

Formação de Professores de Matemática: desafios e direções¹

Educating Teachers of Mathematics: some important challenges and promising directions

Edward A. Silver²

Tradução: Orlando de A. Figueiredo³

Resumo

Apesar de consideráveis variações nos processos e práticas de preparação inicial de professores de matemática e na extensão e natureza do apoio que é dado à capacitação e à formação continuada dos mesmos, vários desafios fundamentais são comuns a muitos países. No presente artigo, apresento o trabalho que eu e meus colegas estamos desenvolvendo nos EUA para identificar e discutir dois focos de nossa pesquisa que podem auxiliar outros interessados a abordar problemas e questões de formação de professores de matemática que se manifestam em todo o mundo. O primeiro foco é o emprego da prática pedagógica como alavanca para o desenvolvimento profissional dos professores de matemática; o segundo é o trabalho daqueles que formam professores de matemática e a criação de oportunidades para que eles aperfeiçoem sua própria prática.

Palavras-chave: Educação Matemática, Ensino de Matemática, Formação de Professores, Desenvolvimento Profissional.

Abstract

Despite considerable variation in the processes and practices of initial preparation of teachers of mathematics and the extent and nature of support available for their continuing education and development, many fundamental challenges are shared across geographic boundaries. In this paper I draw on work that my colleagues and I are doing in the U.S to identify and discuss two foci of our work that may help others address problems and issues that appear to be endemic in mathematics teacher education around the world. The first is a focus on instructional practice as the lever for professional education of mathematics teachers; the second is a focus on the work of those who educate teachers of mathematics and on developing opportunities for them to improve their own practice.

Keywords: Mathematics Education, Mathematics Teaching, Teacher Education, Teacher Professional Development

¹ A preparação desse artigo foi parcialmente apoiada pela *National Science Foundation (NSF)*. O autor deseja agradecer a colaboração de outros líderes e colegas do Centro para Proficiência no Ensino de Matemática: Deborah Ball, Hyman Bass, Jeremy Kilpatrick, Jim Wilson e Patricia Wilson. As opiniões, resultados e conclusões ou recomendações expressos nesse artigo são de inteira responsabilidade do autor e eles não refletem necessariamente as posições da NSF ou do Centro. Uma versão anterior desse artigo foi apresentada na conferência “*Mathematics Education: Paths and Crossroads*” [Educação Matemática: Caminhos e Encruzilhadas], realizada em Portugal, em 2005 (cf. <http://www.apm.pt/emce%5Fpa/>).

² Professor Doutor, School of Education, Universidade de Michigan, Estados Unidos da América, easilver@umich.edu

³ Professor Mestre, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação (DEMAC), Universidade Estadual Paulista. Caixa Postal 178, CEP 13506-570, Rio Claro, SP. orlando@rc.unesp.br. O tradutor e o editor gostariam de agradecer a Plínio Cavalcanti Moreira (UFMG) pelas sugestões de tradução de alguns termos e passagens do texto.

A matemática está presente nos currículos escolares em todo o mundo, muito embora em contextos culturais e organizacionais bem distintos. A formação inicial ou continuada de professores varia enormemente de país para país ou dentro de um mesmo país (BIDDLE, GOOD; GOODSON, 1997). Nos Estados Unidos, por exemplo, as políticas e as práticas relacionadas à formação de professores não são consistentes entre os 50 estados; a qualidade e a quantidade de oportunidades costumam variar entre escolas de um mesmo estado.

Apesar da imensa diversidade entre os países, há desafios comuns. No presente artigo, eu me baseio principalmente no conhecimento e na experiência obtidos no contexto norte-americano, especialmente no trabalho que eu e meus colegas estamos desenvolvendo no Centro para Proficiência no Ensino de Matemática⁴, mas procurei identificar temas que pudessem interessar educadores matemáticos das mais diversas origens.

Preparando o terreno: formação de professores de matemática nos Estados Unidos

Por quase meio século, o ensino de matemática nos Estados Unidos tem sido alvo de críticas que partem de políticos, de meios de comunicação, da população em geral e até dos próprios educadores. O desempenho dos alunos é tido como deficiente; os currículos, como superficiais e sem ousadia; os testes, como repletos de erros ou extremamente específicos; a preparação dos professores, como inadequada; e a prática de sala de aula, como refém de modismos e rotinas ineficazes. Uma preocupação central refere-se ao fato de que o aproveitamento em matemática varia conforme a região geográfica, conforme o nível sócio-econômico e conforme o grupo étnico, com o menor aproveitamento situado entre os alunos provenientes de minorias ou comunidades economicamente desfavorecidas. Como consequência do baixo aproveitamento, uma imensa população de alunos norte-americanos desinteressa-se pelo estudo da disciplina. Subjacente a muitas dessas preocupações, está a escassez de professores preparados para ensinar matemática, sendo a carência mais acentuada nos lugares onde os alunos parecem precisar de mais assistência. (NATIONAL COMMISSION ON TEACHING & AMERICA'S FUTURE, 1996; NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 1989).

Apesar de críticas e de problemas de longa data, um progresso significativo tem sido feito ao longo da última década: a) os currículos de matemática tornaram-se mais provocativos e instigantes; b) relatos de experiências bem sucedidas no ensino de

⁴ *Center for Proficiency in Teaching Mathematics (CPTM)*, <http://www.cptm.us>.

matemática estão à disposição com mais facilidade; c) há uma melhor noção do que vem a ser um professor de matemática bem “qualificado”; e d) desenvolveu-se uma consciência para a necessidade de uma melhor qualificação profissional. Diversas publicações recentes repercutem a mudança de pensamento e de aspirações a respeito do ensino de matemática nos Estados Unidos:

- Princípios e Normas para a Matemática na Escola⁵, uma publicação do Conselho Nacional de Professores de Matemática⁶ (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000).
- A Formação Matemática dos Professores⁷, uma publicação da Sociedade Americana de Matemática⁸ (CONFERENCE BOARD OF THE MATHEMATICAL SCIENCES, 2001).
- Antes que Seja Tarde⁹, o relatório da Comissão Glenn (NATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICS AND SCIENCE TEACHING FOR THE 21ST CENTURY, 2000)
- Proficiência Matemática para Todos os Alunos: Rumo a uma Pesquisa Estratégica e um Programa de Desenvolvimento em Educação Matemática¹⁰, o relatório do Painel de Estudos Matemáticos Rand¹¹ (2002).
- Para Somar: Ajudando Crianças a Aprender Matemática¹², o relatório do Estudo de Aprendizagem de Matemática do Conselho Nacional de Pesquisa (KILPATRICK et. al., 2001).

O último da lista, “Para Somar”, sintetiza muito do que se aprendeu sobre o ensino e aprendizagem de matemática nas séries pré-K a 8¹³ e sobre o que seria necessário para que os professores conseguissem ensinar matemática efetivamente. O relatório se apóia na concepção de *proficiência matemática*, um termo que representa uma noção bem estabelecida do que deva ser uma boa aprendizagem de matemática na escola. A proficiência matemática compreende cinco linhas: entendimento conceitual, fluência procedimental, competência estratégica, raciocínio adaptativo e disposição

⁵ *Principles and Standards for School Mathematics.*

⁶ *National Council of Teachers of Mathematic.*

⁷ *The Mathematical Education of Teachers.*

⁸ *American Mathematical Society.*

⁹ *Before It's Too Late.*

¹⁰ *Mathematical Proficiency for All Students: Toward a Strategic Research and Development Program in Mathematics Education.*

¹¹ *Rand Mathematics Study Panel*

¹² *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.*

¹³ Equivalente ao ensino fundamental no Brasil.

produtiva (ver Figura 1). De acordo com os autores de “Para Somar”, essas linhas, fundamentais para saber e fazer matemática com qualidade, manifestam-se de forma entrelaçada na prática e na aprendizagem de matemática em todas as séries escolares.

