Bolema, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, 2007, pp. 95 a 113

O Movimento da Construção das Estruturas da Álgebra: uma visada fenomenológica

The Movement of the Construction of the Structures of Algebra: a phenomenological approach

Verilda Speridião Kluth[1]

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar, de forma sucinta, a investigação fenomenológica sobre a construção do conhecimento das *estruturas da Álgebra,*que se locomove na região da Filosofia da Educação Matemática com o enfoque na interrogação: *como se revela o pensar no movimento da construção do conhecimento das estruturas da Álgebra?* Pois neste serão abordados: a explicitação da interrogação da pesquisa, o movimento investigativo e o desenrolar das análises; numa perspectiva que foca o desenho traçado pelas articulações das idéias, as quais constroem a pesquisa e suas implicações para a Educação Matemática, no tocante do ensino da Álgebra Abstrata.

Palavras-chave: Álgebra. Hermenêutica. *Cogito* Fenomenológico. Filosofia da Educação Matemática.

Abstract

This article has as a purpose to introduce, briefly, a Phenomenological investigation about the construction knowledge of the *Algebra structures,* which moves around the Mathematics Philosophical Education focused on the question: *how is the thinking shown in the movement of the knowledge construction of the Algebra structures?* There are in this article: the research mainly question, the investigative movement and

[1] Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Matemática; coordenadora da Licenciatura em Matemática – CETEC – UNICSUL/ SP. Endereço para correspondência: Rua Visconde de Porto Seguro, 1127. São Paulo – SP - Brasil. CEP: 04.642-000. email: verilda@nlk.com.br

the analyses development; focused on the way the research ideas were built, because they build the research and its implication on the Mathematics Education about the way the Abstract Algebra is taught.

Keywords: Algebra. Hermeneutic. Phenomenological Cogitation. Mathematics Philosophical Education.

A explicitação da interrogação

Mesmo que a fonte seja desconhecida, ainda assim o regato flui.
Poincaré

Em 1997 terminei a dissertação de mestrado (Kluth, 1997) sobre o encontro do sujeito e da Matemática numa perspectiva fenomenológica merleau-pontyana. Nesse trabalho, a Matemática mostrou-se como sendo um objeto cultural que tem o ato da *percepção* como primado da construção do seu conhecimento, o qual se dá na relação intencional homem-mundo e é possibilitado pelas vivências do indivíduo compartilhadas com os seus semelhantes.

Metaforicamente falando, a minha compreensão sobre a *fonte* da construção do conhecimento matemático tornara-se cada vez mais clara. A *fonte* se constitui no encontro homem-mundo em ato de percepção. Porém, o que me parecia obscuro ao refletir sobre essa *fonte*, é o *curso do regato;* isto é, o conhecimento matemático constituído que flui e que, ao fluir, não diz mais só da *fonte*, e sim se deixa modelar pela paisagem aderindo novas formas. Frente a essas constatações, uma questão aflora: *como acontece a construção do conhecimento matemático formal?*

A inspiração para uma possível clarificação do abismo entre o conhecimento matemático não formal e o formal veio do estudo da obra de Bornheim (1998). Na qual pude perceber o filosofar como um acontecer constituído de complexas etapas que se articulam e que têm um primado descrito como comportamento originante: a *atitude admirativa.* Esta *atitude* é entendida como a vivência de uma significação positiva e afirmativa do mundo, aquela que possibilita a vivência do real numa atitude de aceitação. Essa etapa é seguida da *experiência negativa,* na qual o filosofar é separação. Porém, é a própria *experiência da separação* que possibilita a abertura de horizonte para a reconquista do mundo. Portanto, a *experiência negativa* é uma etapa a ser superada. *Superação* que quando efetuada, reaproxima-nos do mundo de forma consciente.

Junto a essa leitura faz-se presente uma certa identificação entre o filosofar entendido como um *fazer filosofia* e a construção do conhecimento matemático entendido como um *fazer matemática;* pois ambos podem ser compreendidos como tendo um primado, um solo originário. E esta obra trouxe-me um sopro de esperança de que deveria ser possível, como ocorre com o pensamento filosófico, explicitar o conhecimento matemático do não formal ao formal como um regato que flui; e do qual se conhece a fonte.

