



Calculadoras, Computadores e Internet em Educação Matemática: dezoito anos de pesquisa

Calculators, Computers and Internet in Mathematics Education: eighteen years of research

Marcus Vinicius Maltempi*

Sueli Liberatti Javaroni**

Marcelo de Carvalho Borba***

Resumo

Apresentamos o GPIMEM, grupo que desde 1993 tem desenvolvido pesquisas em Educação Matemática que possuam relação com a informática e outras mídias, na busca de compreender como o conhecimento matemático pode ser produzido com esses recursos tecnológicos, seja na educação presencial ou à distância. Nesse sentido, membros do grupo vêm dialogando com diferentes áreas do conhecimento, tais como educação, filosofia, história, psicologia, antropologia, sociologia, artes e tecnologia, entre outras, de forma a subsidiar suas pesquisas e embasá-las nessas áreas. As pesquisas desenvolvidas tratam de temas relevantes à Educação Matemática, abordando aspectos epistemológicos e metodológicos do ensino e aprendizagem, da modelagem matemática e da formação de professores, sempre inseridas numa perspectiva qualitativa de pesquisa. Iniciamos com a apresentação histórica do grupo, evidenciando sua dinâmica e

* Doutor em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professor do Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Av. 24A, 1515. Bela Vista, CEP: 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. *E-mail*: maltempi@rc.unesp.br.

** Doutora em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Bauru, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01. Vargem Limpa, CEP: 17033-360, Bauru, SP, Brasil. *E-mail*: suelilj@fc.unesp.br.

*** Doutor em Educação Matemática, Cornell University, EUA. Professor do Departamento de Matemática Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Av. 24A, 1515. Bela Vista, CEP: 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. *E-mail*: mborba@rc.unesp.br.

organização de trabalho, seguida de reflexões sobre a metodologia qualitativa de pesquisa e da descrição das pesquisas realizadas nos últimos cinco anos. Por fim, trazemos uma síntese das teorias elaboradas pelo grupo e das perspectivas almejadas para o futuro.

Palavras-chave: Tecnologias da Informação e Comunicação. Pesquisa Qualitativa. Grupo de Pesquisa. Ensino de Matemática. Educação a Distância.

Abstract

In this paper, we present GPIMEM, a group that has been developing research in Mathematics Education related to computers and other media since 1993 to understand how mathematical knowledge can be produced with these technological resources, in face-to-face as well as online distance education. Members of the group dialogue with different fields of knowledge such as philosophy, history, psychology, anthropology, sociology, arts and technology, among others, to inform their research. The research addresses various topics relevant to Mathematics Education, including methodological and epistemological aspects of teaching and learning, of mathematical modeling and teacher education, always within a qualitative research perspective. We begin with the historical presentation of the group, revealing its dynamics and organization of work, followed by reflections on qualitative research methodology and description of research conducted over the past five years. Finally, we present a synthesis of the theories developed by the group and expectations for the future.

Keywords: Information and Communication Technologies. Qualitative Research. Research Group. Mathematics Education. Online Distance Education.

1 Introdução

Os computadores substituirão os professores! Calculadoras são prejudiciais aos alunos de Matemática! Com a Internet, as escolas estão fadadas a desaparecer! A educação a distância democratiza o acesso ao conhecimento! Frases como estas revelam as ideias que muitas pessoas têm acerca do impacto das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na educação, utilizadas tanto para defender quanto para criticar o emprego desses

recursos na educação formal. O GPIMEM¹ – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (www.rc.unesp.br/gpimem) – há anos busca produzir conhecimentos a respeito da inserção das TIC na educação matemática, analisando criticamente a potencialidade das tecnologias disponíveis para a prática e formação do professor de matemática e de seus alunos. Nesse sentido, as pesquisas produzidas pelo grupo tratam de questões que vão desde a Educação Básica até o Ensino Superior.

Este artigo tem por objetivo apresentar esse grupo, evidenciando as pesquisas, as dinâmicas de trabalho e as elaborações teóricas desenvolvidas. Iniciamos apresentando um breve histórico, enfatizando questionamentos básicos que sustentam as pesquisas desenvolvidas e aspectos relacionados à organização e procedimentos adotados pelo grupo. Dando continuidade, explicitamos o modo como estas pesquisas, pautadas na metodologia qualitativa, são desenvolvidas. Posteriormente, abordamos as temáticas investigadas e a teorização realizada sobre as mesmas até o momento. Por fim, expomos as tendências de pesquisas a serem desenvolvidas pelo grupo nos próximos anos.

2 Histórico do GPIMEM

O GPIMEM foi fundado em 1993 pelos professores Marcelo Borba e Miriam Penteado e pela aluna Telma Gracias, vinculado ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da UNESP de Rio Claro/SP, local onde se encontra o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) mais antigo da América do Sul, criado em 1984. O grupo, coordenado pelo professor Marcelo Borba e formado por professores, alunos e ex-alunos da PPGEM, além de alunos de graduação envolvidos em projetos de iniciação

¹ Embora o título deste artigo se refira a 18 anos, este texto foi escrito no 1º semestre de 2010, quando o grupo completou 17 anos. Membros e ex-membros do GPIMEM (2005-2010): Marcelo de Carvalho Borba, Marcus Vinicius Maltempi, Sueli Liberatti Javaroni, Adriana Richit, Ana Paula dos Santos Malheiros, Antonio Olímpio Júnior, Barbara Peres Barbosa, Claudinei de Camargo Sant'Ana, Cindiane Módulo Pico, Cláudio Woerle Lima, Daise Lago Pereira Souto, Débora da Silva Soares, Fabiano Alves Calixto, Francisco Carlos Benedetti, Geraldo Lima Sobrinho, Helen de Cássia Costa, Ivelize Rocha Bernardo, Jhony Alexander Villa Ochoa, João Luís Antoniazzi Azevedo, Jussara de Loyola Araújo, Leandro do Nascimento Diniz, Leandro Lupori, Lucas Carato Mazzi, Luís Henrique Rossi, Maria Helena Garcia Barbosa Hermínio, Maurício Rosa, Mônica Ester Villarreal, Nilton Silveira Domingues, Norma Suely Gomes Alevatto, Paula Taliari Martines, Regina Helena de Oliveira Lino Franchi, Orlando de Andrade Figueiredo, Rafael Martin Gonçalves, Rejane Waiandt Schuwartz Faria, Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva, Rodrigo Dalla Vecchia, Rúbia Barcelos Amaral Zulatto, Sandra Malta Barbosa, Silvana Cláudia dos Santos, Silvia Aimi, Silvia Regina Viel Rodrigues, Simone Aparecida Silva Gouvêa, Simone Lirio, Telma Aparecida de Souza Gracias, Vívica Juliane Arruda Campos e Wellington Chaves.

científica (IC) e de um técnico de laboratório, investiga as diversas questões ligadas às tecnologias na Educação Matemática, ancorado na perspectiva teórica de que a inserção das TIC na educação traz mudanças significativas na produção matemática.

Dessa forma, membros do GPIMEM têm se dedicado a realizar pesquisas que buscam responder questões que podem ser sintetizadas, como: qual o papel das TIC na produção do conhecimento matemático? Como as TIC podem ser utilizadas na Educação Matemática e qual o papel do professor e do aluno neste processo? Nesse sentido, enfatizamos que toda inserção de tecnologia no ambiente de ensino e aprendizagem requer um repensar da prática docente, pois a tecnologia não é neutra e transforma a relação ensino-aprendizagem. As pesquisas desenvolvidas no grupo corroboram a ideia de que a tecnologia não é boa nem má, mas depende da relação que estabelecemos com ela, do uso que fazemos dela.

As tecnologias foram sendo incorporadas às pesquisas realizadas no GPIMEM à medida que se tornavam relevantes na sociedade e, portanto, acessíveis. Calculadoras gráficas, sensores CBL e CBR², computadores e *software*, Internet e lousa digital são as tecnologias já utilizadas. Diversos tipos de *software* tomaram parte em estudos do GPIMEM, não como objeto principal, dada a efemeridade característica dos *software*, mas com diferentes graus de importância e contextos. Por exemplo, para trabalhar conteúdos específicos foram utilizados *software* gráficos, algébricos e de geometria; para produção de conteúdos, editores de texto, de páginas Web, de jogos eletrônicos, de vídeo, de imagem e de multimídia; para coleta e transcrição de dados de pesquisa, *software* de captura da interação com o usuário (os quais registram, de forma concomitante, a ação do usuário no computador, sua imagem e som) e aplicativos voltados para a Educação a Distância, tais como videoconferência, *chat*, fórum e correio eletrônico.

