



Um Livro de Cálculo Intuitivo para Engenheiros

An Intuitive Calculus Book for Engineers

Gustavo Alexandre de Miranda¹

Resumo

Com o intuito de estudar a história do ensino de Cálculo e, mais especificamente, os desdobramentos do livro *Calculus Made Easy (1910)* no contexto da educação matemática, este trabalho procura fazer uma análise histórica que elucide as relações entre Silvanus Phillips Thompson (autor do livro) e a educação do início do século XX, particularmente a educação matemática. Thompson legou muito às áreas da física e da radiologia, porém, com a chegada do novo século, passou a se dedicar intensamente à educação técnica de seus compatriotas ingleses. Um de seus objetivos era desmistificar alguns conceitos do Cálculo, tratando o assunto de maneira intuitiva. Por esse motivo, o livro foi criticado por alguns matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Educação Matemática. Silvanus Phillips Thompson. *Calculus Made Easy*.

Abstract

With the purpose of studying the history of calculus teaching and, particularly, the consequences of *Calculus Made Easy (1910)* in the mathematics education context, this work intends to make an historical analysis to clarify the connections between Silvanus Phillips Thompson (its author) and education in the early Twentieth Century, mainly mathematics education. Thompson was concerned about Physics and Radiology, however, at the dawn of the new century, his interests in technical education had also burgeoned. One of his goals was to demystify Calculus, tackling the subject intuitively – *Calculus Made Easy*. The book did not draw much respect from mathematicians and was acridly criticized.

¹ Mestre em Educação Matemática, PUC-SP, e doutorando em Educação, FE-USP. Endereço para correspondência: Rua Jorge Beretta, 1105, ap. 53 – Bloco I, 09271-400, Santo André – SP. E-mail: gustavomiranda@usp.br

Keywords: Mathematics Education, History of Mathematics Education, Silvanus Phillips Thompson, *Calculus Made Easy*.

Um livro, naturalmente...

Em maio de 2003, veio parar em minhas mãos – devido à pesquisa que realizava na pós-graduação – um livro de publicação relativamente recente (1998) intitulado *Calculus Made Easy*. Foi ali, naquele momento, para ser sincero, que todo o estudo que fiz mais sistematicamente nos meses posteriores teve início. Esse texto, sem dúvida, não teria sido escrito, não fosse a *misteriosa chama* que se acendeu dentro de mim a partir daquele dia.

De fato, justificar metodicamente o interesse por um tema de pesquisa nunca me parecera algo simples de fazer até aquela data. Já havia presenciado debates acalorados na pós-graduação, em que pesquisadores mais experientes simplesmente arruinavam toda e qualquer possibilidade de pesquisa dos candidatos recém-chegados só de olhar para o título do projeto. As questões eram sempre as mesmas: relevância do tema, concisão do texto, originalidade do desenvolvimento e da construção da conclusão, cronogramas, etc. Era preciso ter cuidado.

Pela primeira vez, no entanto, não estava tão preocupado com essas formalidades. Como estudante que se propunha a estudar um tema geral chamado “ensino de Cálculo”, eu tinha tudo de que precisava. Um livro de Cálculo com título curioso. Um planejamento de pesquisa. Um orientador me apoiando. Um grupo de estudos como “guarda-chuva”. Etc. É verdade que, com exceção da peculiar euforia dos jovens pesquisadores, os sentimentos mais presentes ainda eram de temor e dúvida nessa época. Porém, a ideia geral me agradava. O enigma começava a me perseguir. Daí para a frente, o mistério era completo.

E era completo porque, inicialmente, algumas informações pareciam desencontradas. O livro que eu tinha em mãos, por exemplo, havia sido publicado em 1998, mas, na verdade (descobri mais tarde), era apenas uma reedição de um exemplar publicado originalmente em 1910. Não perdi tempo e, como qualquer pesquisador faria em meu lugar, tratei logo de ter acesso a

essa versão, de 1910. Mas aí apareceram outras dúvidas. Uma delas referente ao autor do livro. Em minha edição de 1998, o livro era assinado por Silvanus Phillips Thompson (1851 – 1916) e Martin Gardner (1914 -), o que não deixava de ser curioso, já que Thompson tinha vivido até 1916, enquanto Martin Gardner havia nascido em 1914. No entanto, esse não era o único impasse. Na versão de 1910, nenhum dos dois era citado como autor do livro. Ao contrário, nesse exemplar o autor era misteriosamente ocultado num pseudônimo: FRS. O que aquilo queria dizer? Quem realmente tinha escrito o livro?

O suspense se intensificou ainda mais quando percebi que o *Calculus Made Easy* havia sido um sucesso de vendas durante todo o século XX. Que autor se esconderia do próprio *best-seller*? As perguntas saltavam por todos os lados e o enigma começava a se solidificar.