E para tanto, foi necessário sair da postura dogmática assumida frente ao conhecimento matemático instituído, colocá-lo em dúvida e perder os vínculos estabelecidos para viver a separação; pois tal vivência, ao ser superada, permite a abertura para as evidências e os seus desdobramentos lingüísticos culturais que compõem a região de inquérito designada histórico-culturalmente de *Matemática*. O tema *superação* passou a fazer parte das minhas preocupações impelindo-me a busca de novos horizontes. Encontro na Filosofia da Matemática Husserliana (Miller, 1982) lampejos teóricos explicativos sobre a *superação* que acenavam para aquilo que eu buscava: uma descrição do conhecimento matemático formal que *ainda sabe de sua fonte*.

Todas essas preocupações mesclam-se, num dado momento, com as minhas vivências de sala de aula, agora como professora de Álgebra Abstrata, ao deparar-me com as dificuldades apresentadas pelos alunos com o conteúdo da disciplina. E tais dificuldades colocavam-me "cara a cara" com a minha indagação: como acontece a *superação* da *experiência negativa* no processo da construção do conhecimento da Matemática? Percebi-me, então, na perplexidade e a interrogação norteadora da pesquisa se fez presente: *como se revela o pensar no movimento da construção do conhecimento das estruturas da Álgebra?* E por ser a interrogação fruto da articulação das idéias advindas da Matemática e da Fenomenologia, coube-me o desafio de explicitá-la nesses dois territórios.

A análise realizada no território da Matemática propiciou-me um importante passo na delineação do trabalho a ser realizado, pois ao se tomar as *estruturas da Álgebra* como tema de investigação, não pretendo esclarecer a complexidade dos processos que levam a resultados matemáticos, nem tão pouco tenho a pretensão de pensar o que o matemático pensou. E sim almejo encontrar no corpo do conhecimento da Álgebra, uma direção que permita tecer um fio condutor composto de atividades matemáticas, de evidências, de idéias, de estratégias e de ocorrências tencionadas ao movimento de construção/produção do conhecimento das *estruturas da Álgebra* que expressem esse movimento e ao expressá-lo possibilite uma explicitação do pensar que nele se revela.

Por outro lado, a explicitação da interrogação no território das idéias fenomenológicas se dá entorno da questão: o que significa pensar? Questão tratada desde os significados da palavra pensar em nossa cotidianidade até àqueles descritos pela Filosofia ancorados nos pensamentos heideggerianos (Heidegger, 1993), que descrevem a *Arte de Pensar*.

Pensar, como *Arte de Pensar*, é, desde o início, um movimento que ocorre naqueles que pensam na presença e na permanência do pensável. *Pensar as estruturas da Álgebra* nesta perspectiva significa buscar aquilo que ainda não se esclareceu do pensável que se mostra ao se defrontar com o movimento da sua construção/produção.

Para a realização de tal intento, é preciso que as *estruturas da Álgebra* se apresentem como pensável pondo a mostra o fenômeno *pensar* que se dá no movimento da construção de seu conhecimento possibilitando o indagar de sua estrutura, explicitar o seu acontecer e seu modo de ser.

O movimento investigativo

Os procedimentos considerados apropriados para essa investigação, após uma exaustiva análise, foram pautados na hermenêutica filosófica conforme explicitada por Gadamer (1997) ao realizar uma investigação fenomenológica que coloca em *epoché* os fenômenos: *compreensão* e a *maneira de* *interpretar;* expressas historicamente. E como fruto desta análise tem-se uma conceituação de compreensão e interpretação correta na medida em que sejam coerentes com a natureza da *presença* e uma re-conceituação da tradição.

A tradição, outrora entendida como um entrave para a interpretação de textos e obras, converte-se em experiência veiculada pela linguagem como uma possibilidade de compreensão/interpretação das obras humanas no modo de proceder no âmbito do círculo hermenêutico gadameriano, que se dá na *estrutura da pergunta e da resposta* constituindo o que o autor chama de *autêntica conversação*, que tem como pano de fundo o modo de ser das *presenças e a* tomada de consciência dos efeitos que a própria História promove constituindo a sua historicidade como formas de compreensão/ interpretação. Está inclusa, nesta tomada de consciência, a consciência da compreensão da própria História como uma forma de efeito, nomeada por Gadamer (1997) de *consciência da história efeitual;* imprescindível sempre que uma obra ou uma tradição tiver que sair da obscuridade.

A filosofia hermenêutica de Gadamer (1997) possibilita compreender as *estruturas da Álgebra* como uma tradição, como uma obra humana e como experiência hermenêutica. Tomá-la como tal, é colocar-se no movimento de *consciência da história efeitual da Álgebra Abstrata*. *Álgebra*, agora, pensada como um texto matemático inserido na tradição da Matemática ocidental.