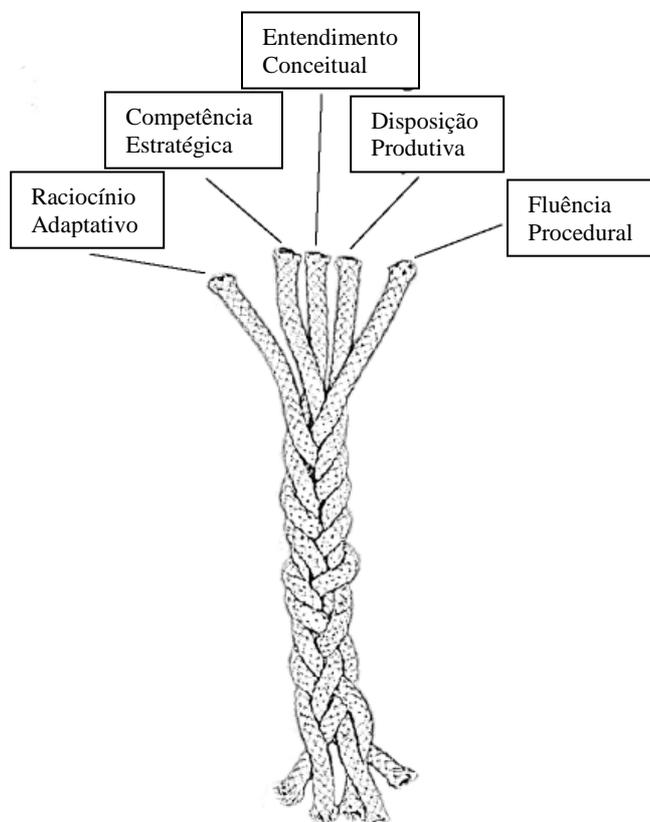


Figura 1: Entrelaçamento das Linhas da Proficiência Matemática

A concepção de *proficiência de ensino*, embora distinta, é definida de forma similar no mesmo relatório. Um professor de matemática proficiente tem um conhecimento profundo de matemática, tanto dentro quanto fora do currículo escolar; ele sabe como os alunos aprendem e operam mentalmente o conhecimento matemático (essa competência do professor é o conhecimento conceitual para ensinar). A proficiência no ensino de matemática também inclui um repertório fluente de procedimentos pedagógicos (fluência procedimental para ensinar), juntamente com a habilidade para planejar aulas e materiais didáticos e para avaliar de que forma decisões e ações pedagógicas particulares podem influenciar a aprendizagem dos alunos (competência estratégica e raciocínio adaptativo para ensinar). Finalmente, outro componente crucial do ensino proficiente é uma orientação rumo a um aperfeiçoamento contínuo do conhecimento e do desempenho do indivíduo enquanto professor (disposição produtiva para ensinar).

Embora a formulação dos objetivos da matemática escolar tenha melhorado e os caminhos para alcançar tais objetivos sejam mais bem conhecidos, a missão de desenvolver uma proficiência matemática de alto nível entre os alunos está longe de ser alcançada. Um ensino de qualidade é essencial para realizar esse objetivo. Contudo, não teremos sucesso a menos que dediquemos especial atenção ao aprimoramento da proficiência dos professores que estão em sala de aula, que são os responsáveis, em última instância, pela aprendizagem de matemática dos alunos.

Para enfrentar essa conjuntura, políticos, educadores e a população em geral costumam propor soluções aparentemente simples para os problemas de formação dos professores de matemática. Considere, por exemplo, três soluções muito mencionadas recentemente:

- Aperfeiçoar o conhecimento matemático dos professores através da oferta permanente de cursos universitários;
- Fornecer materiais didáticos mirabolantes para serem usados em sala de aula;
- Formar comunidades que favoreçam a cooperação mútua entre professores.

Cada uma dessas propostas reflete uma faceta importante do ensino de matemática e, se é bem realizada, contribui certamente para um avanço geral da área, embora cada uma esconda um jogo complexo de dificuldades e nuances atrás de si. Nenhuma delas resolve a questão sozinha. Por exemplo, os cursos de nível superior são geralmente voltados para alunos de carreiras científicas, ou mesmo de matemática pura, e raramente oferecem as oportunidades que os futuros professores precisam para examinar os conteúdos matemáticos com calma e profundidade a fim de discernir as nuances e sutilezas envolvidas – aspectos das idéias matemáticas que podem não ser essenciais para sua aplicação em muitas profissões, mas que são críticos para os que ensinam essas idéias.

Ensinar matemática é um trabalho exigente, matematicamente falando, e o emprego que os professores fazem da matemática exige que eles conheçam matemática de uma forma diferente de como fazem outros profissionais que lidam com o assunto (BALL et. al., 2005). Professores precisam conhecer e entender matemática de uma maneira diretamente relacionada com o seu ofício – por exemplo, para preparar atividades de forma adequada, diagnosticando as dificuldades que os alunos encontram e para administrar uma discussão produtiva em sala de aula. Eles precisam conhecer as idéias matemáticas “por dentro”, assim como as conexões entre essas idéias. Eles

também precisam desenvolver as habilidades para lidar com questões matemáticas que possam surgir durante uma aula. Exemplos incluem: a) saber decidir que representação matemática pode ser mais frutífera em um dado momento da aprendizagem dos alunos; b) identificar se idéias diferentes, propostas por eles, são matematicamente plausíveis ou refletem concepções equivocadas; c) estabelecer estrategicamente os dados de um problema; e d) escolher trechos do trabalho dos alunos como amostras para fomentar a discussão entre eles mesmos.

São desafios e oportunidades como esses que o Centro encontra em seu trabalho. A seguir, eu me volto para uma descrição geral dos objetivos e atividades do Centro, focando questões que possam interessar a uma audiência internacional.

CPTM: Centro para Proficiência no Ensino de Matemática

O Centro para Proficiência no Ensino de Matemática concentra-se no aperfeiçoamento da formação de professores de matemática. No Centro, pesquisadores de matemática e educação matemática da Universidade da Geórgia e da Universidade de Michigan colaboram com: a) professores do Centro; b) com pesquisadores de outras instituições de ensino superior que lecionam em cursos de licenciatura, pedagogia ou de formação de professores; e c) com alunos de licenciatura. Além disso, o contato com profissionais no exercício da profissão habilita o Centro a colaborar e contribuir com professores de matemática e educadores matemáticos de forma ampla, e através de diversos contextos.