Deste modo, o grupo desenvolve diversas pesquisas com diferentes tipos de *software*, calculadoras gráficas, sensores e Internet, e suas diferentes interfaces, aplicadas em ambientes educacionais. Tais pesquisas buscam relacionar as TIC com a Modelagem Matemática e com a formação de professores que ensinam Matemática, além de investigar as possibilidades da Educação a Distância *online* (EaD *online*) para a Educação Matemática,

² Interfaces que podem se acoplar a calculadoras gráficas permitindo que dados reais de distância a um objeto, temperatura e luminosidade, dentre outros, sejam importados em tempo real e tratados graficamente pela calculadora.

considerando as políticas públicas vigentes, que abordam o uso de tais tecnologias na educação no âmbito federal e de alguns estados.

Nesse sentido, o GPIMEM vem realizando produção científica relevante à Educação, principalmente à Educação Matemática, divulgada em diversos eventos, livros e periódicos científicos. Os trabalhos publicados por professores membros do grupo nos dois livros concebidos e já publicados pelo PPGEM (BICUDO, 1999; BICUDO; BORBA, 2004) evidenciam esse fator. No primeiro livro, Borba argumenta que o que conhecemos e o modo pelo qual conhecemos estão intrinsecamente ligados às mídias disponíveis, no caso, calculadoras gráficas e computadores; enquanto Penteadó, membro do grupo no período de 1993 a 2003, discute o movimento que o uso dos computadores provoca nas dinâmicas da sala de aula de matemática, alterando a relação entre os alunos e entre o professor e os alunos. No segundo livro publicado pelo PPGEM, Borba dá continuidade à visão teórica abordada no primeiro livro, porém tendo por objeto de análise a Internet e as potencialidades oferecidas por ela à Educação Matemática *online*. Por outro lado, Maltempi, membro do GPIMEM desde 2003, busca uma associação entre a teoria construcionista de Seymour Papert, a qual enfatiza o uso das tecnologias na educação, e a Educação Matemática. Agora, para essa nova iniciativa do PPGEM, o grupo conta com a participação da professora Javaroni³, que pesquisa acerca da abordagem qualitativa nos processos de ensino e de aprendizagem de equações diferenciais com o uso de tecnologias informáticas.

O trabalho do grupo baseia-se na elaboração e desenvolvimento de projetos de pesquisa que viabilizam trabalhos de IC, mestrado e doutorado e são fundamentais para a obtenção de recursos financeiros. Com relação a este último aspecto, ressaltamos quatro projetos que foram marcantes para o grupo em termos de infra-estrutura.

Os dois primeiros aconteceram quase concomitantemente. Um auxílio à pesquisa, obtido junto ao CNPq⁴, financiou mais de 10 computadores *laptop* para o desenvolvimento de pesquisa na UNESP, e nas escolas, sobre informática educativa. O GPIMEM não tinha espaço físico para esses computadores móveis e outros equipamentos obtidos entre 1993-1995. Este impasse foi superado com aprovação de projeto submetido ao edital INFRA I da FAPESP⁵, que possibilitou a construção de um laboratório de pesquisa e a ampliação significativa de um

³ Membro do GPIMEM desde 2003, sendo que em 2010 ingressou como docente na PPGEM.

⁴ Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. <http://www.cnpq.br/>

⁵ Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. <http://www.fapesp.br/>

anfiteatro para uso comum do Departamento de Matemática. O grupo passou, então, a ter um laboratório, o LIEM (Laboratório de Informática e Educação Matemática), com computadores e calculadoras gráficas.

Para ocupar esse espaço, os docentes do grupo à época submeteram e foram contemplados, em 1997, com o *Projeto de Informática na Educação* (PIE), financiado pela IBM. Até então, as pesquisas do grupo se restringiam àquelas envolvendo calculadoras gráficas e *laptops*. Com a aprovação e desenvolvimento deste projeto, obtiveram-se condições privilegiadas como a constituição de um dos primeiros laboratórios completos do *campus* da Bela Vista da UNESP de Rio Claro, o que permitiu novos horizontes de pesquisa e um trabalho de extensão universitária de alfabetização informática, compreendendo centenas de professores, funcionários de escolas públicas, pais e alunos da UNESP.

O quarto projeto a destacar, *Tecnologias da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada - Aprendizagem Eletrônica (TIDIA-Ae)*, foi desenvolvido no período de 2005 a 2009, financiado pela FAPESP. Seu objetivo era promover a geração de conhecimentos, a formação de recursos humanos e a produção científica, tecnológica e de produtos na área da Tecnologia da Informação aplicada à Educação, explorando as características da Internet Avançada. Para tanto, dezenas de laboratórios de universidades paulistas foram envolvidos, a maioria da área de computação, e uma cultura de desenvolvimento de *software* foi iniciada no GPIMEM. O desenvolvimento desse projeto propiciou recursos para uma completa atualização, tanto de máquinas quanto de *design*, do LIEM. Além dos recursos financeiros, atraiu para o grupo o professor Orlando de Andrade Figueiredo do IGCE-UNESP de Rio Claro.

Além desses projetos, há outros, liderados por docentes e pós-graduandos, que geraram importantes pesquisas, teses e dissertações. Ao longo desses dezoito anos, vários projetos foram desenvolvidos sem financiamentos, e muitos outros foram financiados pelo CNPq, FAPESP, FUNDUNESP⁶ e SSHRC⁷.

Um aspecto relevante de várias pesquisas realizadas no GPIMEM vincula-se à oferta de cursos de extensão universitária, realizados nas modalidades à distância, semipresencial ou presencial, que possibilitam a coleta de dados para os vários estudos, ao mesmo tempo em que favorecem a interação

⁶ FUNDUNESP – Fundação para o desenvolvimento da UNESP, <http://www.fundunesp.unesp.br/>.

⁷ SSHRC – *Social Science and Humanities Research Centre*, fundação de fomento a pesquisas do Canadá.

de membros do grupo com pessoas interessadas no que produzimos. Nestes cursos, que muitas vezes são liderados por pós-graduandos, é possível analisar com cuidado novas propostas pedagógicas, que, em geral, no caso do grupo, envolvem as TIC. Outro aspecto, relacionado às pesquisas voltadas à modelagem matemática, refere-se à disciplina Matemática Aplicada, oferecida aos alunos do Curso de Ciências Biológicas da UNESP de Rio Claro. Essa disciplina é palco, desde 1993, do uso de tecnologia e de pedagogias associadas a ela.

Uma dinâmica importante, desenvolvida e praticada desde os primórdios do grupo, são as reuniões semanais do GPIMEM. Tais reuniões são efetivadas pelos professores e seus orientandos de mestrado e doutorado, além da participação de pesquisadores associados ao grupo por projetos outros, como, por exemplo, de pós-doutorado. Nestas reuniões acontece a discussão de textos produzidos pelos participantes (artigos, capítulos de livros, projetos, capítulos das teses e dissertações que estão sendo desenvolvidas), realização e discussão de atividades-piloto voltadas para a coleta de dados, discussão de textos e vídeos, relatos de participação em conferências, realização de atividades matemáticas em *software* específicos, apresentação de conteúdos matemáticos, de tecnologias e de livros lidos.

Anualmente é realizada uma conferência interna, para avaliar as atividades executadas no decorrer do ano e definir metas para o ano seguinte, além de atribuir atividades específicas aos participantes das reuniões semanais. Especificamente, nas conferências de 10 e 15 anos do grupo foram gerados anais multimídias, publicados em CD na coleção GPIMEM Digital, que é um espaço para experimentação e inovações digitais. Essas conferências foram realizadas, respectivamente, em 2003 e 2008, e contaram com a participação de diversos convidados externos ao grupo que ajudaram a refletir sobre os direcionamentos dos trabalhos até então desenvolvidos.

Outra reunião semanal é a que envolve alunos de IC. É liderada pelo coordenador do grupo ou por um pós-graduando, em geral, doutorando, escolhido durante a Conferência Interna. Nessas reuniões são discutidos textos relacionados à Educação Matemática e os projetos individuais de cada acadêmico. O pós-graduando, ao mesmo tempo em que participa da orientação dos alunos em seus projetos de IC, aprende maneiras de orientar os alunos de IC.

Quanto à organização do grupo, há *membros associados* que não participam das reuniões semanais, mas são pesquisadores que possuem vínculos através de projetos planejados e desenvolvidos em conjunto com um dos docentes do GPIMEM. Geralmente, estes membros são ex-orientandos de pós-graduação,

que atuam, em grande parte, em instituições de ensino superior em diversas regiões do Brasil.

