



Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas

Research on Problem Solving: directions, advances and new perspectives

Lourdes de la Rosa Onuchic*
Norma Suely Gomes Allevalo**

Resumo

Este trabalho retrata o conhecimento construído sobre Resolução de Problemas na Educação Matemática a partir das pesquisas desenvolvidas nos últimos anos pelo GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas***, UNESP-Rio Claro/SP. O norte das investigações é dado pela seguinte indagação geral: como se realiza a construção do conhecimento matemático pelo aluno e o trabalho do professor quando da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas? Aspectos históricos são essenciais na configuração das atuais tendências que se mostram para a Resolução de Problemas. Uma delas é a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução

* Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, SP. Coordenadora do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP). Professora e pesquisadora voluntária do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Machado de Assis, n. 302, CEP: 13451-000, Santa Bárbara d'Oeste, SP, Brasil. *E-mail*: Ironuchic@gmail.com.

** Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP. Coordenadora do Grupo de Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM), professora e pesquisadora da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, SP, Brasil. Membro do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) da UNESP, Rio Claro, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Cônego Manoel Vaz, n.584, ap.81, CEP: 02019-050, São Paulo, SP, Brasil. *E-mail*: normallev@uol.com.br.

*** Nos últimos 5 anos, fizeram parte do grupo: Lourdes de la Rosa Onuchic (coordenadora), Analucia Castro Pimenta de Souza, Célia Barros Nunes, Eliane Saliba Botta, Fernanda dos Santos Menino, Graci Bragotto Bertanha, Marcos Vinícius Ribeiro, Maria Lúcia Galvão Leite Travassos, Marli Regina dos Santos, Miriam Silva Freitas Dias, Norma Suely Gomes Allevalo, Paulo Henrique Hermínio, Raquel Normandia Brumatti, Raquel Araium, Roger Ruben Huaman Huanca, Tatiane da Cunha Puti, Valdir Rodrigues (*in memorian*), Vanda Domingos Vieira.

de Problemas, apoiada em fundamentos claros e abordagem renovadora. O conhecimento construído e a produção científica do GTERP atestam sua relevante contribuição no sentido de intensificar os diálogos entre a pesquisa e a prática educativa, de alunos e professores, e aumentar as possibilidades dessa prática, particularmente no trabalho com Matemática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática. Pesquisa em Educação Matemática. Pesquisa em Resolução de Problemas.

Abstract

We discuss the knowledge that has been constructed regarding Problem Solving in Math Education as a result of research developed by GTERP – Work and Study Group in Problem Solving, UNESP-Rio Claro/SP. The research is guided by the following general questions: How do students construct mathematical knowledge and how do teachers implement the methodology of Math Teaching-Learning-Evaluation through Problem Solving? Historical aspects of Problem Solving are very important in the configuration of the current trends for Problem Solving. One of them is the Methodology of Math Teaching-Learning-Evaluation through Problem Solving, based on clear foundations and an approach of renewal. In addition to that methodology, two aspects have been developed by the group: The conception of Math as a science of pattern and order and Discrete Mathematics. The knowledge constructed and the scientific production of GTERP prove its relevant contribution to intensifying dialogues between research and educational practice, students and teachers, and to increasing the possibilities of that practice particularly in Math work.

Keywords: Problem Solving. Math Teaching-Learning-Evaluation. Research in Math Education. Research on Problem Solving.

1 Introdução

Nossos estudos sobre Resolução de Problemas iniciaram-se por volta de 1989. Desde então, vários trabalhos (artigos, dissertações e teses) foram produzidos nessa linha. O primeiro registro a respeito desses estudos sobre Resolução de Problemas, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro/SP, consta do livro *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas* (BICUDO, 1999), em um artigo intitulado *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas* (ONUCHIC, 1999). Nesse artigo, fizemos referência ao tratamento de problemas matemáticos, ao longo da História da Matemática.