Frente a esta perspectiva de transição da *tradição como experiência* descrita na região de inquérito das Ciências Humanas para a Ciência Matemática, fez-se importante para a pesquisa explicitar a articulação destas idéias na região de inquérito da Matemática e levantar quais possibilidades abrem-se com esta articulação, ao se tomar a *Álgebra* como um texto matemático inserido na tradição da Matemática ocidental; tanto do ponto de vista histórico e filosófico, quanto das possíveis contribuições que esta articulação pode trazer para os procedimentos da pesquisa.

No horizonte desta articulação, surgem perguntas que se referem diretamente à natureza dos objetos matemáticos e do seu estabelecimento na vida cultural. Encontrei respostas a essas perguntas num texto de Husserl (1997).

A análise husserliana foca o tema: *sentido de mundo* no âmbito da *subjetividade*, *intersubjetividade* e *objetividade*; tomando-o como o fio condutor que tece a rede de conhecimento científico historicamente atualizado, engendrado na rede de vivências do percebido, do intuído, do falado e do escrito. Mostrando que a mais simples vivência de evidência tem a ver com a *objetividade* científica.

Husserl (1997) explana sobre a formação da objetividade matemática como tradição, aquisição, originada de uma primeira atividade subjetiva criadora, possibilitada por uma *evidência originária* que tem como solo o *Lebenswelt* (mundo-vida); e que traz a tona uma realização e pode ser compartilhada entre as pessoas pela linguagem falada e escrita e transmitida às próximas gerações pela linguagem documentada.

Destes atos da construção/produção do conhecimento participam todos os que viveram, vivem ou viverão a *evidência originária*. Essa maneira de fazer-se presente a muitos, em tempos distintos e de forma genuína, é a mesma para todos em termos estruturais; o que gera a *objetividade* no âmbito da *subjetividade* e dá à realização matemática primeira, e às suas derivações, uma singular atemporalidade e não-independência porque essas realizações necessitam de alguém que as realizem e as re-compreendam. A *objetividade matemática* caracteriza-se, portanto, como uma *objetividade ideal* em contraste com a *objetividade real,* que é temporal e independente por estar à mercê da sua própria natureza.

Desta forma, intencionar o início, a origem de uma *objetividade ideal*, não é buscar um início perdido no túnel do tempo em terras estranhas, mas é buscar compreender a *evidência originária* e os modos de expressão pelos quais foi mantida no mundo pela linguagem. Deve-se, no entanto, salientar que a aproximação à linguagem documentada como fonte de conhecimento não pode ser realizada de maneira ingênua, entregue à tentação lingüística que restringe o entendimento à elaboração de associações regidas pela lógica da própria linguagem que obscurecem o sentido da realização primeira.

Para Husserl (1997), a lei fundamental que rege esse *des*obscurecimento do sedimentado é: caso as premissas sejam realmente reativadas até a *evidência originária*, assim também serão suas conseqüências evidentes e, uma vez isto realizado, surgirá aquilo que precisa ser produzido da *evidência originária* por meio da cadeia da Lógica, tal qual a fenomenologia a compreende. De modo breve, há de se perceber o *sentido* do transmitido na maneira da retrospectividade.

Ao perguntar-se retrospectivamente pelo sentido original do transmitido e depois pela disciplina validada e aperfeiçoada com este sentido, revelar-se-á a sua tradição histórica, o chamado: *Apriori universal histórico*[2].

Tomar as *estruturas da Álgebra* como uma *formação ideal* é tomá-las em sua temporalidade, as quais foram sendo presentes históricos, passados, horizonte de futuros e imagens de uma *Estrutura Apriori*[3] sedimentada na sua historicidade. Pesquisar o A*priori universal histórico das estruturas da Álgebra* é, em última análise, inquirir sistematicamente sobre o *sentido das estruturas da Álgebra* em sua origem, ou seja, inquirir sobre a *Estrutura Apriori* e de que maneira ela, como necessidade constituinte, precisou ser presente, passando retrospectivamente pelo que foi empaticamente reativado, epistemologicamente validado e culturalmente sedimentado.

A construção do conhecimento das *estruturas da Álgebra* em epoché

Ao ter-se como meta a explicitação do *pensar* que se revela no movimento da construção do conhecimento das *estruturas da Álgebra* no enfoque fenomenológico, é imprescindível a reconstrução das *estruturas da Álgebra,* vistas no fluxo temporal de sua existência como um objeto não-independente das ações humanas, que ao ser analisado pode trazer à luz aspectos que lhe são próprios e que constituem sua autoctonia, revelando invariantes do modo como se dá a superação da *experiência negativa* no desenrolar da construção de seu conhecimento.