A dinâmica do trabalho e a forma de organização do grupo, descritas acima, revelam a maneira como concebemos um grupo de pesquisa. O desenvolvimento de projetos de pesquisa é que vincula as pessoas ao GPIMEM, que busca um intenso trabalho colaborativo e o compromisso mútuo entre seus membros. O GPIMEM, ao mesmo tempo em que produz conhecimento com o desenvolvimento das pesquisas, também contribui na formação de professores, mestres e doutores em Educação Matemática, além de propiciar estágios de pós-doutoramento.

Quando os primeiros doutores se formaram no grupo, houve uma discussão visando à alteração da estrutura do GPIMEM, de modo que os doutores formados pudessem iniciar grupos *filiais* nas universidades onde trabalhariam. Avaliamos que isso poderia burocratizar o grupo e optamos por mantê-lo como descrito nos parágrafos anteriores. Os membros que deixam Rio Claro, ou mantêm uma relação de associado com o grupo, via projeto, ou fundam seu grupo de pesquisa, que eventualmente poderá vir a colaborar com o GPIMEM ou seguir rumo distinto. Assim, há membros que são associados e não participam da vida presencial do grupo e outros que levaram para outros grupos de pesquisa, já existentes ou fundados por esse membro egresso do GPIMEM, práticas e aportes teóricos desenvolvidos junto ao mesmo. Há também uma lista de *e-mail* na qual interessados podem compartilhar ideias com o grupo.

O GPIMEM se constituiu como grupo uma vez que boa parte dos seus membros acredita na necessidade do desenvolvimento de pesquisas realizadas de modo coletivo, como forma de desenvolver compreensões multifacetadas dos fenômenos estudados. Os resultados destas pesquisas compõem o que metaforicamente temos chamado de mosaico de pesquisas. Tal mosaico unifica estudos desenvolvidos individualmente e os transcende no momento em que análises dos mesmos, em grande parte, ocorrem em conjunto.

Ao longo de sua existência o GPIMEM formou 22 mestres e 13 doutores, além de vários alunos de iniciação científica, que por vezes deram continuidade a seus estudos no PPGEM. Dentre os mestres e doutores formados no grupo, vários atuam em universidades públicas e particulares nos estados de São Paulo, Paraná, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, Bahia e um na Argentina. Muitos ainda atuam na rede oficial da Educação Básica.

3 Metodologia de pesquisa

As pesquisas desenvolvidas no GPIMEM são de cunho qualitativo. Nesta abordagem, o estudo pode ser concebido como uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e exclusivamente com princípios, leis e generalizações, mas sim com os elementos que se constituem significativos para o pesquisador. Essa forma de investigação não entende o pesquisador como neutro em relação à pesquisa, pois ele atribui significados, seleciona o que quer investigar e conhecer e, assim, interage com esse mundo e dispõe-se a comunicá-lo (BICUDO, 2005). Mais ainda, esse pesquisador tem uma trajetória que influi na forma como ele se entrega à compreensão do fenômeno.

Portanto, podemos entender pesquisa qualitativa como uma modalidade, uma forma de se fazer pesquisa, na qual o foco encontra-se nas relações que têm significado para o pesquisador. De maneira geral, quando elaboramos ou executamos uma investigação em Educação Matemática, nesse paradigma de pesquisa, buscamos entender as relações que acontecem com os *objetos* de nosso estudo, os quais envolvem pessoas/aprendizes e tecnologias, ancorados em uma perspectiva teórica que sustenta nossa forma de conceber o mundo em que vivemos, com destaque para as formas de conhecer e de ser.

Cabe realçar, como fazem Lincoln e Guba (1985), a necessidade de que haja uma coerência entre os procedimentos de pesquisa utilizados e a visão de produção de conhecimento assumida pelo pesquisador. Ponderamos que essa ideia não explicita uma visão de ser humano, que consideramos importante, pois o epistemológico (forma de conhecer) deve levar em conta o ontológico (forma de ser), para sermos coerentes com uma metodologia na qual os sujeitos de pesquisa têm destaque. Além de racionais, somos afetivos, estéticos, físicos, sociais, políticos etc. Assim, numa pesquisa, a necessidade de coerência entre procedimentos e o epistemológico não é difícil de ser enxergada, mas a produção do conhecimento é determinada pela existência concreta da pessoa (a forma de ser). Portanto, considerando que o epistemológico não pode ser dissociado do ontológico, destacamos essa visão ao nos referirmos à pesquisa qualitativa.

Araújo e Borba (2004) ressaltam a importância da utilização de diferentes procedimentos de coleta dos dados em uma pesquisa qualitativa, caracterizando o que Alves-Mazzotti (2004), dentre outros, denominam triangulação. Segundo os autores, os principais tipos de triangulação que podem ocorrer são de fontes e de métodos, com o objetivo de controlar a subjetividade e promover maior

credibilidade para a pesquisa. Entendemos que a pesquisa é subjetiva, mas, também vemos conhecimento como distinto de uma opinião. Outros autores, sobre os quais a maioria das pesquisas realizadas no GPIMEM se apóia, são Denzin e Lincoln (2000) e Goldenberg (2001).

Com relação às coletas de dados das pesquisas realizadas pelos integrantes do grupo, em geral, têm sido utilizados procedimentos metodológicos tais como a observação participante, a entrevista, a análise documental e o experimento de ensino. A observação pode ser complementada com o diário de registros do investigador participante, a análise documental com os relatórios escritos dos alunos, a entrevista a professores e alunos intervenientes na experiência com os registros de observação e a análise documental de produções escritas dos alunos. Questionários auxiliam as entrevistas semi-estruturadas, e a reflexão retrospectiva sobre o trabalho realizado, apoiada em dados provenientes de entrevistas, auxilia as transcrições de relatos gravados e notas tiradas pelo investigador após as sessões de trabalho.

Os experimentos de ensino têm como foco o pensamento matemático e, em geral, são gravados com filmadoras ou *software*, ou ainda coletados em plataformas de cursos a distância, que geram os dados de várias pesquisas. Esses dados são continuamente analisados, ou seja, desde sua coleta o pesquisador já os influencia com seus pressupostos. Após a fase de coleta, os dados são organizados de forma a possibilitarem sua análise e encaminhamentos que venham a delinear *respostas* à pergunta norteadora da pesquisa. Tal pergunta é parte integrante fundamental de pesquisas qualitativas, que auxiliam no direcionamento dos trabalhos, sintetizando os objetivos da pesquisa.

O cuidado com a metodologia de pesquisa sempre foi uma preocupação no GPIMEM e, com o desenvolvimento de pesquisas no contexto da EaD *online*, questionamentos e teorizações sobre o fazer pesquisa qualitativa em tal modalidade educacional começaram a ser realizados, considerando que toda a teoria relacionada à metodologia de pesquisa qualitativa baseava-se no encontro presencial entre o pesquisador e o objeto de pesquisa. Em Borba, Malheiros e Zulatto (2007) a discussão metodológica se amplia, mostrando como a pesquisa qualitativa se transforma ao ser realizada em ambientes virtuais.

A seguir é apresentada uma síntese das investigações desenvolvidas no GPIMEM, as quais mapeiam e com as quais se delinham as linhas de pesquisas da Educação Matemática atingidas com as demandas de pesquisas na fronteira da Educação Matemática com as TIC.

4 Pesquisas desenvolvidas

Ao longo de sua existência, o GPIMEM tem desenvolvido projetos na linha de pesquisa do PPGEM denominada *Novas Tecnologias e Educação Matemática*. No entanto, pela própria especificidade dessa linha, as pesquisas vão além e buscam interlocutores em linhas de pesquisa como Formação de Professores e Ensino e Aprendizagem da Matemática, visando ao desenvolvimento da Educação Matemática. Sendo assim, nesta seção evidenciaremos projetos realizados no GPIMEM, subdivididos nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Ensino e Aprendizagem, Educação a Distância e Formação de Professores, embora reconheçamos que tais projetos envolvem mais do que um único tema. Restringiremos a apresentação a projetos desenvolvidos nos últimos cinco anos, abordando, para cada um deles, o objetivo, o conteúdo matemático (quando pertinente), e os principais resultados. Por fim, discutiremos o estado atual do tema de pesquisa no grupo.

4.1 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática, considerada como uma estratégia pedagógica de ensino de conteúdos matemáticos, tem sido privilegiada em algumas pesquisas desenvolvidas por membros do GPIMEM. Por vezes, ela surge como um elo entre questões sobre a Formação de Professor e o uso de TIC; em outras, relaciona questões da Educação Matemática Crítica e formação do aluno.