O Centro tem três objetivos principais. O primeiro é melhorar a preparação dos professores que atuam nas séries do ensino fundamental ou médio. O segundo é fazer da prática pedagógica e de seu desenvolvimento as molas-mestras da formação de professores. Centrar a aprendizagem dos professores na sua atuação em sala de aula pode ajudá-los a desenvolver algo que eles podem aplicar efetivamente no exercício da profissão. O terceiro objetivo é estreitar as relações entre pessoas e instituições interessadas na formação de professores de matemática provenientes dos mais diversos contextos.

Visando a esses objetivos, o Centro adotou três linhas de trabalho. A primeira concentra-se na formação de professores. Trabalhando diretamente com licenciandos e professores em exercício, os pesquisadores e alunos de pós-graduação do Centro desenvolvem protótipos de atividades e materiais didáticos para cursos experimentais ou regulares. Eles buscam relacionar a aprendizagem da matemática voltada para o

ensino com as práticas pedagógicas e com a pesquisa. A segunda linha de trabalho preocupa-se com o desenvolvimento de lideranças. A próxima geração de líderes deve ser mais bem preparada para ajudar professores a aprender a matemática a ser ensinada e a fazer da prática de ensino, o espaço e o recurso principal para sua formação permanente. Programas de pós-graduação para líderes, doutores e pós-doutores em matemática e educação matemática, que combinem conhecimento acadêmico, prática de supervisão e pesquisa em formação de professores, também contribuem substancialmente para reconstruir a infraestrutura de educação matemática nos Estados Unidos. O estudo avançado da educação matemática é fortalecido por meio de melhores oportunidades oferecidas a alunos de doutorado, pós-doutorado e pesquisadores para que desenvolvam práticas cruciais à formação de professores de matemática. A terceira linha relaciona-se à pesquisa sobre a aprendizagem dos professores a respeito da matemática voltada para o ensino. O Centro conduz pesquisa não somente na proficiência em ensinar matemática, mas também na efetividade de vários esforços em formação de professores.

O foco e organização do Centro são projetados propositalmente para reunir prática, pesquisa e formação profissional a fim de aprimorar a capacidade de formar professores de matemática. Intencionamos atingir, assim, não apenas as comunidades e os participantes com quem trabalhamos diretamente, mas também contribuir para uma iniciativa mais ampla em favor da formação de professores de matemática. Fazemos isso através do desenvolvimento de novos conhecimentos sobre: a) abordagens para a preparação matemática dos professores, b) formas de ligar o aprimoramento profissional com a prática de sala de aula; e c) formas de construir parcerias produtivas entre as comunidades que têm a responsabilidade e o interesse na formação de educadores matemáticos. Fazendo a ponte entre a pesquisa em ensino e a pesquisa em formação de professores e educação matemática, desenvolvemos uma comunidade mais ampla de pessoas que podem dar continuidade à construção de conhecimentos e práticas para a melhoria da formação profissional de professores.

Dois temas centrais no trabalho do CPTM visando ao aprimoramento da formação de professores de matemática

Das diversas facetas do trabalho que tem sido feito pelo Centro para a Proficiência no Ensino de Matemática, quero enfatizar dois temas que considero ter potencial importância e aplicabilidade em vários países. Ambos envolvem questões e problemas

que parecem ser endêmicos nas políticas e práticas da formação de professores de matemática de todo o mundo. O primeiro tema é a prática de ensino como alavanca para a formação de professores de matemática; o segundo é o trabalho daqueles que formam os professores de matemática e o desenvolvimento de oportunidades para que eles aperfeiçoem sua própria prática.

Fazer do “aprender na prática de ensino e com a prática de ensino” uma questão central na formação de professores

O CPTM é enfático em *colocar a prática de ensino e seu desenvolvimento no cerne dos esforços para apoiar a aprendizagem de pedagogia por parte dos professores*. As oportunidades que são oferecidas aos professores para melhorar sua proficiência no ensino costumam acontecer fora da sala de aula, e, geralmente, com pouca relação com as demandas de ensino e a realidade da profissão. Eles aprendem técnicas, teorias, criam atividades para os alunos, revisam currículos e livros-texto, mas sempre de uma forma isolada e separada daquilo que eles fazem no dia-a-dia da sala de aula. Pesquisas recentes e décadas de experiência demonstram que o conhecimento e a habilidade dos professores não evoluem se a prática de ensino e a avaliação reflexiva sobre essa prática não forem abordadas no processo de formação.

Defendemos que a formação de professores focada na prática pedagógica dá mais resultados e por mais tempo. No Japão, por exemplo, a formação profissional de professores está inserida numa cultura que encoraja o aperfeiçoamento da prática. “Há uma cultura de apoio aos professores e às práticas institucionais que facilitam a colegiabilidade, comunicação e aprendizagem compartilhada” (STOEL; THANT, 2002, p. 24). Em alguns projetos nos Estados Unidos e em outros países, os professores trabalham *sobre* a prática e *na* prática para desenvolver a qualidade e a eficácia de suas aulas. Recentemente, o ICMI convocou uma conferência internacional no Brasil na qual mais de 100 artigos e comunicações foram analisados, sendo que cerca de metade deles tratava do tema “aprendizagem pedagógica *para* a prática e *na* prática”¹⁴. A abordagem adotada pelo Centro para a formação continuada de professores visa complementar, estender, enriquecer e elaborar tais esforços, estudando o potencial e a efetividade de se colocar a prática pedagógica no centro da formação de professores.

No CPTM, buscamos fazer da prática pedagógica – pela qual nós entendemos

¹⁴ Artigos e resumos das comunicações podem ser vistos em: <http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/icmi/log_in.html>; outras informações podem ser encontradas em: <<http://www-personal.umich.edu/~dball/icmistudy15.html>>.

mais do que apenas desempenho – o cerne da formação de professores, do desenvolvimento de lideranças e dos esforços de pesquisa, e não fazer dela apenas um apêndice ou usá-la simplesmente como um motivo para ganhar experiência de ensino. A prática pedagógica como espaço e recurso principal para desenvolver a proficiência no ensino de matemática não implica que esta seja a única fonte de aprendizagem para os professores. Eles podem aprender matemática e pedagogia, não apenas através da experiência em campo e de outras formas de prática de verdade, mas também por meio da reflexão e do estudo a respeito de uma variedade de materiais: livros, artigos de periódicos, relatos ou vídeos de aulas e entrevistas, livros-escolares, exemplares sistematizados de trabalho dos alunos e outros artefatos. Não consideramos que a proficiência para ensinar seja desenvolvida apenas no ensino fundamental e médio – os professores podem aperfeiçoar sua proficiência em muitos cenários, desde as salas de aula das universidades até os seus próprios lares. Nossa ênfase também não deve ser tomada como sugestão de que consideramos que qualquer prática sirva de exemplo e seja um modelo a ser seguido. Pelo contrário, nem toda prática pedagógica em matemática é digna de atenção; boa parte dela é ineficiente. Ao dedicar atenção à prática pedagógica, o Centro procura aperfeiçoar tal prática, não mistificá-la.