Minha primeira tarefa, depois dessas experiências iniciais, foi procurar, em acervos físicos e digitais, artigos, dissertações ou teses que tratassem do assunto, especificamente da história do ensino de Cálculo no início do século XX, momento em que o livro havia sido publicado pela primeira vez. Essa pesquisa foi feita com a ajuda do Banco de Teses e Dissertações Digitais² da Unicamp, organizado por Dario Fiorentini. A expectativa de encontrar alguma referência ao *Calculus Made Easy* era grande, mas essa esperança foi logo sendo dissipada pela realidade: não havia – pelo menos nesse banco – artigos, teses ou dissertações que referenciassem o livro.

Tentei um segundo artifício: comecei a entrevistar informalmente alguns professores de Cálculo nas mais renomadas universidades do País, com o intuito de saber se o *Calculus Made Easy* era conhecido pelos docentes de Cálculo. Muita conversa, vários cafés e *e-mails* trocados, mas, infelizmente, nenhum sucesso nessa segunda tentativa. Boa parte dos professores entrevistados nunca havia ouvido falar do livro nem tampouco de Silvanus Phillips Thompson; alguns conheciam o título do livro superficialmente; e outros pareciam não querer declarar nada. Com Martin Gardner, a situação era melhor, por conta da série de publicações que esse autor fizera na segunda metade do

² Esse banco contém uma relação de todas as dissertações e teses defendidas na área da educação matemática de 1977 a 2001. Está disponível na página da biblioteca da Faculdade de Educação da Unicamp: www.fe.unicamp.br.

século XX, algumas das quais muito elogiadas pela crítica em suas respectivas áreas. Apesar disso, quando se unia o nome de Gardner ao *Calculus Made Easy*, novo silêncio. A conversa geralmente parava por aí, subitamente, sem nada acrescentar à questão.

Fiquei intrigado com essa situação e, para ser honesto, acabei deixando o livro de lado por algumas semanas. Na verdade, estava convicto de que havia chegado a um ponto intransponível e, como as pistas pareciam apontar sempre na direção de algum beco sem saída, considerei seriamente a hipótese de abandonar o projeto. A essa altura, já tinha folheado boa parte do *Calculus Made Easy* sem chegar a lugar algum. E também já havia comentado a ideia com muitos integrantes do grupo de pesquisa. Naturalmente, a única coisa que ainda chamava a atenção superficialmente (e a única que eu havia levado em conta seriamente) era o modo como o livro tinha sido escrito. Diferente de qualquer livro de matemática que eu já vira antes. Mas essa não chegava a ser uma grande descoberta e eu nem sabia se podia afirmar tal coisa. No meio acadêmico, eu estava acostumado, afirmações cabais requeriam provas concretas. Para meu desespero, até aquele momento, eu não tinha nenhuma das duas: nem afirmação, nem prova. Um bom motivo para abortar a missão, pensava eu.

E, de fato, a missão foi abortada. Mas só até as próximas informações a respeito de Silvanus Phillips Thompson, uma semana mais tarde. Pesquisando alguns textos, descobri que Thompson, provavelmente o único autor do *Calculus Made Easy*, havia sido um prestigiado cientista inglês, membro da *Royal Society* de Londres. Entre suas publicações, nas áreas da radiologia e da engenharia, constavam textos transformados em referência durante décadas. As perguntas, para mim, estavam óbvias: por que, dado seu currículo invejável, Thompson publicaria um livro anonimamente? Teria sido ele mesmo o autor de *Calculus Made Easy*?

As interrogações surgiam e as prováveis respostas também. Uma coisa, entretanto, mantinha o mistério em torno do tema. A biografia de Thompson era clara ao mencionar que ele havia sido um *quaker*³ convicto a vida toda, além de pertencer ativamente à ordem denominada *Knight Templar*⁴. Por

³ *Quaker* é o nome dado ao membro de um grupo religioso de tradição protestante, chamado *Sociedade Religiosa dos Amigos (Religious Society of Friends)*. Optamos, neste texto, pela forma inglesa “quaker”, mais conhecida, em vez da portuguesa “quacre”.

⁴ Cavaleiro templário

um lado, eu estava totalmente confuso: Cavaleiro Templário? Sociedade Religiosa dos Amigos? Ensino de Cálculo? Por outro, ficava imaginando o elo perdido entre todos esses temas aparentemente distintos. Ciência, religião e ensino de matemática (Cálculo). Ingredientes sem dúvida poderosos, talvez até indigestos quando combinados. Como tudo isso tinha vindo parar em minhas mãos? Já não sabia mais. Porém, de certa forma, sentia-me culpado e responsável pela história que teria de escrever. As dúvidas e o enigma, eu sabia, já me dominavam por inteiro...