Diniz (2007) investigou como os alunos utilizam as TIC nos projetos de Modelagem Matemática. Diniz apoia-se nos estudos de Lévy (1993) e Borba e Villarreal (2005). A pesquisa foi desenvolvida com alunos da disciplina Matemática Aplicada do curso de Ciências Biológicas da UNESP. Os dados foram coletados por meio da observação de aulas da disciplina e de reuniões com os alunos em horário extra, de entrevistas com os grupos dos Projetos de Modelagem e dos documentos produzidos pelos alunos. A análise de dados apontou que os alunos utilizaram a Internet para realizar parte das suas investigações e para conferir resultados experimentais obtidos pelos estudantes, os quais também utilizaram *software* gráficos para realizar simulações, com o objetivo de elaborar previsões acerca dos modelos que estavam explorando.

Hermínio (2009) pesquisou acerca das dimensões envolvidas no processo de escolha dos temas dos projetos de Modelagem Matemática, quando os alunos são os responsáveis por essa tomada de decisão. A pergunta que norteou seu trabalho foi: *Quais são as dimensões envolvidas no processo de escolha*

dos temas dos Projetos de Modelagem pelos alunos? O estudo foi desenvolvido com alunos do primeiro ano do Curso de Ciências Biológicas da UNESP de Rio Claro, na disciplina Matemática Aplicada. Os procedimentos de pesquisa adotados pela autora permitiram-na levantar, principalmente a partir da fala dos alunos, dimensões que apontam o motivo desta escolha. As dimensões são: *pessoal*; *sócio-crítica*; *palavra do professor* e *matemática*. Tais dimensões não são auto-excludentes e nem únicas, sendo possível que temas diferentes se encaixem em algumas das dimensões já levantadas ou que novas dimensões sejam criadas. A autora se apoiou fortemente no trabalho de John Dewey para discutir as noções de escolha e interesse.

Fruto de um projeto de pesquisa financiado pelo CNPq e FAPESP, membros do GPIMEM criaram o Centro Virtual de Modelagem (CVM) com o intuito de servir de apoio para os que empregam a Modelagem como estratégia pedagógica na sala de aula. Cursos, bate-papos virtuais, biblioteca digital e a criação da *MMpedia*⁸ são ações de ensino e de extensão entrelaçadas com atividades de pesquisa que visam compreender a forma como membros das comunidades virtuais se apoiam mutuamente ao desenvolver projetos de modelagem que lidam com problemas abertos.

Modelagem Matemática continua sendo um tema de interesse do grupo. Atualmente, há uma pesquisa de doutorado que busca entendê-la em ambientes virtuais proporcionados pelas TIC, assumindo que, em geral, a modelagem refere-se a um problema da realidade, e esta *transformou-se* nos últimos tempos, com diversas adjetivações: realidade mundana, realidade virtual, realidade física, realidade aumentada etc.

4.2 Ensino e aprendizagem

A forma como conteúdos de matemática podem ser abordados com tecnologias e a maneira como estas condicionam a produção do conhecimento matemático foram temas de várias teses e dissertações no GPIMEM.

Scucuglia (2006) pesquisou como estudantes-com-calculadoras-gráficas investigam o Teorema Fundamental do Cálculo. O autor realizou experimentos de ensino com duplas de estudantes do primeiro ano da graduação em Matemática da UNESP de Rio Claro. A análise dos dados coletados revelou que a utilização da calculadora gráfica em atividades exploratórias, acerca de conceitos do Teorema Fundamental do Cálculo, condicionou o pensamento das estudantes na investigação dos conceitos de Soma de Riemann e Integração, e propiciou o

⁸ Esta expressão busca inspiração na *Wikipedia*. Seria a enciclopédia virtual de Modelagem Matemática.

envolvimento gradativo das estudantes em discussões matemáticas com argumentos que visavam uma dedução. As duplas de estudantes-com- calculadoras-gráficas-lápis-e-papel estabeleceram conjecturas acerca do Teorema Fundamental do Cálculo.

As compreensões produzidas por alunos, ingressantes no Curso de Matemática da UNESP de Rio Claro, sobre os conceitos de função, limite, continuidade e derivada, quando a oralidade, a escrita e um *software* algébrico são integrados, foram o foco do trabalho de Olímpio Jr. (2006). O autor realizou uma pesquisa interpretativa, utilizando experimentos de ensino e questionários. Os dados para a análise inicial constituíram-se de respostas individuais, escritas em linguagem natural, e de *videotapes* das interações entre duplas de participantes desenvolvendo atividades mediadas pelo *software* Maple⁹. Foram identificados conflitos acerca dos conceitos de derivabilidade, a definição de derivada e do conceito de limite e a comparação entre os gráficos de uma função e de sua derivada. O autor conjectura que os conflitos emergentes poderiam ter suas raízes numa limitada compreensão do conceito de função. A pesquisa também sugere maior e mais intensiva exploração da natureza dinâmica do Cálculo Diferencial.

Javaroni (2007) investigou possibilidades de ensino de conceitos introdutórios de equações diferenciais ordinárias por meio do estudo qualitativo de modelos matemáticos, auxiliado por *software* algébrico e geométrico e planilha eletrônica. Realizou-se um curso de extensão intitulado *Modelagem e Métodos Computacionais em Equações Diferenciais Ordinárias*, no qual alunos de Matemática foram levados a investigar os modelos de objeto em queda, de crescimento populacional de Malthus, de crescimento populacional de Verhulst e da lei de resfriamento, utilizando a planilha eletrônica Excel e os *software* Winplot¹⁰ e Maple. Os dados foram coletados via *software* Camtasia¹¹, em cada computador utilizado pelos alunos, no decorrer das aulas deste curso. Apoiada em Borba e Villarreal (2005), Arcavi (2003) e Machado (1995), a autora analisou o processo de visualização em atividades investigativas auxiliadas pelas mídias informáticas, as abordagens algébrica e geométrica com as mídias informáticas e o conhecimento como rede de significados. A interação entre os alunos e as mídias utilizadas, em particular os *software* utilizados, proporcionou novas possibilidades para a abordagem qualitativa dos modelos estudados,

⁹ Sistema de Computação Algébrica. Mais detalhes: <http://www.maplesoft.com/>.

¹⁰ *Software* geométrico disponível em <http://math.exeter.edu/rparris/>.

¹¹ Desenvolvido pela empresa TechSmith, disponível em <http://www.techsmith.com/camtasia.asp>.

levando, assim, a sugerir a necessidade de repensar o ensino das equações diferenciais ordinárias e, com isso, enfatizar o aspecto geométrico de modelos matemáticos além do aspecto algébrico.

Azevedo (2008) desenvolveu um projeto de mestrado com base na seguinte pergunta norteadora: *Como o desenvolvimento de projetos envolvendo a construção civil e o uso das tecnologias informáticas pode contribuir para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos?* Por meio da elaboração de projetos de construção civil, englobando a construção de casas e seus orçamentos, alunos concluintes do ensino médio de uma escola pública de periferia trabalharam diversos conceitos da Geometria, Matemática Financeira, Trigonometria e Álgebra. Para tanto, utilizaram o *software* Arcon¹² para a construção das casas, e a planilha eletrônica Excel para a elaboração do orçamento. Nesse contexto, o autor investigou o potencial pedagógico de projetos de ensino e aprendizagem na exploração e construção de conceitos matemáticos, segundo a abordagem construcionista. Azevedo destaca a visualização proporcionada pelo ambiente criado, a qual foi valorizada pelas ferramentas de rotação, translação, *zoom*, entre outras do *software* Arcon, tendo como resultado a ocorrência de construção de novos conhecimentos matemáticos pelos alunos participantes da investigação.

Barbosa (2009) analisou como o coletivo, formado por alunos-com-mídias, produz o conhecimento acerca de função composta e regra da cadeia, a partir de uma abordagem gráfica. Os dados foram coletados com alunos ingressantes no Curso de Matemática da UNESP de Rio Claro, por meio de experimentos de ensino. Na análise dos dados a autora elaborou cinco episódios, os quais sugerem a produção de conhecimento por parte dos alunos envolvidos. Elaboração de conjecturas relacionadas à visualização das TIC ilustra o papel ativo das tecnologias no pensamento. Tais suposições foram confirmadas ou refutadas, levando-se em conta o entrelaçamento das representações múltiplas, que permearam todas as atividades, e um coletivo pensante seres-humanos-com-mídias, no qual o ser humano transforma e é transformado pelas mídias em um processo interativo.