É importante frisar que estamos cientes das limitações potenciais de aprender *na* prática e *com a* prática. Muito pouco se sabe sobre como tal aprendizagem pode ser generalizada. Desafios surgem ao tentar levar as particularidades da prática pedagógica de um certo indivíduo, ou de qualquer indivíduo, para teorias e princípios gerais. E também não está claro como professores podem aprender a fazer da aprendizagem *na* prática e *com a* prática uma característica integrante da sua prática docente. Ao salientar a importância da prática como um espaço para a aprendizagem profissional, são tantas as possibilidades, que podemos estar trocando um conjunto de problemas por outro. Com nosso discurso pela valorização da prática talvez estejamos, com efeito, trocando os problemas que surgem quando professores adquirem conhecimento abstrato generalizado por outros problemas que uma ênfase no conhecimento contextualizado pode criar.

Para evitar tais possibilidades, temos evitado que ideologias direcionem nossos esforços, preferindo, em vez disso, considerar, investigar, e abordar a demanda por mais entendimento básico nesse trabalho. Embora nos empenhemos em buscar uma coerência conceitual fundamental, baseada nas teorias e nas pesquisas mais recentes, assim como, na prática, consideramos que as principais idéias do Centro são *hipóteses* que

funcionam e são úteis na aprendizagem pedagógica que leva a um melhoramento do ensino de matemática. Tentamos cultivar uma postura questionadora ao examinarmos, criticarmos e buscarmos aperfeiçoar o uso da prática como estratégia para a formação profissional. Nós recomendamos essa postura para outros, especialmente porque o discurso reformista pode influenciar as perguntas que orientam os pesquisadores e a forma como eles interpretam os dados que coletam.

O trabalho do CPTM, neste aspecto, é muito bem ilustrado pela forma como a prática de ensino tornou-se central para os cursos de “métodos de ensino de matemática” ministrados na Universidade da Geórgia e na Universidade de Michigan para licenciaturas em matemática. Os instrutores desses cursos fazem uso intensivo de vídeos e gravações de depoimentos a respeito do exercício da docência como uma forma de colocar a prática de ensino numa posição que permita ser examinada mais de perto. Além disso, tarefas fundamentais no ensino – incluindo aquelas que são desempenhadas fora dos limites da sala de aula, tais como preparar uma aula com antecedência, comentar por escrito o trabalho de um aluno e descobrir formas de avaliar o entendimento dos alunos – são usadas como estímulo para pesquisa e análise.

Além de promover a idéia da prática de ensino como ponto central para a preparação de novos professores, alguns pesquisadores do CPTM estão usando esse foco como forma de estimular professores internos ao Centro, a melhorarem sua proficiência. Nesse trabalho, o Centro está adaptando, descobrindo e analisando abordagens para tornar o exercício da docência central para o seu crescimento. O projeto BI-FOCAL é um exemplo de tal trabalho e será discutido posteriormente.

Melhorar a formação de professores pelo desenvolvimento da capacidade de fazer um trabalho de qualidade

Diversos atores têm influenciado de forma direta ou indireta a qualidade do ensino de matemática nas escolas norte-americanas, por meio do contato com os professores. A relação de atores inclui: a) o quadro de professores de matemática e educação matemática das universidades de pesquisa e instituições menores; b) os supervisores de matemática dos estados e municípios; c) lideranças, coordenadores de matemática e chefes de departamentos dos distritos escolares; e d) pesquisadores em educação e formação de professores. Esses indivíduos trabalham com os professores, conduzem projetos, desenvolvem materiais e estudam vários aspectos da matemática escolar. Contudo, o conhecimento e a prática desses agentes geralmente não condizem com

formas eficazes de ensinar matemática e com mecanismos que propiciem uma melhoria da formação dos professores de matemática.

Não há uma articulação para disponibilizar e difundir as idéias mais promissoras no campo da formação de professores de matemática. Mesmo que as idéias sejam publicadas em relatórios ou conduzidas por instituições de renome, há poucos mecanismos que auxiliam a difusão dessas idéias, o seu desenvolvimento posterior e o apoio aos profissionais que poderiam conhecê-las. Há boas idéias, mas elas não chegam a ser compartilhadas como deveriam; a pesquisa para testar hipóteses é mal coordenada e há muito pouca avaliação sobre as práticas e os modismos da formação de professores. O objetivo do Centro é focar a prática da formação de professores de matemática, gerar conhecimento básico sobre ela e buscar formas de estabelecer contato entre os principais agentes, localidades e recursos rumo ao desenvolvimento sistemático da prática. Esse objetivo é fundamental para formarmos nos Estados Unidos a infraestrutura necessária para que os professores sejam capazes de lecionar matemática com qualidade para um número expressivo de alunos. O Centro procura fazer novas conexões na sua missão de melhorar a preparação dos professores de matemática e colocar a prática e seu desenvolvimento no centro de sua aprendizagem pedagógica. Essas conexões serão criadas seguindo os mesmos princípios que guiam o trabalho do Centro em outras áreas: todos os esforços se fundamentam na prática (nesse caso, a prática da formação e de aprendizagem profissionais, assim como a prática de ensino) e deve-se ter cuidado com o conhecimento exigido e aplicado nesta prática.

É uma necessidade crítica para o país dar aos professores a capacidade de ensinar matemática com qualidade para uma extensa população de alunos. Um grande número de professores qualificados, em todas as séries, está para encerrar suas carreiras nos próximos anos e muitos professores novatos, alguns mal-qualificados, devem substituí-los com a incumbência de ensinar uma matemática mais desafiante, a um número de alunos maior do que antes. Ao fazer do desenvolvimento da aprendizagem profissional dos professores uma tarefa mais coletiva – integrando localidades, instituições e projetos – meus colegas e eu no Centro para Proficiência no Ensino de Matemática esperamos iniciar uma capacitação significativa dos educadores e dos matemáticos, a fim de propiciar ensino de alta qualidade para professores, que, por sua vez, vão desenvolver a proficiência em matemática dos alunos.

Dessa forma, o Centro busca resolver um problema clássico do desenvolvimento profissional das escolas norte-americanas, que é a falta de coordenação e continuidade

(WEISS et. al., 2002). Costuma-se esperar dos professores que façam, eles mesmos, seus próprios programas de desenvolvimento, combinando material oferecido em encontros profissionais, *workshops* ou cursos, e dias reservados para o desenvolvimento de recursos humanos nas escolas. As escolas têm sido obrigadas a conduzir uma série de atividades internas de formação, para descobrir mais tarde que, devido a mudanças de pessoal ou re-atribuição das disciplinas daqueles professores, muito do esforço despendido foi em vão. As escolas necessitam de assistência na criação de programas coerentes de desenvolvimento profissional, que sejam imunes a mudanças de pessoal e que habilitem os professores a participarem de comunidades profissionais duradouras. Esforços para reformar a prática de ensino parecem ser mais efetivos quando o desenvolvimento profissional é coletivo e não isolado (LITTLE, 1993, THARP; GALLIMORE, 1988). “Quando os professores têm oportunidade de continuar a participar de comunidades de profissionais que atendam às suas demandas, as práticas de ensino que encorajam o desenvolvimento da proficiência matemática podem ser mantidas mais facilmente” (KILPATRICK et al. , 2001, p. 397).