Silvanus P. Thompson: uma apresentação necessária

Silvanus Phillips Thompson, o ator central deste texto, nasceu em 1851, em York – Inglaterra. Formou-se em engenharia elétrica, em Londres, e durante muitos anos foi o presidente da instituição de engenheiros eletricitistas da Inglaterra, tornando-se membro da *Royal Society* em 1891. Tudo indica que foi em virtude de sua agitada vida acadêmica, na *Royal Society* e em tantas outras sociedades das quais foi presidente, que Thompson escreveu numerosos livros técnicos e manuais de eletricidade, magnetismo, dínamo e ótica, além de ter publicado as biografias dos cientistas Michael Faraday, Phillip Reis e Lord Kelvin.

A biografia de Silvanus Thompson, registrada em *The Institution of Electrical Engineers – IEE – RU*⁵, informa ainda que, além de sua atividade científica, Thompson preocupava-se seriamente com a questão da educação técnica. Acreditava que, se os britânicos tivessem de concorrer com os alemães ou com qualquer outra nação industrial, todos precisariam estar devidamente treinados em princípios científicos, de modo a trabalhar “inteligentemente”. A preocupação, evidentemente, justificava-se pela emergência de vários impérios no fim do século XIX e início do XX, o que parece tê-lo levado – uma vez eleito diretor do *Finsbury Technical College*, de Londres, a pôr em prática suas ideias educacionais, atraindo uma multidão de alunos às suas aulas.

Essas atividades acadêmicas de Thompson deram origem a várias publicações. Seu primeiro livro na área de ensino foi o *Elementary Lessons*

⁵ Disponível em: <http://www.iee.org/> – em 01/10/2004.

in *Electricity and Magnetism (Lições elementares sobre eletricidade e magnetismo)*, publicado em 1881. Esse livro, conforme atesta a *Chelsea Publishing Company* (1976)⁶, teve sucesso instantâneo e tornou-se referência durante sete décadas no ensino de eletricidade e magnetismo. Entre os trabalhos seguintes, viriam *The Storage of Electricity*, *The Design of Dynamos*, *Dynamo-Electric Machinery* (sete edições em inglês e duas em alemão) *Polyphase Electric Currents*, *The Manufacture of Light*, *The Electromagnet and Electromagnetic Mechanisms* e *Optical Tables*. Suas últimas publicações foram a biografia de *Lord Kelvin* (1910) e o livro *Calculus Made Easy* (1910).

Calculus Made Easy, assim como muitos textos de Thompson, despertou grande interesse nos alunos de Cálculo no início e decorrer do século XX. Tratava-se de uma proposta inovadora para o ensino dessa disciplina, arquitetada inicialmente para os alunos de engenharia do *Finsbury Technical College*, desenvolvendo os elementos de maneira intuitiva e com aplicações. De acordo com a *Chelsea Publishing Company* (1976), o livro tornou-se rapidamente *best-seller*, sendo reeditado várias vezes durante o século XX. Apesar disso, Thompson acabou despertando também críticas e o repúdio de alguns matemáticos. Veremos por quê.

Os Objetivos de Silvanus Thompson

Inicialmente, duas observações merecem destaque: [1] Silvanus P. Thompson não era matemático; [2] o livro *Calculus Made Easy* foi inicialmente publicado sob o pseudônimo “F.R.S.”, iniciais de *Fellow of the Royal Society*⁷.

Vejamos o que diz Thompson já no início do livro:

Alguns artifícios do Cálculo são muito fáceis. Outros são enormemente difíceis. Os tolos que escrevem os textos de matemática avançada – e são tolos talentosos – raramente têm o trabalho de mostrar quão fáceis os cálculos fáceis são. Ao contrário, parecem querer dar a impressão de seu

⁶ Nota explicativa sobre Silvanus Phillips Thompson escrita para a reedição da biografia *The Life of Lord Kelvin*, 1976.

⁷ O nome de Thompson somente aparecerá no livro postumamente, nas reedições posteriores a 1916.

enorme talento mostrando isso da maneira mais difícil (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 38, tradução nossa).

É patente, desde as primeiras páginas do livro, a intenção de Thompson de desmistificar as ideias elementares do cálculo diferencial e integral. Não se trata de um livro de matemática avançada e, por isso, Thompson utiliza uma linguagem bastante informal para dialogar sobre as principais ideias do Cálculo. Seus objetivos identificam-se claramente quando ele observa que teve “[...]” como propósito desaprender as dificuldades do Cálculo para agora apresentar aos seus amigos ‘tolos’ as partes que não são difíceis” (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 38, tradução nossa).