Finalmente, Lima (2010) investigou as contribuições que a exploração dos números racionais como medidas de segmentos, em um programa de geometria dinâmica, podem trazer ao entendimento de frações, decimais e da reta numérica entre outras representações dos racionais. A pesquisa fundamentou-se em evidências históricas e resultados de pesquisas que mostram a importância do significado de medida para o entendimento dos números, além

¹² Disponível para *download* em <http://www.baixebr.org/1/arcon-50-download/>.

de teorias sobre visualização, experimentação e representações múltiplas. Por meio de experimentos de ensino realizados com alunos de 6ª série/7º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Rio Claro, utilizando o *software* Régua e Compasso¹³, o trabalho evidenciou que a utilização de recursos tecnológicos pode modificar a matemática da sala de aula, proporcionando aos estudantes entendimentos qualitativamente diferentes sobre os objetos matemáticos estudados.

Nesses últimos cinco anos, várias das pesquisas desenvolvidas no grupo foram fortemente influenciadas pelo construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), e pelo Construcionismo (PAPERT, 1985). Essas perspectivas priorizam a forma específica como a cognição se entrelaça com o que Lévy (1993) denominou Tecnologias da Inteligência.

Projetos com a temática Ensino e Aprendizagem continuam sendo desenvolvidos no grupo. Atualmente, há um projeto de mestrado que investiga de que modo a construção, manipulação e análise de fractais, em um ambiente de geometria dinâmica, pode contribuir para a aprendizagem de progressões geométricas. Outra pesquisa nessa linha está sendo desenvolvida como tese de doutorado, tendo por objetivo investigar como alunos do Curso de Ciências Biológicas da UNESP de Rio Claro produzem conhecimento acerca de sistemas dinâmicos com o uso do *software* Modellus¹⁴.

4.3 Educação a distância *online*

A EaD *online* adicionou uma nova dimensão às pesquisas do grupo, pois além de investigar questões específicas sobre ela, o grupo sentiu-se desafiado a entender como o conhecimento matemático seria produzido nessa nova modalidade, e como os *software* já empregados na educação presencial poderiam ser utilizados a distância. Os estudos do GPIMEM, nessa temática, se iniciaram em 1999, já havendo relato em Borba e Penteado (2001) de pesquisas desenvolvidas nessa área por membros do grupo. Recentemente, Maltempi e Malheiros (2010) discutiram a Educação Matemática a distância realizada no Brasil, apresentando várias iniciativas do GPIMEM.

Santos (2006) investigou como se dá a produção matemática de alunos-professores em um curso de extensão universitária a distância *online* intitulado *Tendências em Educação Matemática*. Nesse curso, os participantes discutiram

¹³ Informações disponíveis em <http://zirkel.sourceforge.net/>

¹⁴ Informações em <http://modellus.fct.unl.pt/>.

algumas das tendências em Educação Matemática e atividades de geometria euclidiana espacial. Essas últimas, foco principal de estudo da autora, eram enviadas com antecedência para que os alunos-professores pudessem desenvolvê-las, utilizando o *software* Wingeom; contudo, outros recursos, como materiais manipulativos, também foram utilizados por alguns participantes. A dinâmica de interação evidenciou a coordenação de diferentes mídias durante o processo investigativo e o *chat*, em particular, apresentou algumas limitações com relação à troca do fazer matemática, mas isso não impediu que a discussão acontecesse e que a produção matemática se consolidasse de um modo qualitativamente diferente. Os resultados obtidos indicaram que as mídias, em um ambiente virtual de aprendizagem, condicionam a forma pela qual os participantes discutem as conjecturas formuladas durante as construções geométricas e transformam a produção matemática.

Zulatto (2007) investigou a natureza da aprendizagem matemática em um curso *online* de formação continuada com conteúdos de Geometria. Ao longo do curso, alunos-professores de uma mesma rede de escolas, situadas em diferentes localidades do país, desenvolveram atividades de Geometria, utilizando-se o *software* Geometricks, e encontravam-se para discuti-las. Esses encontros aconteceram a distância, em tempo real, por *chat* ou videoconferência. Nessa proposta pedagógica, a telepresença condicionou a comunicação, e oportunizou o estar-junto-virtual-com-mídias. De modo singular, os recursos da videoconferência permitiram que construções geométricas fossem compartilhadas visualmente e realizadas por todos os envolvidos, fomentando a interação e a participação ativa, constituindo, por meio do diálogo, uma comunidade virtual de aprendizagem. Os resultados levam a inferir que, nesse contexto, a aprendizagem matemática teve natureza colaborativa, na virtualidade das discussões tecidas a partir das contribuições de todos os participantes; coletiva, na medida em que a produção matemática era condicionada pelo coletivo pensante de seres-humanos-com-mídias; e argumentativa, uma vez que suposições e justificativas matemáticas se desenvolveram, intensamente, no decorrer do processo, contando para isso com as tecnologias presentes na interação ocorrida de forma constante e colaborativa.

Malheiros (2008) investigou o processo de elaboração de projetos de Modelagem realizados por professores de Matemática ao longo do curso de extensão universitária *Tendências em Educação Matemática: ênfase em Modelagem Matemática*, desenvolvido totalmente a distância, por meio do ambiente virtual de aprendizagem TIDIA-Ae. A análise dos resultados leva a

inferir que, no contexto deste estudo, a colaboração ocorreu mediante o diálogo e a interação, proporcionados por diferentes mídias ao longo de toda elaboração dos projetos de Modelagem, e que coletivos de seres-humanos-com-mídias promoveram a inteligência coletiva, com o intuito de elaborar os projetos; o interesse condicionou a elaboração dos projetos de Modelagem na medida em que temas foram eleitos e negociados pelas duplas; as TIC foram protagonistas ao longo de todo o processo de elaboração dos projetos de Modelagem, utilizadas como meio para pesquisa e para comunicação, na medida em que diversas estratégias foram desenvolvidas pelos alunos-professores com base nas potencialidades das TIC e da necessidade de se fazer entender; a preocupação com conteúdos matemáticos e a dificuldade de eleger um tema para investigar retratam a complexidade, para os professores participantes, em elaborar projetos de Modelagem enquanto alunos; e a orientação, fator imprescindível ao se trabalhar com projetos no contexto educacional, esteve presente ao longo de todo o processo de projetar Modelagem a distância, em diversos níveis e sentidos.

A pesquisa de doutorado de Rosa (2008) teoriza sobre a questão da identidade em um curso de educação a distância *online*. Geralmente, os aspectos espaço e tempo são associados à EaD, sendo que nesta pesquisa o autor apoiou-se em Turkle (1989; 1997) e outros autores para analisar como a criação de identidades *online*, em um ambiente de aprendizagem a distância com RPG (*Role Playing Game* – jogo de interpretação de personagens) virtual, pode contribuir na produção do conceito de integral definida. Alunos ingressantes de licenciatura em Matemática de diferentes universidades do Brasil participaram de um curso a distância baseado no RPG virtual, viabilizado no ambiente virtual de aprendizagem TelEduc¹⁵. A pesquisa revela que a construção de identidades *online* se mostra em transformação, em imersão e em *agency* (ação com vontade e senso de realização) ao ensino e aprendizagem de integral definida, de forma a conceber o *ser-com*, o *pensar-com* e o *saber-fazer-com* como aspectos evidenciados nessas facetas.

No momento, as pesquisas em Educação a Distância, no grupo, se voltam para a investigação de um curso de larga escala, oferecido por um consórcio de universidades do estado do Rio de Janeiro, o qual levou a um modelo de educação a distância que vem sendo disseminado por todo o país. Esta pesquisa investiga o papel da Internet e como ela se combina com outras tecnologias no processo educacional. Por outro lado, pesquisas que lidam com conteúdos específicos de matemática em cursos *online* continuam a ser realizadas.