O Centro visa ao aprimoramento da infraestrutura nacional que promove a qualificação profissional dos professores ao envolver educadores, formadores e matemáticos no projeto e desenvolvimento de atividades inovadoras para melhorar esta qualificação. O trabalho do CPTM nesse tema é bem ilustrado por dois encontros que foram realizados no verão de 2003 e no de 2004, reunindo educadores e matemáticos que trabalharam colaborativamente na formação, avaliação, reflexão e alteração de idéias para o desenvolvimento profissional. Por meio de uma intensiva atuação ao longo de uma semana inteira, os educadores matemáticos puderam observar e questionar o trabalho dos membros do CPTM que estavam envolvidos na prática da formação de professores, usando a prática de ensino como um ponto focal para seu trabalho com professores iniciantes e internos. Os encontros também conferiram oportunidades para que os educadores e matemáticos desenvolvessem e aprimorassem suas próprias capacidades em aplicar essas idéias de forma proveitosa no seu trabalho com licenciandos e professores em exercício.

Além de reunir educadores e matemáticos em torno de questões comuns, o Centro também possui alunos de doutorado, muitos dos quais irão se dedicar à formação de professores em universidades após o término de seus estudos. Tanto na Geórgia quanto em Michigan, o Centro envolve os alunos de doutorado em atividades de ensino nos cursos oferecidos para alunos de licenciatura abrangendo matemática dos níveis

fundamental e médio. Além disso, alunos de doutorado em ambos os *campi* têm oportunidade de participar da elaboração e realização de sessões de desenvolvimento profissional para professores internos, assim como auxiliar na avaliação do impacto e da eficácia do trabalho. Essas experiências são vistas como elementos cruciais no desenvolvimento de conhecimentos, habilidades e hábitos mentais necessários para equipar os alunos de doutorado como efetivos formadores de professores. Um exemplo de um projeto, no qual alunos de doutorado são envolvidos a fim de desenvolverem esses aspectos, é discutido a seguir.

Por uma melhor formação de professores de matemática: olhando mais de perto um exemplo do portfólio do CPTM

Qualquer um dos diversos casos de sucesso do CPTM poderia ser usado para ilustrar como os temas mencionados acima são trabalhados no Centro. Nesta seção, escolhi um projeto pelo qual sou diretamente responsável, que é o Projeto BI-FOCAL (*Beyond Implementation: Focusing On Challenge And Learning*)¹⁵. Vou usá-lo como exemplo concreto do trabalho do Centro.

Visão Geral do Projeto BI-FOCAL

O projeto BI-FOCAL foi concebido para lidar com o problema chamado de *patamar de estagnação da implementação de um método*¹⁶. Quando métodos didáticos inovadores são adotados nos Estados Unidos, geralmente é oferecido um apoio aos professores para que eles se familiarizem com o novo método. Mas a qualidade, o volume e a duração desse apoio são quase sempre insuficientes para assegurar uma adoção efetiva do método a ponto de repercutir na aprendizagem dos alunos. Conseqüentemente, mesmo que os professores se familiarizem com o método no período inicial de implantação, eles não obtêm a proficiência necessária para tirar o máximo proveito do mesmo. Portanto, costuma-se dizer que se atingiu o patamar de estagnação de implementação do método.

Nesse projeto, trabalhamos com professores de diversos distritos escolares que adotaram o método *Connected Mathematics* por vários anos. Ele é um *método matemático baseado em padrões*¹⁷ para as séries intermediárias (6-8) cujo princípio é

¹⁵ Para além da Implementação: Focando em Desafios e Aprendizagem.

¹⁶ *Curriculum implementation plateau*. O termo *curriculum* foi traduzido como método, no sentido de método didático, apostila, módulo.

¹⁷ O termo *baseado em padrões* é empregado nos Estados Unidos quando o método foi desenvolvido com

utilizar problemas complexos na elaboração das lições. Ao longo do ano letivo, os professores participam de reuniões mensais de um dia inteiro que são realizadas para ajudá-los a melhorar sua atuação em sala de aula através de dois tipos de atividades: (1) análise e discussão de casos e (2) estudo modificado¹⁸ de lições. Após uma breve apresentação dos fundamentos do projeto, cada uma dessas atividades é descrita abaixo. Em seguida, eu ilustro a inter-relação entre elas no trabalho que os professores têm sido solicitados a fazer no projeto.

Princípios do Projeto

Como diversos estudiosos já notaram, o uso de resolução de problemas é importante no ensino e aprendizagem de matemática e constitui a base para a atividade intelectual em sala de aula (LAMPERT, 2001, STEIN et al. 2000). O projeto busca ampliar o conhecimento que os professores têm sobre matemática, cognição humana e estratégias pedagógicas a fim de que eles consigam promover o envolvimento dos alunos nas atividades matemáticas e, conseqüentemente, a própria aprendizagem de matemática. Amplos estudos sobre o ensino de matemática nos EUA mostram que é muito raro que os alunos se envolvam em atividades intelectualmente complexas nas séries intermediárias (STIGLER; HIEBERT, 1999); portanto, ajudar os professores a aprender como incentivar os alunos a se engajar em atividades de tal natureza passou a ser um objetivo importante do projeto.

O projeto BI-FOCAL leva em conta resultados de trabalhos previamente realizados, como os projetos QUASAR e COMET, especificamente o uso efetivo em sala de aula de tarefas cognitivamente exigentes (para mais informações, confira Henningsen; Stein, 1997; Silver; Stein, 1996; Stein et. al., 1996; Stein et. al., 2000). Em particular, o *Arcabouço de Tarefas Matemáticas*¹⁹ (ATM) desenvolvido por Stein e suas colegas (1996; 2000) é central para nosso trabalho. O ATM (ver Figura 2) retrata uma tarefa matemática passando por várias fases, que são representadas na figura como retângulos, começando pelo modo como a tarefa está especificada no método didático, passando pela forma como ela é preparada e apresentada pelos professores na aula e

base no *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (Padrões para Currículos e Avaliação de Matemática Escolar) (NCTM, 1989).

¹⁸ Adotamos o termo estudo *modificado* de lições para assinalar que reconhecemos que nosso processo é diferente do estudo de lições realizado no Japão, como descrito por especialistas no assunto. Contudo, acreditamos ser apropriado considerá-lo uma forma modificada de estudo de lições pois ele possui muitas similaridades, tais como estabelecimento coletivo de metas, planejamento colaborativo de lições e um arcabouço analítico comum para a reflexão sobre as lições.

¹⁹ *Mathematical Task Framework*.

chegando, por fim, a como é realizada pelos alunos durante a lição. O ATM sublinha o importante papel que as tarefas matemáticas desempenham ao influenciarem situações de aprendizagem dos alunos (STEIN; LANE, 1996; SILVER; STEIN, 1996). Mais ainda, ele ressalta que grande parte do trabalho dos professores envolve tarefas matemáticas e gira em torno delas. Os professores agem e tomam decisões que influenciam a qualidade e o volume do envolvimento dos alunos nas tarefas desafiadoras e, em última instância, afetam as chances que os alunos têm de aprender com seu próprio trabalho ao executar essas tarefas.