Thompson atrelava alguns objetivos a essa desmistificação. Um deles, talvez o principal, era o caráter aplicativo desses conceitos nas áreas da física e da engenharia (vale lembrar, aqui, que o *Calculus Made Easy* foi escrito visando aos alunos de engenharia do *Finsbury Technical College*, onde Thompson lecionava). Entretanto, é impossível negar que o curso de Thompson não pretendesse criticar ainda o modo como era ensinado Cálculo aos iniciantes no assunto. Nesse caso, importa lembrar que, em fins do século XIX e princípios do XX, era intensa a preocupação com o ensino de matemática, como atestam os movimentos internacionais de reforma levados a cabo por Felix Klein, John Perry e tantos outros. Essas preocupações influenciaram, de maneira direta ou indireta⁸, a forma de apresentar a matemática – em particular o Cálculo – de alguns livros didáticos da época. E isso levou Thompson a criticar o tipo formal de ensino e argumentar que seu livro não tinha por objetivo central abordar tais questões, como se vê por suas próprias palavras textuais:

Uma coisa que os matemáticos dirão sobre este livrinho terrível (o *Calculus Made Easy*) é que a razão pela qual ele aparenta ser fácil é que o autor retirou dele as coisas que realmente são difíceis. E o fato curioso dessa acusação é que... *é verdade*. Esse foi, de fato, o motivo que me levou a escrever o livro – em reconhecimento à legião de inocentes que, até aqui, tem sido dissuadida da ideia de aprender os elementos do Cálculo por causa da maneira estúpida de seu ensino (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 280, tradução nossa).

⁸ A esse respeito, convém ler detidamente a tese de doutorado de Frederico da Silva Reis “*A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*” (REIS, 2001).

Essas considerações, no prefácio e epílogo do livro, revelam que o autor de *Calculus Made Easy* não estava satisfeito com a maneira de conduzir o ensino de Cálculo na época. Sua *nova proposta*, nesse sentido, apenas formalizava uma crítica dura aos professores e autores de livros didáticos de Cálculo, conforme veremos com pormenores na próxima seção.

Proposta e Estilo do *Calculus Made Easy* (1910)

Calculus Made Easy começa de maneira curiosa. Em vez de um capítulo sobre funções, limites ou qualquer outro tópico esperado em um livro de Cálculo, o primeiro capítulo exhibe o título “Libertando-se dos Terrors Preliminares”. Nesse capítulo, Thompson dedica-se a uma descrição dos principais símbolos utilizados no cálculo diferencial e integral, argumentando que

O terror preliminar, que choca e até desencoraja a maior parte dos estudantes de tentar aprender o Cálculo, pode ser abolido de uma vez por todas se entendermos o significado – em sentido comum – dos dois principais símbolos utilizados no cálculo diferencial e integral (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 39, tradução nossa).

A partir daí, Thompson faz uma pequena descrição dos principais símbolos, d e \int , utilizados no Cálculo – da seguinte forma:

- d significa simplesmente “uma pequena parte de”
Portanto, dx significa uma pequena parte de x ; du significa uma pequena parte de u . Os matemáticos preferem chamar de dx “um elemento de x ”, em vez de “uma pequena parte de x ”. Como quiserem. Você perceberá que essas pequenas partes (ou elementos) poderão ser consideradas infinitamente pequenas.

- \int é a representação de um S comprido, e pode ser chamado de “a soma de”.

Portanto, $\int dx$ significa a soma de todas as pequenas partes de x ; e $\int dt$ significa a soma de todas as pequenas partes

de t . Os matemáticos chamam esse símbolo de “a integral de”. A palavra “integral” significa simplesmente “o todo”. Se você pensar na duração de 1 hora, poderá pensar também nesse mesmo período dividindo o todo em 3600 pequenas partes, chamadas *segundos*. O total dessas 3600 pequenas partes quando adicionadas – vale 1 hora.

Da próxima vez que você vir uma expressão que comece com esse símbolo assustador, lembre-se de que ele foi colocado lá simplesmente para lhe mostrar que você deve executar uma operação de soma, adicionando todas as pequenas partes indicadas no símbolo (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 39 - 40, tradução nossa).

No segundo capítulo do livro, Thompson começa a desenvolver o conceito de infinitesimal, tratando das diferentes ordens de quantidades pequenas. Esse conceito será especialmente importante ao longo de todo o *Calculus Made Easy*, já que a noção de *Limite*, tão cara aos matemáticos, não é utilizada explicitamente no livro. Em vez disso, Thompson prefere trabalhar com infinitesimais, negligenciando aqueles termos que se tornam infinitamente pequenos quando passados ao *Limite*. Para desenvolver essa proposta, o livro traz alguns diálogos com o leitor:

Considere uma quantia de \$100 comparada com 1 centavo: o centavo representa apenas $1/100$ de 1 dólar. Portanto, tem pouca importância se comparado com \$100 e certamente pode ser considerado uma quantia pequena. Mas, então, compare 1 centavo com \$10.000: em relação a esse montante – 1 centavo não tem mais nenhuma importância e pode ser, claramente, descartado. (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 41-42, tradução nossa).