¹⁵ Disponível em <http://www.teleduc.org.br>

4.4 Formação de professores

A linha de formação de professores tem surgido de forma recorrente nas pesquisas do GPIMEM, no decorrer do tempo. Richit (2005) analisou como trabalhar com projetos em Geometria Analítica, usando *software* de geometria dinâmica, visando a favorecer a formação inicial do professor de Matemática. A autora realizou um estudo com alunos da Licenciatura em Matemática da UNESP de Rio Claro retidos na disciplina Geometria Analítica. Estes alunos desenvolveram atividades didáticas de Geometria Analítica, usando o *software* Geomtricks. A combinação do trabalho com projetos e o uso de *software* de geometria dinâmica, tendo por contexto a Geometria Analítica, mostrou-se uma estratégia pedagógica favorável à formação inicial docente em Matemática no que concerne à construção de saberes específicos desta área do conhecimento, e contribuiu para que os sujeitos envolvidos pudessem desenvolver saberes de uso pedagógico do *software* Geomtricks. Sob este prisma, o foco do estudo repousou nas possibilidades que emergem da estratégia de trabalho, descrita acima, à formação do futuro professor de Matemática, tendo como pressuposto a necessidade de motivá-lo a desenvolver competências necessárias para que incorpore as tecnologias informáticas à sua prática posterior, à medida que o seu processo de formação promova a utilização destes recursos no contexto das experiências educacionais na licenciatura. Esta formação, ainda, pode fornecer-lhe subsídios que venham colaborar na efetivação de mudanças nos processos educacionais vigentes. A pesquisadora ressalta a necessidade de haver uma reestruturação nos currículos das licenciaturas, no intuito de se promover, simultaneamente, a construção de saberes pertinentes à área específica, conhecimentos pedagógicos do exercício da profissão docente e saberes de uso pedagógico das tecnologias informáticas.

Gouvêa (2006) investigou as contribuições que surgem para a formação inicial do professor de Matemática ao construir e aplicar WebQuest¹⁶ de conteúdos de Matemática Financeira. Para tanto, um curso de extensão sobre construção de WebQuests foi oferecido aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UNESP de Rio Claro, que, posteriormente, utilizaram as WebQuests construídas como material didático durante o Estágio Supervisionado (prática docente) que realizaram junto a uma escola pública de Rio Claro. O curso de extensão possibilitou o desenvolvimento de um material didático, a

¹⁶ Atividade orientada, com estrutura pré-definida, que pode ser realizada total ou quase totalmente com recursos da Internet (criada por Bernie Dodge).

WebQuest, e sua aplicação em uma situação real; ambiente este, rico em termos de aprendizagem no que se refere à prática pedagógica apoiada pelas TIC. A autora afirma que, a partir do momento em que os licenciandos vivenciarem uma formação inicial diferenciada, que privilegie também o uso das TIC na Educação, além dos conteúdos específicos, estaremos formando professores mais propensos a usarem as TIC em sua prática docente, de forma a propor a seus alunos situações nas quais eles terão que criar, discutir e refletir sobre suas ações.

Richit (2010) investigou aspectos políticos, metodológicos, pedagógicos, sociais e motivacionais, no âmbito da formação continuada de professores que ensinam matemática na educação básica. A pesquisa tomou por objeto de estudo a formação continuada de professores na perspectiva do desenvolvimento profissional docente, e foi desenvolvida a partir de observações da prática pedagógica dos sujeitos, da realização de entrevistas iniciais, da observação participativa de um curso de extensão semi-presencial no qual os professores promoveram dinâmicas de aprendizagem com seus alunos usando tecnologias, e da realização de uma entrevista final, quase dois anos após a realização do curso. Como resultados a pesquisa mostra que a compreensão do processo de apropriação de conhecimentos pedagógico-tecnológicos em Matemática, por parte de professores da educação básica, olhado dialeticamente, abrange diferentes aspectos, tais como as perspectivas dos professores em relação à formação para uso pedagógico das tecnologias mediante a realidade educacional e política em que estão imersos, os processos que perpassam a apropriação desses conhecimentos e a implementação de novas práticas, bem como os reflexos dessa apropriação na cultura e prática docente posterior. Portanto, o estudo mostra que a formação continuada de professores, na perspectiva do desenvolvimento profissional, é permeada por processos diversos, internos e externos, que interferem no modo como o professor apropria-se de novos conhecimentos e busca promover novas práticas. Por fim, a pesquisa propõe que se promovam, no contexto das escolas públicas, ações formativas em sintonia com as condições de trabalho e as possibilidades do professor, bem como envolvam todos os agentes presentes na dinâmica educativa, deflagrando, desse modo, mudanças na cultura e prática docente.

Há, no momento, pesquisas no GPIMEM que analisam o modelo de formação de professores de Matemática em um curso a distância que já tem professores formados.

5 Síntese do desenvolvimento teórico realizado

Nesta seção focaremos ideias e teorizações resultantes das pesquisas realizadas no grupo, sendo a de maior destaque o construto seres-humanos-com-mídias, que estabelece que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por atores humanos e não humanos. Tal construto é elaborado e defendido em uma das produções de membros do GPIMEM, o livro publicado pela Editora Springer, de autoria de Borba e Villarreal (2005). Além disso, traremos outras ideias produzidas no grupo acerca da inserção das TIC na Educação Matemática, acompanhadas das principais obras e autores estudados e utilizados pelo GPIMEM, os quais se mostram base fundamental das pesquisas já realizadas.

Borba e Villarreal (2005) expõem, da seguinte forma, a visão sobre como as tecnologias se relacionam com os seres humanos:

The perspective we embrace suggests that humans are constituted by technologies that transform and modify their reasoning and, at the same time, these humans are constantly transforming these technologies. [...] we believe that knowledge is produced together with a given medium or technology of intelligence. It is for this reason that we adopt a theoretical perspective that supports the notion that knowledge is produced by a collective composed of humans-with-media, or humans-with-technologies, and not, as other theories suggest, by individual humans alone, or collectives composed only by humans (p. 22-23).¹⁷

A noção de seres-humanos-com-mídias realça a ideia de que os artefatos historicamente disponíveis são agentes no conhecimento produzido em um dado momento. Salas de aula, bibliotecas e, mais recentemente, a Internet moldam o conhecimento produzido. As pesquisas desenvolvidas pelo GPIMEM mostram que diversas formas de pensar acerca de conceitos matemáticos são, de fato, produtos também da disponibilidade da informática em geral, e de um dado *software* em particular. As interfaces e possibilidades de um *software* são a

¹⁷ “A perspectiva que adotamos sugere que os humanos são constituídos por tecnologias que transformam e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, estes humanos transformam continuamente estas tecnologias. [...] nós acreditamos que o conhecimento é produzido juntamente com uma dada mídia ou tecnologia da inteligência. É por esta razão que adotamos uma perspectiva teórica que sustenta a noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo composto por humanos-com-mídias, ou humanos-com-tecnologias, e não, como outras teorias sugerem, por indivíduos sozinhos, ou coletivos compostos somente por humanos” (tradução nossa).

forma com que os humanos, desenvolvedores de programas computacionais, impregnam a tecnologia com ideias. O *software* utilizado para um estudante ou professor apreender uma nova faceta de um conceito ou desenvolver uma conjectura materializa as possibilidades de compreensão de um novo conceito.

Diferentes estudantes poderão desenvolver acepções diversas, utilizando o mesmo *software*, ou mesmo lápis e papel. Mas isso já está largamente mostrado na literatura em Educação Matemática que tematiza ou não as TIC. O que o GPIMEM tem constatado, ao longo de suas pesquisas, são as diferentes possibilidades das tecnologias, impregnadas de aspectos humanos, moldarem a forma como pensamos e atuamos. Dois autores foram importantes no desenvolvimento dessa noção. O primeiro deles é Tikhomirov, que apoiado na teoria da atividade mostra, de forma pioneira, como computadores, sendo extensões de memória qualitativamente diferente da escrita e da oralidade, reorganizam nossa forma de pensar. A análise de Tikhomirov (1981) permitiu que membros do GPIMEM refletissem sobre a ideia de que as fronteiras usualmente aceitas como aquelas do ser biológico são distintas daquelas do ser cognoscente. As tecnologias da inteligência não precisam estar fisicamente presentes, ou seja, dentro das fronteiras do ser biológico ou ao seu alcance imediato, para que sejam atuantes no processo de conhecer.

Os livros de Pierre Lévy (e.g. LÉVY, 1993) foram fontes de inspiração para a discussão acima, particularmente para dar nova vida à visão de que *o conhecimento matemático não é pronto e acabado*. Ao mostrar como a oralidade, na forma de mitos, foi uma forma central de difusão do conhecimento em sociedades sem escrita, e como a escrita abriu as portas para a fixação e criação de teorias e para ideias relacionadas à objetividade do conhecimento, Lévy propõe que o conhecimento em geral, e o conhecimento matemático em particular, seja modificado por uma mídia plástica como a informática, que encoraja as simulações e permite modificações instantâneas em resultados de experimentos que podem vir a afetar teorias em voga.