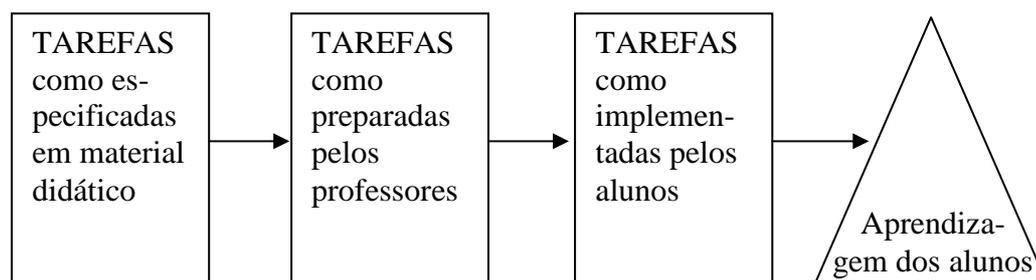


Figura 2: Fases de uma tarefa matemática

O ATM provê um arcabouço, mediante o qual se pode considerar alguns dos desafios inerentes à aplicação de tarefas complexas em sala de aula. Em particular, os professores têm que decidir: “[...] quais aspectos de uma tarefa devem ser destacados, como organizar e coordenar o trabalho dos alunos, quais questões apresentar como desafio para aqueles com níveis de habilidades variados e como ajudar os alunos sem atropelar o raciocínio deles e, assim, não eliminar os desafios” (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000, p. 19). Para realizar isso com sucesso, os professores precisam ter: a) um repertório de práticas de ensino que dominam com segurança; b) habilidade para planejar aulas e materiais; c) conhecimento sobre os processos cognitivos dos alunos quando estes estudam matemática; e d) um profundo conhecimento da matemática para criar oportunidades de aprendizagem para os alunos. Professores precisam resistir à pressão permanente de contar como responder as questões, eliminando assim uma condição que favorece um envolvimento mais profundo por parte dos alunos, e isso se faz respondendo a perguntas e dúvidas sem passar por cima do raciocínio deles. Esses aspectos importantes do cotidiano escolar são motivos de especial atenção no projeto.

Disponibilizando Práticas

Coerente com sua condição dentro do CPTM, o Projeto BI-FOCAL adotou a abordagem *baseada na prática* (BALL; COHEN, 1999; SMITH, 2001), fundamentando explicitamente o desenvolvimento profissional em aspectos críticos da prática docente, tais como a preparação e a execução de aulas que envolvem tarefas matemáticas complexas em sala, ampliando as oportunidades de aprendizagem dos alunos. Nós empregamos duas das mais discutidas e utilizadas abordagens dos Estados Unidos nos últimos anos: casos de ensino e estudo de lições. Ambas as abordagens propiciam aos professores oportunidades de examinar a prática de ensino efetivamente realizada a fim de que eles reflitam sobre a sua própria atuação. Casos de ensino (em depoimentos escritos ou gravados em vídeo) oferecem oportunidades para os professores analisarem e discutirem episódios e materiais didáticos autênticos, embora geralmente não os seus próprios. O estudo de lições propicia oportunidades para os professores trabalharem colaborativamente para planejar, implementar, analisar a implementação e revisar lições que eles mesmos devem proferir ou cuja apresentação eles vão observar. Adotamos essas abordagens em nosso trabalho não apenas por causa da possível sinergia já mencionada acima, mas também porque elas parecem funcionar bem com professores que atingiram o patamar de estagnação de implementação. Os casos oferecem uma forma de envolver os professores em considerações sobre o ensino que NÃO estão necessariamente atreladas a seus programas curriculares, tirando-os do contexto a que estão amarrados. Os estudos de lições, então, permitem que eles se voltem para suas próprias práticas cotidianas para trabalhar questões e idéias que surgem a partir dos casos.

Muitos estudiosos, como Merseth e Lacey (1993), Shulman (1986), Sykes e Bird (1992), têm apontado que o emprego de casos escritos ou filmados para tornar visível e acessível a atividade de ensino e promover a reflexão sobre a prática entre professores é promissor. Ao encurtar o espaço entre as generalidades do conhecimento teórico e as particularidades dos exemplos contextualizados, o emprego de casos oferece uma ferramenta que pode ajudar a construir um conhecimento útil e aplicável na melhoria da atuação profissional ao preencher a lacuna entre conceitos e princípios pedagógicos formais e descontextualizados e a natureza altamente contextualizada da prática de ensino real. Casos se tornaram ferramentas populares para o melhoramento do ensino e da aprendizagem de matemática segundo Barnett et al (1994), Schifter et al (1999), Stein et al. (2000), embora ainda haja pouca pesquisa que evidencie a eficácia do

emprego de casos com professores de matemática e o impacto do mesmo sobre a atuação dos professores.

O estudo de lições, que é baseado em grande parte numa abordagem utilizada no Japão, tem sido amplamente retratado como uma ferramenta promissora para o desenvolvimento profissional de professores de matemática nos Estados Unidos e outros países, como apontam Stigle e Hiebert (1999). O princípio do estudo de lições é incrivelmente simples, como sugere o seguinte comentário de Catherine Lewis (2002, p.1): “[...] para melhorar o ensino, o que pode ser mais óbvio do que colaborar com colegas professores a fim de planejar, observar e refletir sobre as lições?” Contudo, Lewis e outros proponentes do estudo de lições reconhecem que é difícil e complexo empregar essa técnica de maneira efetiva, a ponto de impactar positivamente no ensino. Apesar do entusiasmo que se espalhou em torno dessa abordagem de desenvolvimento profissional, quase não há evidências empíricas da natureza da aprendizagem envolvida no estudo de lições. E, ainda mais, as primeiras tentativas de transportar essa técnica através do Oceano Pacífico, do Japão aos Estados Unidos, encontraram muitos obstáculos.

Dado o considerável interesse por essas duas abordagens e a surpreendente falta de evidência sobre o impacto de qualquer uma das duas, nosso trabalho pode suprir o conhecimento procurado sobre essas duas abordagens de formação de professores. Mais ainda: diferentemente da visão prevalente de que o projeto de desenvolvimento profissional para professores de matemática é similar a testes de múltipla escolha, nos quais se escolhe necessariamente *uma única resposta certa* em uma lista de opções, entendemos que as duas abordagens não competem entre si, mas operam harmoniosamente em conjunto. Entendemos que essas duas diferentes abordagens têm pontos fortes e fracos e que, misturando proposital e cuidadosamente as duas, pode-se compensar as limitações de uma com os pontos fortes da outra.

Características Complementares das Duas Abordagens

Há boas razões para ser otimista sobre a combinação do *estudo de lições* com *análise e discussão de casos*. Cada abordagem tem pontos fortes e fracos, e os pontos fortes de uma compensam perfeitamente as fraquezas da outra. A análise e discussão de casos, em particular, podem ser usadas para desenvolver a proficiência dos professores em todas as seguintes práticas intelectuais e posturas profissionais que são necessárias para o emprego efetivo do estudo de lições:

- Tratar o ensino de sala de aula como objeto de questionamentos na discussão com colegas;
- Adotar uma postura analítica frente ao ensino em geral;
- Aprender a manifestar-se com base em evidências em vez de opiniões;
- Cumprir objetivos de ensino em geral; e
- Considerar uma lição em sala de aula como uma unidade de *análise*.

Similarmente, o estudo de lições pode complementar e melhorar os efeitos da análise e discussão de casos ao ajudar os professores a se tornarem mais proficientes nas seguintes práticas intelectuais e posturas profissionais que são necessárias para a melhoria do ensino:

- Compartilhar a experiência pessoal em sala de aula com uma comunidade profissional de tal forma que outros possam aprender com ela;
- Adotar uma postura analítica frente ao próprio ensino;
- Comprometer-se com a melhoria contínua do ensino;
- Analisar questões de ensino em geral em relação à própria prática; e
- Considerar uma lição em sala de aula como uma unidade de *aperfeiçoamento*.