Essas considerações e exemplificações, que são a marca principal do livro, têm sempre o intuito de “acostumar” o leitor – gradativamente – aos métodos que serão utilizados para resolver os problemas matemáticos. É desse modo que Thompson desenvolve seu curso e não é por acaso que o estilo se assemelha mais a um romance do que a um livro de matemática. Um exemplo interessante desse tipo de diálogo é o capítulo que define a derivada. Após várias considerações a respeito do crescimento e decrescimento de quantidades (desenvolvimento implícito do conceito de função), Thompson observa:

Chamaremos a razão dy/dx de “coeficiente diferencial de y com respeito a x ”. Este é o nome cientificamente solene para essa coisa simples que acabamos de conhecer. Mas não nos assustemos com esses nomes solenes quando, na verdade, as coisas são tão simples.

Na álgebra comum que você aprendeu na escola, o objetivo era sempre procurar algumas quantidades desconhecidas, chamadas de x ou y ; ou, às vezes, havia duas quantidades desconhecidas que devíamos procurar simultaneamente. Agora você deverá aprender a procurar uma nova incógnita; a busca não será nem por x nem por y . Em vez disso, você terá de procurar este curioso valor: dy/dx . O processo de encontrar esse valor é chamado de *diferenciação*. Mas lembre-se de que o objetivo é encontrar essa razão quando x e y forem infinitamente pequenos. (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 49, tradução nossa)

O processo utilizado por Thompson para achar a derivada das funções elementares se realiza por comparação de acréscimos. O autor supõe uma variação na variável x e mostra que tal variação gera também uma variação na variável y . Assim, expõe ao leitor que a diferenciação da função $y = x^2$, por exemplo, é feita de modo simples:

Façamos x crescer, tornando-se $x + dx$; similarmente, y também crescerá – tornando-se $y + dy$. Então, claramente, ainda será verdadeiro escrever a seguinte igualdade: $y + dy = (x + dx)^2$

Desenvolvendo a igualdade acima, teremos: $y + dy = x^2 + 2x dx + (dx)^2$

O que significa $(dx)^2$? Lembrando que dx significa uma pequena parte de x , então $(dx)^2$ significa uma pequena parte da pequena parte. E, como vimos no capítulo anterior, essa é uma pequena quantidade de segunda ordem. Pode ser, portanto, descartada – negligenciada – em comparação aos demais termos. Com isso, temos: $y + dy = x^2 + 2x dx$

Como $y = x^2$, subtraímos da equação acima os termos y e x^2 :

$$dy = 2x dx$$

E então temos que $\frac{dy}{dx} = 2x$

Era exatamente isso o que estávamos procurando. Nesse caso, a razão entre o crescimento de y e o crescimento de x é igual a $2x$

(THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 51-52, tradução nossa, grifo nosso).

Desse ponto em diante, Thompson passa a abordar todos os conceitos fundamentais de um curso básico de Cálculo: **Derivadas, Máximos e Mínimos, Integrais, Cálculo de Áreas, Antiderivada, etc.** A análise integral pode ser encontrada em nossa dissertação de mestrado, para a qual remetemos os leitores interessados⁹.

Críticas ao *Calculus Made Easy*

Não é difícil falar sobre as críticas feitas ao livro de Thompson, e isso por razões claras. Primeiro porque, comparativamente com os livros da mesma época, o *Calculus Made Easy* não teve o mesmo sucesso como livro-texto para o ensino de Cálculo (pelo menos não na época em que foi publicado). Foi reeditado inúmeras vezes, atraiu a atenção de milhares de estudantes, contudo, nunca foi reconhecido seriamente como livro de Cálculo (e ainda hoje é difícil encontrar *reviews*, artigos ou citações acerca do livro de Thompson). Segundo, porque Silvanus Thompson foi bem mais respeitado pelos seus trabalhos na área da física e da história da ciência do que na matemática. Com isso, seu nome nunca esteve associado à elite do desenvolvimento matemático e seu livro não foi visto senão como “intruso” no assunto.