A noção de seres-humanos-com-mídias materializa essa visão e passa a moldar parte significativa da pesquisa do GPIMEM, ao identificar como que a matemática produzida pelos estudantes está se modificando quando as TIC tornam-se co-participantes de um coletivo que já incorporava humanos e lápis-e-papel, dentre outros atores, conforme pesquisas apresentadas na seção anterior.

Sendo assim, no grupo há membros que articulam o construto seres-humanos-com-mídias com teorias abrangentes como a fenomenologia ou a teoria da atividade, conscientes de que ambas são importantes na própria noção de

seres-humanos-com-mídias. Mas é no Construcionismo que alguns membros têm encontrado uma âncora para suas pesquisas.

As ideias de Papert (1985, 1994) acerca dos processos de ensino e aprendizagem e do uso da informática na educação foram investigadas e utilizadas em alguns projetos de mestrado e doutorado de alunos membros do GPIMEM. Papert criou uma teoria educacional, denominada Construcionismo, à medida que desenvolvia, com colaboradores, a linguagem Logo de programação de computadores, o que inicialmente vinculou fortemente o Construcionismo ao Logo. Várias pesquisas em Educação Matemática foram realizadas, tendo o Logo por objeto de estudo; Valente (1993, 2002) propôs uma espiral como modelo da interação do aprendiz com o ambiente Logo, sobre a qual as ideias construcionistas podem ser analisadas. Projetos desenvolvidos no GPIMEM investigaram as ideias construcionistas em ambientes que não envolviam o Logo ou qualquer outra linguagem de programação, expandindo a espiral de aprendizagem proposta por Valente de forma a conter novas etapas e interação entre elas.

Avaliamos que a atividade de programação de computadores, mesmo por meio do Logo, é uma tarefa complexa que requer uma dedicação para o aprendizado que muitos professores de Matemática não estão dispostos a cultivar, principalmente diante da diversidade de *software* aparentemente mais fáceis de ser utilizados por se assemelharem aos que a maioria dos usuários de computadores utilizam no cotidiano. Sendo assim, membros do GPIMEM desenvolveram projetos com professores e alunos de Matemática, envolvendo *software* de geometria dinâmica, editores de jogos, de maquetes, de páginas Web, investigando, dentre outras coisas, como os pressupostos do construcionismo e a espiral de aprendizagem proposta por Valente eram contemplados ou se modificavam nesses novos ambientes. Um resultado direto dessas pesquisas é que o uso educacional do computador-*software* não é uma característica intrínseca ao mesmo, mas depende da relação que estabelecemos com ele, do uso que fazemos dele, o que ressalta a necessidade do preparo do professor que ensina Matemática para inserir tal tecnologia em sua prática (MALTEMPI, 2008).

Vários trabalhos realizados no GPIMEM, focando a construção do conhecimento matemático, tiveram a visualização proporcionada pelas TIC como aspecto relevante, a qual pode ser caracterizada como um objeto, uma imagem, e também como um processo ou uma atividade (BISHOP, 1989). A visualização é bastante privilegiada no ambiente de investigação propiciado pelas TIC. Em

particular na Educação Matemática, a visualização tem sido considerada como componente chave do raciocínio na resolução de problemas, e não somente relacionada às finalidades ilustrativas. Às vezes, quando não conseguimos ver um objeto porque ele é pequeno ou porque estamos distante dele, desenvolvemos tecnologias que nos auxiliam a superar essas limitações, tornando perceptível o antes despercebido.

Por exemplo, a ampliação, obtida pelo microscópio, para visualizar as células vermelhas do sangue. Poderíamos já ter ouvido falar sobre as características da célula e elaborado determinada imagem através desses relatos. No entanto, ver a célula, com a ajuda da tecnologia, que supera a limitação de nosso sistema visual, não somente atende ao desejo de vê-la, bem como sua apreciação pode aguçar nossa compreensão ou, ainda, nos instigar a investigar sobre novos aspectos dela.

Considerando, agora, no sentido figurado, *ver o despercebido* refere-se ao mundo abstrato, do qual nenhuma tecnologia eletrônica ou óptica pode auxiliar. Neste caso, talvez precisemos de uma tecnologia cognitiva que nos ajude a transcender as limitações da mente no pensar, no aprender e no desenvolvimento de atividades de resolução de problemas. A Matemática, tratada como uma criação humana e cultural com seus objetos e entidades, diferente de fenômenos físicos, tais como os planetas ou as células do corpo humano, conta intensamente com a visualização e suas diferentes formas e níveis (ARCAVI, 2003).

No entanto, uma dificuldade acerca do processo de visualização surge da necessidade de transitar pelas representações visuais e analíticas de uma mesma situação. Esse é um dos processos centrais na compreensão da Matemática, e adquirir habilidade na manipulação de múltiplas representações pode ser um processo demorado, tortuoso e não linear para os estudantes. Devido ao maior acesso às calculadoras gráficas e computadores, o uso de representações múltiplas tem sido extensivamente discutido na comunidade de educadores matemáticos, incluindo membros do GPIMEM. Pesquisadores como Borba e Confrey (1996) têm enfatizado a importância de uma abordagem desse tipo, uma vez que ela facilita a coordenação das representações matemáticas estabelecidas pelos estudantes, como tabelas, gráficos cartesianos e expressões algébricas.

6 Considerações finais

Neste artigo apresentamos um histórico do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), identificando pontos relevantes de sua trajetória, aspectos de sua estrutura e organização, temas em que desenvolve pesquisa, metodologia e teorizações. Sua sede é na UNESP, Rio Claro, mas o grupo tem docentes em diversas universidades no país e uma na Argentina.

As tecnologias condicionam a pesquisa realizada pelo grupo. A Internet transformou a informática, em meados da década de 1990, atualizando ferramentas já existentes, por exemplo, o correio eletrônico, e oferecendo novas interfaces, como a WWW, estreitando a informática com a telecomunicação de forma a dar origem às TIC que conhecemos hoje. O GPIMEM responde a este movimento, estudando essas novas interfaces e realizando suas pesquisas. Anteriormente, logo que as calculadoras gráficas se tornaram disponíveis, pesquisas e práticas de extensão foram realizadas. Parece razoável dizer que, olhando para frente, movimentos da tecnologia condicionarão nossa agenda de pesquisa. Este já é o caso dos últimos anos, quando as possibilidades da Internet se ampliaram e linguagens que combinam vídeos, animações e texto se tornaram comuns. A comunicação multimodal tornou-se algo viável na educação presencial, mas principalmente na Educação a Distância. Nesse sentido, o GPIMEM tem, com o apoio de órgão de fomento canadense, desenvolvido projetos relacionados à *performance* matemática digital (www.edu.uwo.ca/dmp), que investiga de modo exploratório a forma como a combinação entre artes performáticas e Matemática pode ser utilizada em Educação Matemática, transformando alunos e professores em produtores de artefatos multimodais (BORBA; GADANIDIS, 2008; GADANIDIS; BORBA, 2008).

Sendo assim, consistente com nossa visão de conhecimento, as mídias e suas interfaces são atores no processo de conhecimento. De forma semelhante, os humanos também o são. Ao trazerem para o GPIMEM suas experiências e expectativas, novos membros e também antigos apontam novos caminhos para a produção do grupo. Foi assim que passamos a investigar cursos a distância, desenvolvidos fora de nosso grupo, que utilizam a Internet de forma distinta da que fazemos. Já há estudos iniciais mostrando também como redes sociais (e.g., *Orkut*, *twitter*) podem se entrelaçar com uma sala de aula, o que pode permitir ultrapassar paredes e se *dissolver* na Internet, conforme discussão de Borba (2009). Há outros investigando a lousa eletrônica, *blogs* e outras interfaces que

podem ser utilizadas na sala de aula convencional, que se *internetiza*, ou em ambientes virtuais que são modelos de novas salas de aula com topologia diferenciada da sala de aula presencial.

Enfatizamos, também, que não estamos obcecados com as novas possibilidades tecnológicas. Sabemos que a chegada de novas interfaces apresenta novas possibilidades de pesquisa, mas que não resolvemos problemas antigos de mídias dos anos 90. É assim que também investigamos como tópicos da Matemática, normalmente introduzidos ao final da graduação, e.g. sistemas dinâmicos, podem ser introduzidos mais cedo, se conseguirmos utilizar *software* de Modelagem Matemática no coletivo que conhece e que também inclui professores e alunos do primeiro ano de cursos de graduação.