Nossa concepção de que as técnicas se complementam se dá de uma forma tal que a análise e discussão estruturadas de casos podem ser usadas para desenvolver a proficiência de professores com práticas intelectuais e atitudes mentais que são necessárias para o uso efetivo do estudo de lições, e também de tal forma que o estudo de lições complemente e melhore os efeitos da análise e discussão de casos ao encorajar os professores a adotar, em sua própria atuação, muitas das idéias tiradas dos casos que, por sua vez, podem suscitar novas questões a serem consideradas em análises e discussões posteriores²⁰.

Aprendizagem no BI-FOCAL: Quem e O Quê?

A concepção da complementaridade esboçada acima sugere que o estudo de lições e a análise de casos devem ser complementares entre si e que essas abordagens podem ser combinadas para tirar proveito dessa sinergia potencial. Análises de dados obtidos no projeto apóiam fortemente essa previsão. Mais especificamente, o trabalho com casos tem gerado idéias que os participantes empregam no planejamento colaborativo

²⁰ Há muitas maneiras diferentes de aplicar a análise e discussão de casos como uma abordagem de desenvolvimento profissional e há diversas variações também na forma como o estudo de lições é aplicado. Nós no Projeto BI-FOCAL consideramos que nosso argumento genérico em favor da sinergia entre as duas abordagens aplica-se perfeitamente a todas as variações.

de lições. Nossas análises sugerem uma relação proeminente entre a trajetória de mudanças no planejamento de lições dos professores e sua seqüência de experiências na análise e discussão de casos. Além disso, há evidências de que os professores, à medida que planejavam e analisavam suas lições, se apropriavam da linguagem empregada para descrever e analisar práticas de ensino no contexto da análise e discussão de casos. E, ainda mais, os professores foram capazes de fazer significativo progresso no trabalho de certos desafios de ensino e preocupações que chamavam sua atenção. Para um exemplo ilustrativo, confira Silver et al. (2005).

Não só os professores aprenderam com o projeto. Oportunidades de aprendizagem significativas têm surgido para os coordenadores e para a equipe de alunos de doutorado envolvidos no trabalho. Os coordenadores somos eu e Valerie Mills, que é Diretora de Matemática do Distrito Escolar de Oakland, no estado de Michigan. Valerie realiza atividades de formação profissional há muitos anos e eu mesmo tenho sido pesquisador por um longo tempo. Nesse empreendimento conjunto, combinamos nossos recursos e experiências, o que é uma característica de muitos projetos do CPTM. Tem sido uma aprendizagem mútua. E, além do mais, os alunos de doutorado têm tido uma rara oportunidade de participar tanto do projeto quanto da realização de atividades de desenvolvimento profissionais muito bem concebidas, assim como, do estudo minucioso de sua execução e impacto.

Nossa experiência conjunta no Projeto BI-FOCAL tem mostrado de que forma a combinação dessas duas abordagens – cada uma das quais é por si própria uma forma eficaz de usar a própria prática pedagógica como espaço de aprendizagem dos professores – cria oportunidades para os professores examinarem as práticas pedagógicas mais atuais e aprenderem com isso de maneira a afetar sua própria atuação. Usando depoimentos, vídeos ou amostras de trabalho de alunos, os professores posicionam-se, sem riscos, fora de seu próprio trabalho e têm oportunidade de examinar criticamente as práticas de ensino que não se referem a eles mesmos, mas que são aplicáveis ao seu trabalho. Os casos, em particular, criam um espaço para os professores lerem, analisarem e discutirem uma variedade de questões relacionadas com as práticas pedagógicas e a cognição dos alunos. Então, por meio do estudo modificado de lições, os professores têm oportunidades de aplicar idéias geradas nas discussões dos casos em seu planejamento de lições. O trabalho dos participantes com os casos (incluindo o tempo gasto com um estudo preparatório sobre as idéias matemáticas que antecede a leitura/audiência, análise e discussão do caso) suscita questões e idéias que levam a um

planejamento conjunto das lições, que, por sua vez, gera novas considerações sobre essas questões e idéias, ou o surgimento de novas que podem ser levadas em conta em outros casos e assim por diante. Através desse processo cíclico, idéias e questões importantes e úteis são difundidas e podem vir a influenciar a atuação pedagógica dos professores.

Por uma melhor formação de professores de matemática: o que pode ser relevante no cenário internacional

Para concluir esse artigo, quero fazer algumas observações sobre o que, em relação ao trabalho do CPTM, poderia ser levado para outros lugares do mundo e também o que poderia seguir o caminho inverso, no que tange à educação matemática e à formação de professores.

Primeiramente, há o foco no exercício da profissão como espaço de aprendizagem dos professores. Essa noção tem várias origens, algumas nos próprios Estados Unidos, como mostram os trabalhos de Ball e Cohen (1999) e Smith (2001), e de outros lugares, conforme Stoel e Thant (2002). Esta é uma idéia que tem, claramente, grande apelo em todo o mundo; embora seja uma idéia que clama por maior clareza e especificidade. A recente Conferência de Estudos do ICMI mostrou claramente que os significados atribuídos a essa frase são bem variados dentro e fora dos diversos países. Há um considerável trabalho a ser feito nacional e internacionalmente para começar a dar mais exatidão ao que pode significar tornar o exercício da profissão de professor o foco central das oportunidades de aprendizagem profissional. Um caminho potencialmente promissor a ser explorado é a aprendizagem profissional que é realizada em associação a materiais pedagógicos inovadores. Por todo o mundo, o material didático continua a desempenhar um papel importante no ensino e aprendizagem de matemática nas escolas. Quer consideremos *Connected Mathematics* nos Estados Unidos ou o *MAT789* desenvolvido por Paulo Abrantes em Portugal, no final dos anos 80 e início dos 90, ou os esforços de reforma curricular despendidos em outros países, as questões relativas à formação de professores são centrais. Como os professores vão obter o conhecimento, as habilidades e os hábitos mentais que são requeridos para utilizar esse novo material didático de forma produtiva? Por exemplo, como eles vão desenvolver a proficiência para empregar projetos matemáticos e problemas aplicados? Como Paulo Abrantes percebeu há mais de dez anos atrás, “abordagens idealizadas” para a matemática escolar podem terminar mostrando-se inúteis nas mãos de professores que são mal-preparados

para entendê-los e usá-los bem (ABRANTES, 1993). Desenvolver a proficiência dos professores focando nas práticas de ensino envolvidas no uso desses materiais didáticos inovadores e abordagens de ensino não-convencionais pode não resolver todos os problemas, mas parece ser uma direção promissora.