Para comprovar esses argumentos, pode ser necessário recorrer primeiramente às próprias palavras bem-humoradas de Silvanus Thompson no epílogo de seu livro, que pareciam já lhe prever o futuro:

Podemos assumir certamente que, quando este livro *Calculus Made Easy* cair nas mãos dos matemáticos profissionais, eles dirão em uníssono (se não forem muito preguiçosos) que o livro é péssimo, pois comete erros repugnantes e deploráveis. Isso, de fato, pode ser verdade do ponto de vista deles (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 279).

Thompson estava ciente de que seu livro não seria bem aceito pelos matemáticos. Evidentemente, a julgar pelo estilo intuitivo e informal apresentado no *Calculus Made Easy*, o que remete o debate ainda hoje às intermináveis

⁹ MIRANDA, G. A. **Silvanus Phillips Thompson e a Desmistificação do Cálculo: resgatando uma história esquecida.** Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2004.

discussões sobre intuição e rigor nas aulas de matemática, essa conclusão era óbvia, dado que, como mencionado anteriormente, o ensino de matemática passava nesse período por alguns questionamentos e reformas.

De fato, foi o que aconteceu, mas pouco registro existe a respeito das críticas feitas ao livro de Thompson. As únicas menções ao *Calculus Made Easy* estão registradas nos arquivos do IEE, nos quais se lê:

Os dois textos didáticos de Thompson, *Elementary Lessons in Electricity and Magnetism* e *Calculus Made Easy*, foram usados por muitos anos depois de sua morte. **O segundo livro, publicado anonimamente, foi criticado pelos matemáticos por tratar do assunto de maneira muito fácil** (IEE, 2004, tradução nossa, grifo nosso).

Tudo leva a crer que o *Calculus Made Easy* foi vítima de uma das principais formas de crítica da história: a desconsideração pedante, o silêncio. Isso, no entanto, ocorreu apenas durante determinado tempo. Com o decorrer do século XX, mais especificamente no período posterior à II Guerra Mundial, algum reconhecimento foi creditado ao livro, como veremos a seguir.

Reconhecimento

Apesar das críticas e da indiferença de alguns, é oportuno destacar o reconhecimento que o livro de Silvanus Thompson ganhou de pesquisadores posteriores interessados no ensino de Cálculo. O ponto central foi perceber que o *Calculus Made Easy* havia sido escrito com propósitos diferentes, ainda que – de modo geral – tivesse como público-alvo apenas os iniciantes do Cálculo.

Esse parece ter sido o caso de Martin Gardner, que traçou uma comparação entre o livro de Silvanus Thompson e os demais livros destinados ao público iniciante:

Muitos esforços similares [aos de Thompson] foram feitos, tais como os livros: *Calculus for the Practical Man*, *The ABC of Calculus*, *What is Calculus About?*, *Calculus the Easy Way*, e *Simplified Calculus*. Eles são ou muito elementares, ou muito avançados. Thompson assume um feliz meio-termo. É verdade que seu livro está fora de uso, é

intuitivo e tradicionalmente orientado. **Porém, nenhum autor jamais escreveu sobre o Cálculo com tanta clareza e humor** (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 5-6, tradução nossa, grifo nosso).

Analisando o livro de Thompson, Gardner destaca:

Curiosamente, a primeira edição do livro de Silvanus Thompson, com sua notável simplicidade e clareza, é de certo modo conforme ao tipo de livro introdutório recomendado hoje em dia pelos professores que querem enfatizar as ideias básicas do Cálculo, **dando enfoque secundário às tediosas técnicas de resolução de problemas – que hoje podem ser resolvidos rapidamente por computadores** (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 6, tradução nossa, grifo nosso).

Esses excertos parecem comprovar que Thompson tinha objetivos específicos, não compreendidos em sua época. Visava ao público iniciante, objetivava criar um curso de Cálculo acerca da “filosofia” dos conceitos elementares. E, em meio às críticas, conquistou esse objetivo. Foi, de certa forma, reconhecido por isso [vale lembrar aqui que muitos eminentes matemáticos e cientistas do século XX reconheceram ter aprendido Cálculo com o livro *Calculus Made Easy*. Esse foi o caso do matemático Morris Kline¹⁰ e do economista e estatístico Julian Simon¹¹ (THOMPSON; GARDNER, 1998, p. 7, tradução nossa)]. Contudo, esse reconhecimento somente foi possível mercê do período de dificuldades no ensino de Cálculo, dificuldades essas que levaram alguns matemáticos e pesquisadores a analisar mais detidamente o livro de Thompson, como foi o caso do notável matemático Hugh A. Thurston.

Profundo conhecedor do trabalho de Silvanus Thompson, em “Tangents and Differentials”, artigo publicado no *The American Mathematical Monthly*, vol. 71, n° 6 (junho – julho, 1964), Thurston discutia a inadequação do conceito

¹⁰ Morris Kline foi professor de matemática e crítico de como a disciplina era ensinada. Professor da *University of New York*, foi autor e editor de vários livros, entre eles: *Mathematics in Western Culture* (1953), *Mathematics: the loss of certainty* (1980) e *Mathematics and the search for knowledge* (1985) (*The New York Times*, 10/06/1992).