A meta a ser cumprida, nesta etapa do trabalho, é a de elaborar uma descrição que explicite esse movimento em termos das possíveis atividades matemáticas que tecem um filão intencional e revelador das *estruturas da*

[2] Nota da autora: *Apriori universal histórico* é uma expressão usada por Husserl (1997), para designar o "apriori sintético" ou "síntese de transição", transmitida na temporalidade e historicidade do objeto em questão.

[3] Nota da autora: *Estrutura Apriori* é a estrutura como presença, dada na relação intencional homem-mundo; primado da objetividade ideal.

Álgebra. Um filão que comporta um conteúdo de sentido revelado no nexo histórico construído no âmbito da Matemática ocidental e, portanto, transmissor do *Apriori universal histórico* da tradição, na qual ela está inserida. A descrição é composta por dois momentos de *epoché*, que são apresentados concomitantemente num só texto.

O primeiro momento da *epoché* tem como meta explicitar a construção/ produção do conhecimento das *estruturas da Álgebra.* A análise hermenêutica é efetuada a partir de textos que apresentam respostas às questões que vão sendo postas no caminhar da reconstrução retrospectiva das *estruturas da Álgebra* e tem como fio condutor a obra de Corry (1996). E munida desse arcabouço teórico posto nas obras estudadas e seguindo a retrospectividade conforme a orientação husserliana (Husserl, 1997), descrevo um filão revelador das *estruturas da Álgebra,* tecido de modo articulado com o que se sabe delas no presente campo da Matemática Ocidental.

A descrição, meta do primeiro movimento da *epoché*, inicia-se com considerações sobre as teorias matemáticas que se preocuparam com a questão: o que é a estrutura matemática? A partir daí toma-se a obra de Van Der Waerden (1943), considerada um marco importante na construção/ produção do conhecimento algébrico e por citar obras de matemáticos que fundamentam seu trabalho. Os matemáticos destacados nessa pesquisa foram: Emmy Noether (1882-1935), Ernst Steinitz (1871 –1928), Richard Dedekind (1881-1916) e Evarist Galois (1811–1832).

Da análise intencional retrospectiva das obras dos autores citados e de outros, constatou-se que os *números complexos* constituem um *circunstancial propulsor das noções de estrutura*. E decorrente dessa constatação surge a pergunta: quem são e foram os números complexos para disparar tamanha mudança na conjuntura algébrica? Tal pergunta requer uma análise intencional do circunstancial matemático propulsor das *estruturas da Álgebra* que é realizada em duas etapas que se complementam.

A primeira constitui-se de uma análise histórico–filosófica da construção do conhecimento dos *números complexos* na perspectiva da *irracionalidade* enquanto ponto de partida para a reconquista da *racionalidade* conforme Granger (2002). E a segunda completa a primeira a fim de manter-se coerente com a meta inicial da pesquisa que busca a compreensão de *um conhecimento formal matemático que ainda saiba de sua fonte*.

Esta complementação foi inspirada na descrição de Silva (2000) sobre os trabalhos de Husserl, que têm como tema: a lógica, a linguagem e os sistemas de axiomas. Nesses trabalhos, Husserl *apud* Silva (2000) se atém à construção do sistema numérico e elabora uma resposta lógica-ontológica-epistemológica dessa construção. Pois ele aprofunda o estudo sobre a seguinte questão: o que é um sistema axiomático definido? E considera os números irracionais, os negativos, a raiz negativa, os números complexos, chamados por ele de *elementos imaginários*.

Ele também apresenta um encadeamento de idéias lógico-matemáticas que abarca os aspectos lógicos, epistemológicos e ontológicos que justificam a conceituação fenomenológica dos *elementos imaginários* e que explicitam o movimento da construção dos números descritos como elementos de sistemas, os quais podem estar parcialmente definidos, expressos por uma linguagem, cujos símbolos podem e devem ser reinterpretados a cada extensão desses sistemas. Esse movimento se finda ao atingir a completude do sistema, ou seja, o sistema passa a ser definido. Isto ocorre quando não puder inserir mais símbolos no sistema lingüístico; e quando, num sistema de axiomas, as novas asserções possíveis forem decorrentes ou negações das já postas no sistema, define-se assim uma *ontologia formal*.

