Princeton Univ. Press. 1979.

[4] *Collected Papers*. vol. I § 180.

[5] *Collected Papers* . vol. I, § 549 ss. e sua nota.

[6] Kent, op. cit.. p. 134s.

[7] *Collected Paper*, vol. 1, § 180 - 02.

- [8] Kent, Op. cit. . p. 131, Cf. também Santaella, Lucia- A Assinatura das Coisas, São Paulo. Imago. 1992, cps. 5 e 6.
- [9] Cf. Silveira, Lauro F.B. da –Charles S. Peirce: Ciência enquanto Semiótica. Trans/form/ação vol. 12 1989. p. 71-83 e Silveira, Lauro F.B. da - Na Origem está o Signo. Trans/form/ação vol. 14 . 1991. p. 45-52.
- [10] Eisele , The New Elements of mathematics, vol. 2 . p.VI.
- [16] Peirce, Ms. 693 . 288-300 (1904).
- [12] Peirce, Ms, 693b. 302 (1904).
- [13] Cf. Silveira, Lauro F.B. da -O Caráter Social e Dialógico do Signo e do Pensamento em Peirce.Trans/form/ação vol. 11. 1988. p. 23-29.
- [14] Kent, Op. cit. p. 142-145.
- [15] Peirce, Ms. 78. 3-4. s,d.. Apud Robert, Don - The Existential Graphs of Charles S. Peirce. The Hague. Mouton. 1973. p. 16.
- [16] Peirce, Ms. 693b. 302 (1904).
- [17] Peirce, Ms. 693b. 306-324 (1904). Cf. Eisele, The New Elements of Mathematics. vol4. p. 213; Eisele, Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce, p.. 300.
- [18] Eisele, The New Elements of Mathematics, vol. 4. p.XI.
- [19] Eisele, The New Elements of Mathematics, vol. 4. p. 283.
- [20] Eisele, The New Elements of Mathematics, vol. 3.1 p. 191s.
- [21] Eisele, The New Elements of Mathematics, vol. 3.1. p.75, apud Eisele, Studies... p. 301.
- [22] Thibaud, Pierre - La Logique de Charles S. Peirce, De l' Algèbre aux. Graphes, Aix-en-Provence. ds. de l'Universite de Provence ,1975.