¹¹ Julian L. Simon (1932 – 1998) foi professor de economia na *University of Maryland* (Wikipedia, 04/10/2004).

de *diferencial* e fazia reparos à definição elementar de *reta tangente*. O trabalho se desenvolvia no sentido de estabelecer, de forma rigorosa, algumas bases para tratar os *diferenciais* adequadamente, tanto mais que Silvanus Thompson os utilizava amiúde em seu curso de Cálculo. Esclarecia Thurston – mencionando Thompson – que seu artigo pretendia tornar mais rigoroso o tratamento dos *diferenciais* do livro *Calculus Made Easy* (THURSTON, 1964, p. 662).

Vê-se que a proposta de Thompson para o ensino de Cálculo chamou a atenção de alguns matemáticos do século XX. Vê-se, ademais, que o livro, apesar de silenciado em sua época, serviu mais tarde de referência a alguns nomes importantes da matemática e do ensino de matemática. Não se pode deixar de mencionar, também, que o *Calculus Made Easy* tocou em pontos delicados, ainda não resolvidos, como, por exemplo, o nível de formação matemática de engenheiros e, mais diretamente, as interfaces (e/ou conflitos) entre intuição e rigor nas aulas de matemática. Tais questões, atuais em vários sentidos, fazem justiça ao reconhecimento que alguns pesquisadores deram ao livro de Thompson nas últimas décadas, o que – sem dúvida – contribui com a história do ensino de Cálculo.

Outros fermentos à história

Além das influências tecnológicas e sociais que aparecem com nitidez na maioria dos textos de Thompson, chama a atenção em sua obra o engajamento religioso e o possível vínculo entre essas convicções e sua prática científica e educacional. Na verdade, esse tipo de análise converge com pesquisas recentes que mostram a importância de entender como a prática científica, e muitas vezes a educacional, está sujeita a influências religiosas, a exemplo de *Einstein e a Religião* (2000), de Max Jammer, ou *Can a Darwinian be a Christian?* (2004), de Michael Ruse. Naturalmente, as relações entre educação e religião, sobretudo nas escolas confessionais do Brasil, já foram investigadas à exaustão, vendo-se ainda, de tempos em tempos, uma sensível influência de questões religiosas nos currículos, particularmente, a tentativa de adaptar religião – a cristã, em nosso caso – às ciências naturais.

No entanto, a análise nem sempre é fácil de levar a cabo.

É o grupo em que se enquadra Thompson. Como mencionamos no início deste artigo, Thompson era *quaker* convicto, além de membro de certa ordem – *knight templar* – quiçá referência simbólica à Ordem dos Templários. Martin Gardner (1998, p. 6), no entanto, é claro ao dizer, logo no prefácio da reedição do *Calculus Made Easy*, que Thompson era um homem religioso bastante ativo e que suas atividades religiosas foram responsáveis até pela publicação de dois livros: *The quest for truth* (1915) e *A not impossible religion* (1918).

Em que medida esses elementos influenciaram o fazer científico e educacional de Thompson? Mais especificamente: em que medida o estilo (o modelo) utilizado no *Calculus Made Easy* (1910) foi influenciado por essas convicções religiosas?

Longe de esboçar uma conclusão geral para essas questões (também gerais), é preciso dizer que não há como abordar o assunto sem recorrer a um estudo sistemático do grupo religioso a que Thompson pertencia, o que ultrapassa o escopo deste texto. Isso implicaria, pelo menos, duas questões iniciais, que não vamos aprofundar: quem eram os quakers ingleses do fim do século XIX e início do XX? E em que acreditavam?

Mesmo sem condições de traçar relações mais ousadas neste momento – o que obrigaria a embasar mais rigidamente nossas assertivas sobre o grupo religioso em pauta –, o fato curioso à primeira vista é que os quakers, em geral, parecem ter sempre preferido a “desmistificação / desritualização” dos dogmas e credos, tão comuns em outros grupos religiosos cristãos, como se pode constatar num dos principais sites oficiais dos quakers ingleses, segundo o qual “os quakers não têm nenhum conjunto de regras ou dogmas em que se precise acreditar. Os quakers são muito diferentes de qualquer outro grupo cristão, sem os habituais sacerdotes ou credos” (<http://www.quaker.org.uk>¹²).

Seria possível estabelecer algumas relações entre esse modo de pensar dos quakers e o estilo informal, desmistificador, adotado por Thompson? Seria esse estilo característico também de outros textos, científicos ou educacionais, de Thompson?