Nesta perspectiva, a matemática simbólica é interpretada como uma *ontologia formal*, pois nela os *elementos imaginários* são instrumentos próprios da linguagem numérica, potenciais passivos, cujas presenças possibilitam um pensar matemático estrutural.

O texto construído no primeiro movimento da *epoché*, até aqui descrito, constitui o solo do segundo momento da análise, na qual busca-se compreendê-lo na *estrutura da pergunta e da resposta*, segundo a abordagem gadameriana (Gadamer, 1997). Portanto, trata-se de uma leitura hermenêutica do texto-solo, com a intenção de formular as perguntas que ele responde sobre a construção/produção do conhecimento *das estruturas da Álgebra,* com o intuito de revelar os invariantes desta construção/produção.

Apresento, aqui, um trecho do texto-solo com a finalidade de exemplificar a dinâmica interna da análise que se dá na *estrutura da pergunta e da resposta*. Os trechos das respostas estão sublinhados e finalizados por códigos como: [2P1]. E ao seu lado, em destaque, encontra-se a pergunta que o trecho responde. As três questões apresentadas são as perguntas que permeiam todo o texto-solo.

> Com a implementação, cada vez mais crescente, da abordagem estrutural da Álgebra nos vários campos da Matemática surge, em meados de 1940, uma nova concepção da natureza, do objetivo e da organização do todo da Matemática. Nesta nova visão, as estruturas matemáticas ganham destaque, tornam-se objetos da investigação matemática [2P1]. As teorias matemáticas que surgem em torno do questionamento: o que é a estrutura matemática? São teorias reflexivas, elaboradas para compreender as estruturas matemáticas, tomadas neste projeto, como o conteúdo objetivo do conhecimento matemático em geral. Nota-se, que a perplexidade dos matemáticos manifesta-se em termos de não saberem o que é isto, a estrutura matemática [1P3]. Estas teorias perseguiam a meta de elucidar conceitos abstratos e generalizados, que constituíam o seu conteúdo objetivo de Matemática, formulando generalização de segunda ordem, modelada na mesma perspectiva matemática em que a primeira generalização foi constituída. Cada teoria tomou para si um conteúdo objetivo e seu concomitante caminho de desenvolvimento [1P2]. Aqui serão trabalhadas três teorias: a *Teoria das Estruturas de Ore*, a *Teoria das Categorias* e a *Teoria das Estruturas de Bourbaki.* Elas serão pontuadas em seus objetivos, seus fundamentos, e possíveis articulações posteriores com outras teorias; pois elas se articulam com conceitos ou resultados advindos da Álgebra. (KLUTH, 2005, p. 63).

> Qual é o modo de ser das *estruturas da Álgebra?*

> Qual é o modo de ser matemático do ser humano na construção do conhecimento das *estruturas da Álgebra*?

> Como se dão as estruturas das presenças *estrutura da Álgebra-ser- humano?*

A construção e a interpretação das categorias abertas

A construção das *categorias abertas* se dá de forma analítica-hermenêutica, em torno das perguntas e das respostas presentes no *texto-solo*. Pois as perguntas indicarão os *invariantes estruturais* que compõem as respostas presentes no *texto-solo*. E os *invariantes estruturais* das respostas ao serem articulados constituirão as *categorias abertas*. Esta articulação pretende explicitar o estrutural da construção/produção do conhecimento das *estruturas da Álgebra.*

A interpretação das Categorias Abertas conserva o modo investigativo que se dirige à *Estrutura Apriori* no movimento do fluxo do *Apriori universal histórico;* e tem como meta investigar a *formação da idealidade* desde o histórico presente até a sua apresentação primeira que se dá na relação intencional homem-mundo ao se debruçar sobre as questões impostas pelos *elementos imaginários*. Esse modo investigativo sintetiza a longa trajetória teórica realizada por Husserl, desde as *Investigações lógicas* até os textos que aparecem depois de sua morte, em 1938.

Alguns aspectos da trajetória husserliana são compilados e explicitados com rigor por Moura (2000). Um dos aspectos de maior interesse para esta investigação é a apresentação primeira da formação de uma idealidade e a sua duração, a qual está descrita nos últimos artigos de Husserl (1993) como: uma *intencionalidade de ato*, ou seja, o "fazer aparecer" que se dá de um objeto individual à multiplicidade dos atos intencionais humanos e uma *intencionalidade de horizonte*, aquela que possibilita o relacionar dos objetos segundo uma mesma característica e que define uma categoria.