Nesse movimento buscamos uma perspectiva histórica que mostre como o uso de diferentes artefatos foi utilizado ao longo da Educação Matemática, como forma de poder situar o uso das TIC na Educação Matemática. Villarreal e Borba (2010) discutem o uso de régua e compasso e quadro negro na educação como forma de compreender como esses artefatos foram utilizados ao longo da história. Além disso, buscamos, também, novos aportes teóricos acerca de como ocorre o aprendizado da matemática, visando à reflexão de como as TIC podem interferir nesse processo.

Por exemplo, a escola russa baseada na psicologia vigotskiana explicita dois possíveis caminhos para o ensino da Matemática às crianças: o mundo discreto do cálculo do tamanho de conjuntos de objetos e o mundo contínuo do cálculo de comprimentos e volumes. O primeiro conduz os alunos aos números naturais e à contagem, abordagem mais praticada no ocidente; o segundo aos números reais e medição. As consequências desta escolha e sua justificativa são discutidas, por exemplo, em Davydov (1990), que propôs e testou em escolas russas um currículo de matemática que privilegia um ensino fortemente apoiado em experiências práticas, e que caminha do mais geral para o específico – processos de generalização do conhecimento, diferenciados em *empírico* e *teórico*, são utilizados pelo autor para justificar seu trabalho. Tais ideias têm impacto direto no ensino da aritmética e da álgebra, sendo que a dificuldade de os alunos compreenderem a passagem entre elas é bastante relatada na literatura em Educação Matemática.

Nesse sentido, projetos de pesquisa sobre generalização matemática, visando principalmente à educação básica, começam a ser realizados pelo grupo (MALTEMPI, 2010), com o objetivo de investigar mudanças e possibilidades provocadas com a inserção das TIC no processo de generalização do

conhecimento matemático. Avaliamos que as tecnologias oferecem um tipo de interação com o conhecimento/objeto que impacta fortemente o que é chamado de aprendizado empírico e aprendizado teórico. Pretendemos investigar as propostas educacionais formuladas por Davydov e colaboradores no que se refere ao ensino de Matemática, e relacioná-las às TIC, visto que estas nem existiam à época em que tais propostas foram elaboradas.

7 Agradecimentos

Agradecemos às seguintes pessoas pela ajuda com o levantamento de dados, sugestões e revisões realizadas durante a elaboração deste artigo: Ana Paula dos Santos Malheiros, Cláudia Franceschette, Claudinei de Camargo Sant'Ana, Daise Lago Pereira Souto, Débora da Silva Soares, Fernando Mello Trevisani, Jhony Alexander Villa Ochoa, Rejane Waiandt Schuwartz Faria, Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva e Silvana Claudia dos Santos.

Referências

ALVES-MAZZOTI, A. J. O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. (Org.). **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2004. p.109-203.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C. ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 25-45.

ARCAVI, A. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**. New York, v. 52, n. 3, p. 215-241, Apr. 2003.

AZEVEDO, J. L. A. **Trabalhando Conceitos Matemáticos com Tecnologias Informáticas por meio da Elaboração de Projetos de Construção Civil**. 2008. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

BARBOSA, S. M. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia**. 2009. 199f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa: significados e a razão que a sustenta. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 7-26. 2005.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Editora Cortez, 2004.

BISHOP, A. Review of Research on Visualization in Mathematics Education. **Focus on learning problems in Mathematics**, Framingham, Mass., US, v.11, n.1, p. 7-16. 1989.

BORBA, M. C.; GADANIDIS, G. Virtual Communities and Networks of Practising Mathematics Teachers: the role of technology in collaboration. In: KRAINER, K.; WOOD, T. (Eds.). **International handbook of mathematics teacher education**. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. p. 181- 206, v. 3.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a Distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. v. 39.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. C.; CONFREY, J. A Student's Construction of Transformations of Functions in a Multiple Representational Environment. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, Holanda, NL, v. 31, n. 3, p. 319-337, 1996.

BORBA, M. C. Potential Scenarios for Internet use in the Mathematics Classroom. **ZDM - International reviews on mathematical education**, New York, v. 41, n. 4, p. 453-465, Aug. 2009.

DAVYDOV, V. V. Types of Generalisation in Instruction: logical and psychological problems in the structuring of school curricula. **Soviet Studies in Mathematics Education**, v. 2. English language edition: J. Kilpatrick, 1990/1972.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Eds.) **Handbook of qualitative research**. 2. ed. Londres: Sage, 2000.

DINIZ, L. N. **O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática**. 2007. 118f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

- GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. Our Lives as Performance Mathematicians. **For the Learning of Mathematics**. Montreal, Canada, CA, v.28, n.1, p. 44-51, 2008.
- GOLDENBERG, M. **A Arte de Pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2001.
- GOUVÊA, S. A. S. **Novos Caminhos para o Ensino e Aprendizagem de Matemática Financeira**: construção e aplicação de Webquest. 2006. 167f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.
- HERMÍNIO, M. H. G. B. **O Processo de Escolha dos Temas dos Projetos de Modelagem Matemática**. 2009. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.
- JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica**: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 2007. 231f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.
- LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência**: o futuro do pensamento na era da Informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
- LIMA, C. W. **Representações dos Números Racionais e a Mediação de Segmentos**: possibilidades com as tecnologias informáticas. 2010. 199f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.
- LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry**. Londres: SAGE Publications, 1985.
- MACHADO, N. J. **Epistemologia e Didática**: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 1995.
- MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática Online**: a elaboração de projetos de Modelagem Matemática. 2008. 187 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.
- MALTEMPI, M. V.; MALHEIROS, A. P. S. Online Distance Mathematics Education in Brazil: research, practice and policy. **ZDM - International reviews on mathematical education**. New York, v. 42, n. 3-4, p. 291-303. June 2010. DOI: 10.1007/s1858-009-0231-3.

MALTEMPI, M. V. Mathematical Generalisation and Technology. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 34th, 2010, Belo Horizonte, MG. **Proceedings...** Belo Horizonte: PME, 2010. v.2, p. 68.

MALTEMPI, M. V. Educação Matemática e Tecnologias Digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae** (ULBRA), Canoas, v.10, n.1, p.59-67, jan./jun. 2008.

OLÍMPIO JÚNIOR, A. **Compreensões de Conceitos de Cálculo Diferencial no Primeiro Ano de Matemática**: uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. 2006. 263f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Editora Artes Médicas. 1994. (Tradução de: *The children's machine: rethinking school in the age of the computer*. New York: Basic Books. 1993).

PAPERT, S. **Logo**: computadores e educação. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985. (Tradução de: *Mindstorms: children, computers and powerful ideas*. New York: Basic Books, 1980).

RICHIT, A. **Apropriação do Conhecimento Pedagógico-Tecnológico em Matemática e a Formação Continuada de Professores**. 2010. 277 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

RICHT, A. **Projetos em Geometria Analítica Usando Software de Geometria Dinâmica**: repensando a formação inicial docente em Matemática. 2005. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

ROSA, M. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game**: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância. 2007. 263 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

SANTOS, S. C. **A Produção Matemática em um Ambiente Virtual de Aprendizagem**: o caso da geometria Euclidiana Espacial. 2006. 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SCUCUGLIA, R. **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas**. 2006. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

VALENTE, J. A. A Espiral da Aprendizagem e as Tecnologias da Informação e Comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A. (Org.) **A Tecnologia no Ensino**: implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002, p. 15-37.

VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e Conhecimento**: repensando a educação. Campinas: Unicamp. 1993.

VILLARREAL, M. E.; BORBA, M. C. Collectives of Humans-with-media in Mathematics Education: notebooks, blackboards, calculators, computers and ... notebooks throughout 100 years of ICMI. **ZDM - International reviews on mathematical education**, New York, v.42, n.1, p. 49-62, Feb. 2010. DOI: 10.1007/s11858-009-0207-3.

TIKHOMIROV, O. K. The Psychological Consequences of Computerization. In: WERRTSCH, J.V. (Ed.) **The concept of activity in Soviet Psychology**. New York, 1981. p. 256-278.

TURKLE, S. **A Vida no Ecrã**: a identidade na era da internet. Lisboa: Relógio D'Água Editores, 1997. (Tradução de: *Life on the Screen: identity in the age of the Internet*. New York: Touchstone Edition, 1995).

TURKLE, S. **O Segundo Eu**: os computadores e o espírito humano. Lisboa: Editorial Presença, 1989. (Tradução de: *The Second Self: computers and the Human Spirit*. New York: Simon & Schuster, 1984).

ZULATTO, R. B. A. **A Natureza da Aprendizagem Matemática em um Ambiente Online de Formação Continuada de Professores**. 2007. 174f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.