¹² Acessado em 06/04/2006.

Ao que tudo indica, a resposta a essa última pergunta é afirmativa apenas para a produção didática, o que inclui o *Calculus Made Easy*. Em sua produção científica, entretanto, nas áreas da radiologia e da engenharia, esse estilo informal de escrever não se faz presente. Nesses casos, Thompson limita-se a comunicar objetivamente suas pesquisas. Não há nesses textos, por motivos aparentemente óbvios, grande semelhança com o estilo dos textos didáticos destinados aos estudantes ingleses. De todo modo, essas são questões que mereceriam estudo mais aprofundado.

Considerações Finais

O período compreendido entre o final do século XIX e início do XX foi marcado por grandes preocupações e questionamentos sobre o ensino de matemática, e grande parte dos livros de Cálculo utilizados naquela época seguiu o modelo formal e rigoroso característico do século XIX¹³. Thompson, apesar de contemporâneo do período de fundamentação do Cálculo, distinguiu-se dos outros autores do período exatamente por propor um estilo diferente de iniciação ao Cálculo. O livro de Thompson não visava ao rigor matemático, senão, antes de tudo, à formação de seus alunos, estudantes ingleses de engenharia que, com a crescente industrialização da Europa, demandavam treinamento em “princípios científicos”. Procuramos mostrar que essa preocupação, aliada a influências políticas, sociais e tecnológicas da época, foi crucial para o questionamento didático que Thompson levou a termo em seu livro. Assim, reproduzimos alguns trechos dessa proposta, procurando elucidar os objetivos, os motivos e os resultados colhidos ao longo do século XX, com várias reedições do *Calculus Made Easy*.

É forçoso admitir que algumas perguntas ficaram sem resposta direta, como, por exemplo: por que um eminente cientista da *Royal Society* escolheu publicar um livro de matemática anonimamente? A falta de resposta, entretanto, não impediu analisar os diversos ângulos da proposta, atentando, sobretudo, para o estilo de que se serve o autor.

¹³ Recomendamos, uma vez mais, a tese de Frederico da Silva Reis “*A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*”. Tese de doutorado, FE-Unicamp, 2001.

Resta dizer que esperamos que as respostas aqui sugeridas, a despeito das reflexões que não foi possível desenvolver totalmente, contribuam para compreender melhor a história do ensino de Cálculo no início do século XX, história de que Silvanus Thompson e o *Calculus Made Easy* são parte relevante.

Referências

BRAITHWAITE, W. C. **The Second Period of Quakerism**. Disponível em: <www.quaker.org.uk>. Acesso em 6 Abr. 2006.

IEE (*INSTITUTE OF ELECTRICAL ENGINEERS*). **Silvanus Phillips Thompson- Manuscripts and Papers from the Thompson Library**. Disponível em: <www.iee.org>. Acesso em 01 out. 2004 (coleção organizada pelo próprio IEE. A partir de 2006, o IEE passou a ser IET – *Institute of Engineering and Technology*).

JAMMER, M. **Einstein e a Religião**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2000.

KLINE, M. **Mathematics in Western Culture**. London: Penguin, 1972 (livro publicado inicialmente em 1953).

KLINE, M. **Mathematics: the loss of certainty**. New York: Oxford University Press, 1980.

KLINE, M. **Mathematics and the search for knowledge**. New York: Oxford University Press, 1985.

MIRANDA, G. A. **Silvanus Phillips Thompson e a desmistificação do Cálculo: resgatando uma história esquecida**. Ano de depósito: 2004. 132 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC, São Paulo, 2004.

REIS, F. da S. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. Ano de depósito: 2001. 302 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Unicamp, 2001.

RUSE, M. **Can a Darwinian be a Christian? The relationship between Science and Religion**. USA: Cambridge, 2004.

THOMPSON, S. P. **The Life of Lord Kelvin**. USA: Chelsea Publ. Co., 1976. (publicado originalmente em 1910).

THOMPSON, S. P. **The quest for truth**. London: Headley Brothers, 1915.

THOMPSON, S. P. **A not impossible religion**. London: John Lane, The Bodley Head, 1918.

THOMPSON, S. P.; GARDNER, M. **Calculus Made Easy**. New York: St. Martin's Press, 1998. (publicado em 1910, como F.R.S. – *Fellow of the Royal Society*).

THURSTON, H. A. Tangents and Differentials. **The American Mathematical Monthly**, Washington, DC, v. 71, n. 6, p. 660-664, 1964.

VERMES, G. **The Authentic Gospel of Jesus**. Disponível em: <www.quaker.org.uk>. Acesso em 6 Abr. 2006.

Aprovado em julho de 2009
Submetido em abril de 2009