A descrição da duração, ou seja, da permanência da formação de uma idealidade, tem como pano de fundo uma análise sobre o *tempo*. O fluxo do tempo se dá de tal forma, que em cada momento presente, o momento anterior escoa no passado, sem, no entanto, ser ultrapassado pelo novo presente. Pois ele permanece *quase como presente* à consciência, mesmo já sendo passado.

O presente-passado doa-se em outra perspectiva que não aquela do *agora;* e concomitantemente antecipa o *por vir, a fortiori,* na forma de *perfis*.

Esta é a denominada *estrutura do presente vivo,* na qual o *agora* sempre está acompanhado por uma cauda de retenções que conservam os *perfis* das idealidades; e pelas protensões que antecipam os *perfis* futuros. O *presente vivo* refere-se a um *tempo* que também é *histórico* por tratar-se de uma reflexão que se dirige não às coisas, mas aos seus *modos de doação*. Assim sendo, passo, então, a tecer alguns comentários sobre as Categorias Abertas.

Os modos de doação das *estruturas da Álgebra*

As respostas à pergunta: qual é o modo de ser das *estruturas da Álgebra*? presentes no *texto-solo,* quando analisadas na *perspectiva dos agoras,* revelam características das *estruturas da Álgebra* como ser *integradora relacional*, *delineadora de fronteiras* e de ser *recurso* em diferentes *camadas de objetivação.*

A título de exemplificação, relato a análise de um *agora* e a *camada de objetivação* correspondente: as estruturas, enquanto *noções estruturais*, explicitadas nos trabalhos de Galois (1984) e Dedekind (1931), denotam um outro modo de os números se apresentarem. Os números dão-se de outra maneira que aquela da contagem, do cálculo, da medida. Eles dão-se mediados pelos seus estruturantes, pelo que os constituem enquanto número ou como número de uma determinada classe numérica; deixando à mostra a percepção categorial e o nascimento originário da fenomenalização das *estruturas da Álgebra*.

Os *agoras* revelam as *camadas de objetivação* que se dão entrelaçadas às *finalidades* de sua construção nas fases temporais dos *agoras* e *agoras passados,* os quais expressam a maduração das conquistas matemáticas. Ora as *estruturas* são tomadas como instrumento, ora como objeto de estudo; ora como tema e ora como método.

As estruturas das presenças: *estruturas da Álgebra* e ser humano

Na análise desta categoria, constata-se que cada *camada de objetivação* pode ser entendida como um potencial passivo que deve ser ativado pela intencionalidade de atos, como por exemplo: o ato da percepção de conjunto.

Pois o sistema numérico, como uma construção da modulação Matemática de mundo, *vai sendo* e no *ir sendo,* doa-se como *Estrutura Apriori* das *noções estruturais*. Elas, por sua vez, vão dando lugar aos *conceitos estruturais:* como *o conceito de corpo*, que ao ser tratado como objeto de estudo da Álgebra, mostra-se como objeto de uma práxis teórica formal que busca explicitá-lo como um conjunto de *corpos* reunidos em torno de características e por extensões algébricas; e realizadas num número finito de vezes, faz surgir o conjunto maximal de números, em termos de uma característica. Como posto em: *A Teoria Algébrica dos Corpos* de Steinitz (1950).

A *Estrutura Apriori* de uma camada, quando analisado na *perspectiva do presente vivo,* transmite o *Apriori universal histórico* como síntese de identificação, o "apriori sintético" já constituído, como por exemplo, àquelas camadas dadas nas comprovações do *por vir* intuído em conexão com a suas *finalidades*.

O modo de ser matemático do ser humano

Ao analisar as respostas à pergunta: *Qual é o modo de ser matemático do ser humano na construção do conhecimento das estruturas da Álgebra?* que compõem esta categoria vislumbra-se um ir sendo matemático em termos da percepção, compreensão, construção e manuseio da linguagem, do rigor, da organização e dos modos de comprovação que buscam e conservam a coerência do objeto estudado em cada uma das fases de sua maduração. Nos modos de comprovação, postos nas obras matemáticas, estão implícitos os modos de ir sendo do ser humano como construtores de caminhos matemáticos e vice-versa. Portanto, as madurações da *estrutura da Álgebra* não dizem somente respeito aos modos de se construir a Álgebra, mas também revelam os modos de ser matemático do ser humano.