Segundo, há a nossa decisão de concentrarmo-nos na prática da formação de professores e do desenvolvimento profissional e estabelecer ligações entre os vários tipos de pessoas que exercem algum papel na preparação de professores de matemática ou em sua formação continuada. A organização da preparação profissional de professores e educação continuada pode ser caótica nos Estados Unidos, mas minha impressão é de que muitos países sofrem de algo parecido, ou talvez, menos severas versões do mesmo mal. Há exemplos impressionantes de colaboração entre profissionais, como a forte e bem-sucedida Associação de Professores de Matemática (APM), em Portugal, que é similar ao *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) nos Estados Unidos. Por meio dessas organizações, um número de projetos importantes e interessantes foi lançado para promover a formação dos professores e o desenvolvimento profissional continuado, como o Grupo de Estudo GTI sobre “professor como pesquisador”, em Portugal (GRUPO..., 2002; PONTE, SERRAZINA, 2005). Contudo, o resultado de tais esforços é reconhecidamente limitado e está claro que melhoramentos em larga escala são improváveis, a menos que mais empreendimentos sejam realizados – envolvendo membros representativos de todas as instituições que desempenham algum papel na preparação de professores e todo o pessoal das universidades e escolas que atuam na educação continuada de professores de matemática. Embora tais esforços conjuntos não sejam fáceis de organizar e as discussões e deliberações sejam complexas, eu acredito que essa é uma outra direção promissora a se seguir, especialmente se puder ser associada à agenda de produção de conhecimento para o melhoramento da formação de professores, não somente nos Estados Unidos, mas em todo o mundo.

Referências

ABRANTES, P. Project work in school mathematics. In: DELANGE, J; HUNTLEY, I; KEITEL, C; NISS; M. (Ed.). **Innovation and maths education by modeling and applications**. Londres: Ellis Horwood, 1993. p. 354-364.

BALL, D. L; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G; DARLING-HAMMOND, L. (Ed.). **Teaching as the learning profession: handbook of policy and**

practice. São Francisco: Jossey-Bass, 1999. p.3-32.

BALL, D. L; HILL, H. C; BASS, H. Knowing mathematics for teaching. **American Educator**, Washington, Fall, 2005. Disponível em: <http://www.aft.org/pubs-reports/american_educator/subject.htm>. Acesso em: 15 set. 2006.

BARNETT, C; GOLDENSTEIN. D; JACKSON, B. **Fractions, decimals, ratios, and percents: hard to teach and hard to learn?** Portsmouth: Heinemann, 1994.

BIDDLE, B. J; GOOD, T. L; GOODSON, I. F. **International handbook of teachers and teaching**. Dordrecht: Kluwer, 1997. 2 v.

CONFERENCE BOARD OF THE MATHEMATICAL SCIENCES. **The mathematical education of teachers**. Providence: American Mathematical Society, 2001. (Issues in Mathematics Education, v. 11).

GRUPO DE TRABALHO SOBRE INVESTIGAÇÃO (Ed.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2002.

HENNINGSEN, M; STEIN, M. K. Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston , v. 28, p. 524-549, 1997.

KILPATRICK, J; SWAFFORD, J; FINDELL, B. (Ed.). **Adding it up: helping children learn mathematics**. Washington, DC: National Academy Press, 2001. Disponível em: <<http://www.nap.edu/catalog/9822.html>>. Acesso em: 15 set. 2006.

LAMPERT, M. **Teaching problems and the problems of teaching**. New Haven: Yale University Press, 2001.

LEWIS, C. C. **Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change**. Philadelphia: Research for Better Schools, 2002.

LITTLE, J. W. Teachers' professional development in a climate of educational reform. **Educational Evaluation and Policy Analysis**, Washington, v. 15, p. 129–151, 1993.

MERSETH, K. K; LACEY, C. A. Weaving stronger fabric: the pedagogical promise of hypermedia and case methods in teacher education. **Teaching & Teacher Education**, New York, US , v. 9, p. 283-299, 1993.

NATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICS AND SCIENCE TEACHING FOR THE 21ST CENTURY. **Before it's too late: a report to the nation from the National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century**. Jessup: Department of Education of E.U.A, Education Publications Center, 2000. Disponível em: <<http://www.ed.gov/americaaccounts/glenn/toc.html>>. Acesso em: 15 set. 2006.

NATIONAL COMMISSION ON TEACHING & AMERICA'S FUTURE. **What matters most: teaching for America's future**. New York, 1996. Disponível em: <<http://www.nctaf.org/documents/WhatMattersMost.pdf>>. Acesso em: 15 set. 2006.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics.** Reston, 2000

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Everybody counts:** A report to the nation on the future of mathematics education. Washington: National Academy Press, 1989. Disponível em: <<http://www.nap.edu/books/0309039770/html/>>. Acesso em: 15 set. 2006.

PONTE, J. P; SERRAZINA, L. Understanding and transforming practice: a portuguese experience. In: INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION, 15., 2005, Águas de Lindóia, Brasil. **The professional education and development of teachers of mathematics.** Disponível em: <http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/ICMI/ponte_joao_ICME15_prop.doc/>. Acesso em: 15 set. 2006.

RAND MATHEMATICS STUDY PANEL. **Mathematical proficiency for all students:** toward a strategic research and development program in mathematics education (DRU-2773-OERI). Arlington: RAND Education & Science and Technology Policy Institute, 2002. Disponível em: <http://www.rand.org/pubs/monograph_reports/MR1643/>. Acesso em: 15 set. 2006.

SCHIFTER, D; BASTABLE, V; RUSSELL, S.J. **Developing mathematical ideas:** a curriculum for teacher learning. Palo Alto: Dale Seymour, 1999.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVER, E. A; GHOSSEINI, H; GOSEN, D; CHARALAMBOUS, C; STRAWHUN, B. T. F. Moving from rhetoric to praxis: issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom. **Journal of Mathematical Behavior**, Norwood, NJ, v. 24, p. 287-301, 2005.

SILVER, E. A; STEIN, M. K. The QUASAR project: The "revolution of the possible" in mathematics instructional reform in urban middle schools. **Urban Education**, Buffalo, NY, v. 30, n. 4, p. 476-521, 1996.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for mathematics teachers.** Reston: NCTM, 2001.

STEIN, M. K; GROVER, B. W; HENNINGSEN, M. A. Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: an analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. **American Educational Research Journal**, Washington , v. 33, p. 455-488, 1996.

STEIN, M. K; LANE, S. Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: an analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. **Educational Research and Evaluation**, Washington, DC, v. 2, p. 50-80, 1996.

STEIN, M. K; SMITH, M. S; HENNINGSEN, M. A; SILVER, E. A. **Implementing standards-based mathematics instruction:** a casebook for professional development. New York: Teachers College Press, 2000.

STIGLER, J. W; HIEBERT, J. **The teaching gap**. New York: Free Press, 1999.

STOEL, C. F; THANT, T.-S. **Teachers' professional lives: a view from nine industrialized countries**. Washington: Council for Basic Education, 2002.

SYKES, G; BIRD, T. Teacher education and the case idea. In: GRANT, G. (Ed.). **Review of research in education**. Washington: American Educational Research Association, 1992. v. 18, p. 457-521.

THARP, R. G; GALLIMORE, R. **Rousing minds to life: teaching, learning, and schooling in a social context**. New York: Cambridge University Press, 1988.

WEISS, I; KNAPP, M. S; HOLLWEG, K. S; BURRILL, G. (Ed.). **Investigating the influence of standards: a framework for research in mathematics, science, and technology education**. Washington: National Academy Press, 2002. Disponível em: <<http://www.nap.edu/catalog/10023.html>>. Acesso em: 15 set. 2006.