Articulação das interpretações das categorias

O *pensar*, que se revela nesta pesquisa, constitui-se dos atos intencionais que se dão no encontro do eu com o passível de ser pensado no fluxo da *maduração* da modulação Matemática de mundo. Ele caracteriza-se como uma tomada de consciência de mundo, que tem seu primado no ato da percepção de conjunto dos objetos matemáticos ou da pluralidade dos objetos enquanto unidade.

Esse *pensar* pode ser analisado na perspectiva do *eu penso*, aquela do *cógito cartesiano*, pois ele se constitui de comprovações e atualidades sobre as *estruturas da Álgebra,* que estão socialmente concordadas como sendo aquelas que não geram dúvidas e que se caracterizam como um agora. Porém, os *agora,* na perspectiva fenomenológica, diferentemente da visão cartesiana, não são *agoras* isolados, pontos no espaço tridimencionado.

Os *agoras* não são ultrapassados pelos seus *agoras* precedentes. Os *agoras* não deixam de ser presente ao tornarem-se passado, como os agoras cartesianos. Os *agoras* na concepção fenomenológica apresentam-se como multiplicidade de *perfis* passados e *perfis por vir,* constituindo a estrutura do *presente vivo* como um *ser* e *vir a ser* das *estruturas da Álgebra,* que se apresentam de modo explícito, como *ser aí,* revelando o atual, e de modo implícito como potencial, o inatual e, ainda, num ver nítido e num ver obscuro.

Dessa forma, ao *eu penso*, como *cógito fenomenológico*, enquanto gênese de consciência de mundo, está implícito o inatual do passível de ser pensado, que se apresenta como *por vir*, como verdade de mundo, como concordância com o atual a ser comprovada na práxis humana.

O *cógito fenomenológico*, o eu penso, realiza o movimento que une o atual, o explicitado, ao inatual, ao seu por vir e vice-versa. Assim ele tem como meta a vivência da atualidade, que transmite o sentido e os valores da experiência e a vivência da inatualidade do intencionado, como uma unidade que se dá em atos intencionais. Junto ao *cógito fenomenológico* permanece a possibilidade da mudança, da correção, ou de modificações que se dão na mesma relação que o condicionado e a condição.

A região de inquérito

Ao afirmar que esta tese locomove-se na região de inquérito da Filosofia da Educação Matemática, tem-se em mente o movimento da pesquisa e a região que ela ilumina. Pois o movimento é filosófico porque realiza uma reflexão fenomenológica, na qual explicita-se o estrutural do fenômeno: *estruturas da Álgebra*.

E da análise da estrutura do fenômeno emergem constatações que dizem das ações do humano, desencadeadas ao estar-se na presença do mundo-vida e que tecem uma descrição sobre a cognição humana ao construir a Matemática. Nesta perspectiva, as *estruturas da Álgebra* tornam-se um tema da Educação e da Educação Matemática, pois elas estão interligadas com os objetivos de ensino e aprendizagem que tem como material de apoio os conteúdos matemáticos.

Interlúdio

Tendo em mente tudo que foi exposto sobre o movimento da construção/produção do conhecimento das *estruturas da Álgebra* no âmbito da Filosofia da Educação Matemática; nós, professores de Matemática, não podemos mais adotar uma postura ingênua de que o simples uso de símbolos e a adoção de métodos são capazes de transmitir a complexidade das articulações: *atividades matemáticas; atos cognitivos; finalidades,* as quais possibilitam um pensar estrutural; e nem tão pouco negar a importância desse pensar para as nossas vidas, uma vez que ele é relacional.

E este pensar não se trata absolutamente de um jogo, de uma articulação lógica matemática de regras; ou de uma articulação puramente interpretativa/associativa de uma linguagem desvinculada da compreensão que é: presença das *estruturas da Álgebra* em suas características fundamentais e presença do ser humano em seu potencial intuitivo/criativo. Ele diz de um olhar que o ser humano lança sobre o já conhecido, que é novo porque vislumbra novos horizontes; porém, esses novos horizontes contemplam e têm as suas raízes no conhecimento matemático historicamente instituído.

Há, neste pensar, uma mudança de perspectiva que engloba outras perspectivas já conhecidas; portanto, a Álgebra Abstrata, quando assumida numa abordagem fenomenológica, não pode mais ser tomada como uma seqüência natural da Álgebra que a antecedeu. O olhar lançado sobre as coisas conhecidas é outro, embora o tema permaneça o mesmo, isto diz que algo permaneceu em fluxo.

Assim sendo, não dá mais para colocar-se numa situação de construção do conhecimento tão vazia e sem chão, como o é quando as estruturas são tomadas como hipóteses, perdendo suas relações ôntico/ontológicas. Isto é levado a tal ponto no ensino, que a única pergunta que resta ao aprendiz é: *para que a Álgebra Abstrata? Onde eu uso isto?* E nós, professores de Matemática, sempre prontos a tornar nossa disciplina mais aceitável, recorremos à resposta direta: a aplicabilidade das estruturas. E eu me pergunto: será que sob as bases da aplicabilidade, a construção/produção do conhecimento algébrico estrutural acontece? O que, do pensamento estrutural, se incorpora ao ser as *estruturas da Álgebra,* colocadas do ponto de vista técnico/aplicativo?

Constata-se nesta pesquisa que o pensar estrutural vai além do pensar técnico porque põe em evidência a autoctonia das *estruturas da Álgebra,* o qual solicita um programa de ensino das *estruturas da Álgebra,* que assuma radicalmente a sua gênese em sua transmissibilidade, em seus modos de *ser* e *ir sendo*, em seus modos de expressão e organização, considerando os processos científicos e cognitivos que as construíram/produziram, explicitados no enfoque fenomenológico, como *camadas de objetivação*, para que o movimento de ensino e aprendizagem das *estruturas da Álgebra* possa estender-se efetivamente a outras regiões de inquérito que tratam de uma formação do ser humano que contempla a consciência de mundo e que acrescentem valores humanitários e éticos a nossa existência.

Referências

BORNHEIM, G. A. **Introdução ao filosofar**: o pensamento filosófico em bases existenciais. São Paulo: Globo, 1998.

CORRY, L. **Modern algebra and the rise of mathematical structures.** Basel: Birkhäuser, 1996. Disponível em: http://books.google.com/books?id=WdGbeyehoCoC&dq=+%22modern+algebra%22+autor:CORRY&hl=pt-BR Acesso em: 20 nov. 2006.

DEDEKIND, R. **Gesammelte mathematische Werke**. Zweiter Band. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn AKT. –ges., 1931.

EDWARDS, H. **Galois Theory**. New York. Berlin. Heidelberg. Tokyo: Springer-Verlag, 1984.

GADAMER, H. G. **Verdade e método**: traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica. Petrópolis: Vozes, 1997.

GRANGER, G. G. **O irracional.** São Paulo: Editora da UNESP, 2002.

HUSSERL, E. Die urstiftung und das problem der dauer: der ursprung der geometrie. In: STEINER, U. C.; **Husserl**. München: Diederichs, 1997.

____________. Schichten des Weltbewusstsein (13. Juni 1936). Ergänzungsband texte aus dem nachlass. In: HUSSERL, E. **Die krisis der europäischen wissenschaften und die transzendentale phänomenologie**: Band XXIX: Husserliana. Dordrecht: Kluwer, 1993. Disponível parcialmente em: http://books.google.com/books?id=zDR7BWcuMkIC&pg=PR3&dq=+%22+Die+Krisis+der+europ%C3%A4ischen+Wissenschaften+und+die+transzendentale+Ph%C3%A4nomenologie.+%22&hl=pt-BR&sig=8ZUDfsaoo_D1mgoHegKHmaqbTN8#PPR3,M1 Acesso em: 20 nov. 2006.

KLUTH, V. S. **Estruturas da álgebra:** investigação fenomenológica sobre a construção do seu conhecimento. 2005. 192 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2005. Disponível em: http://www.biblioteca.unesp.br/bibliotecadigital/document/get.php/3600/kluth_vs_dr_rcla.pdf Acesso em: 20 nov. 2006.

______. **O que acontece no encontro sujeito-matemática?** 1997. 187 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

HEIDEGGER, M. **Ser e tempo**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção.** São Paulo: Martins Fontes, 1994.

MILLER, J. P. **Numbers in presence und absence: A study of Husserl's Philosophy of Mathematics.** The Hague/Boston/London: Martinus Nijhoff Publishers, 1982.

MOURA, C. A. Sensibilidade e entendimento na fenomenologia. **Manuscrito. Revista Internacional de Filosofia**, Campinas, v. 23, n. 2, p. 207-249, 2000.

SILVA, J. J. **Husserl's two notions of compleness:** synthese. Netherland: Kluwer, 2000. p. 418-438.

STEINITZ, E. **Algebraische Theorie der Körper**. New York: Chelsea Publishing Company, 1950.

VAN DER WAERDEN, B. L. **Moderne algebra.** New York: Frederick ungar publishing, 1943.

Aprovado em abril de 2007

Submetido em setembro de 2006