Vale reafirmar que, embora sejam encontrados registros de problemas na história antiga egípcia, chinesa e grega, tratamentos semelhantes aos por eles considerados continuaram a ser encontrados ao longo dos séculos, fazendo-se presentes em publicações dos séculos XIX e XX. Nessas publicações, um ponto importante a ser analisado é a visão extremamente limitada no tocante à aprendizagem de resolução de problemas. Ensinar a resolver problemas significava apresentar situações-problema e, talvez, incluir um exemplo com uma resolução realizada a partir da aplicação de alguma técnica específica. (STANIC; KILPATRICK, 1990)

Dando continuidade às pesquisas, e a partir da consolidação do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), novos conhecimentos foram construídos sobre a Resolução de Problemas na Educação Matemática. O GTERP, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, tem sido o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas. É constituído por alunos e ex-alunos do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM – UNESP – Rio Claro/SP) que desenvolvem pesquisa nessa linha, contando, também, com a participação de outros alunos regulares do programa que têm interesse em aprofundar seus conhecimentos, alunos especiais em busca de amadurecimento de seus futuros projetos de pesquisa e professores, em geral, que visam aprimorar sua prática docente.

Atento às novas tendências e demandas mundiais que se apresentavam para o ensino e a aprendizagem de Matemática, o grupo debruçou-se em estudos sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas e, conseqüentemente, atendendo também à formação de professores. Assim, num segundo livro, *Educação Matemática – pesquisa em movimento* (BICUDO; BORBA, 2004)¹, no artigo intitulado *Novas Reflexões sobre Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas* (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004), foi apresentada e discutida uma nova e mais atual possibilidade de abordagem para a resolução de problemas² em sala de aula de Matemática, que vinha sendo sistematicamente pesquisada pelos membros do GTERP.

No presente artigo, objetiva-se avançar em relação ao que já foi registrado nos dois trabalhos anteriores, no que diz respeito ao conhecimento produzido a

¹ Uma segunda edição desta obra já foi produzida no ano de 2005.

² Usamos Resolução de Problemas para nos referirmos à disciplina ou à teoria, e resolução de problemas para nos referirmos ao ato de resolver problemas.

partir do amadurecimento das ideias e das contínuas e intensas pesquisas que continuam a ser produzidas pelo Grupo, e que têm adotado como norte a seguinte indagação geral: como se realiza a construção do conhecimento matemático pelo aluno e o trabalho do professor quando da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

No conteúdo do presente artigo, uma seção inicial retoma alguns aspectos históricos da Resolução de Problemas, considerando que eles são essenciais para uma compreensão mais efetiva das atuais tendências que se configuram para a Resolução de Problemas. A partir daí, aprofundamos os fundamentos da abordagem que representa uma tendência atual no ensino de Matemática, qual seja, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Na terceira seção são analisados dois aspectos que têm norteado fortemente os trabalhos desenvolvidos pelo GTERP: a concepção de Matemática como ciência de padrão e ordem e a Matemática Discreta. Uma quarta parte deste texto será dedicada a apresentar, brevemente, as pesquisas concluídas dentro do GTERP nos últimos cinco anos. Concluímos nossas reflexões apresentando algumas considerações finais.

2 Situando Historicamente a Resolução de Problemas

Tomando como referência as escolas americanas, Lambdin e Walcott (2007, p. 3) destacam que, durante o século XX e até atualmente, o ensino de matemática “experienciou seis fases identificáveis com diferentes ênfases: (1) Exercício e prática; (2) Aritmética significativa; (3) Matemática Moderna; (4) Volta às bases; (5) Resolução de problemas; e, atualmente, (6) Padrões e responsabilidade”. Reproduzimos, a seguir, um quadro elaborado pelas autoras a respeito dessas fases:

Fases	Principais Teorias e Teóricos	Foco	Como atingir
Exercício e prática (aprox. 1920 – 1930)	Conexcionismo e Associacionismo (Thorndike)	Facilidade com cálculo.	<ul style="list-style-type: none"> • Rotina, memorização de fatos e algoritmos. • Quebrar todo o trabalho em séries de pequenos passos.
Aritmética significativa (aprox. 1930 – 1950s)	Teoria da Gestalt (Brownell, Wertheimer, van Engen, Fehr)	Compreensão de ideias e habilidades aritméticas. Aplicações da matemática em problemas do mundo real.	<ul style="list-style-type: none"> • Ênfase nas relações matemáticas. • Aprendizagem incidental. • Abordagem de atividade orientada.
Matemática Moderna (aprox. 1960 – 1970s)	Psicologia do desenvolvimento, teoria sociocultural (ex: Brunner, Piaget, Dienes)	Compreensão da estrutura da disciplina.	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo das estruturas matemáticas. • Currículo em espiral. • Aprendizagem por descoberta.
Volta às bases (aprox. 1970s)	(Retorno ao) conexcionismo.	(Retorno à) preocupação com o desenvolvimento do conhecimento e das habilidades.	<ul style="list-style-type: none"> • (Retorno à) aprendizagem de fatos por exercício e prática.
Resolução de problemas (aprox. 1980s)	Construtivismo, psicologia cognitiva e teoria sociocultural (Vygotsky)	Resolução de problemas e processos de pensamento matemático.	<ul style="list-style-type: none"> • Retorno à aprendizagem por descoberta. • Aprendizagem através da resolução de problemas.
Padrões, avaliação, responsabilidade (aprox. 1990 até o presente)	Psicologia cognitiva, teoria sociocultural vs renovada ênfase na psicologia experimental. (NCBL ³)	Guerras matemáticas: preocupação com a alfabetização matemática dos indivíduos vs preocupação com a gestão dos sistemas educacionais.	<ul style="list-style-type: none"> • NSF⁴ – desenvolvimento de currículos baseados em padrões e orientados ao estudante vs foco na preparação para os testes com expectativas específicas.

Quadro 1 – Relações entre as Fases da Educação Matemática e as Teorias Psicológicas de Aprendizagem.

Traduzido de Lambdin e Walcott (2007, p. 5)

Segundo Lambdin e Walcott (2007), tais fases merecem atenção porque cada uma delas corresponde a um período em que a educação, em geral, estava caminhando através de mudanças radicais e fundamentais e cada uma introduzia práticas novas e inovadoras para a Educação Matemática. A essas razões, acrescenta-se o fato de que algumas das fases apontadas também foram vivenciadas em outros lugares do mundo, e exerceram forte influência nos rumos que o trabalho com a matemática escolar tomou a partir de então.

A pesquisa sobre Resolução de Problemas e as iniciativas de considerá-la como uma forma de ensinar Matemática receberam atenção a partir de Polya (1944)⁵, considerado o pai da Resolução de Problemas. Em seu trabalho, Polya

³ NCLB – No Child Left Behind Act – Nenhuma Criança Ficarà para Trás

⁴ NSF – National Science Foundation – Fundação Nacional de Ciência

⁵ A tradução em Português dessa obra é intitulada *A Arte de Resolver Problemas*, publicada pela Editora Interciência, no ano de 1986 (1ª reimpressão).

preocupou-se em descobrir como resolver problemas e como ensinar estratégias que levassem a enxergar caminhos para resolver problemas. Ressalte-se que este trabalho se insere no período em que, de acordo com Lambdin e Walcott (2007), a ênfase do ensino de Matemática estava sendo colocada na aritmética significativa.

Com o movimento de reforma chamado Matemática Moderna, vigente nos anos sessenta e setenta do século XX, o mundo foi influenciado por recomendações de ensinar Matemática apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para este trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso.

Nos EUA, houve uma tentativa de retornar às práticas anteriores à Matemática Moderna, na fase que foi intitulada *Volta às bases*. Porém, não teve grandes efeitos e tampouco conseguiu adeptos em outros países. Assim, durante a década de 1980, educadores matemáticos que não desistiram de ideais preconizados anteriormente, que acreditavam no potencial da resolução de problemas e visavam a um ensino e aprendizagem com compreensão e significado, continuaram trabalhando nessa busca. Exatamente em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publica um documento intitulado *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980's*, com a indicação de que a “resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar” (ONUChIC, 1999, p. 204).

Inicia-se, então, a fase da Resolução de Problemas, cujas ideias apoiavam-se, especialmente, nos fundamentos do construtivismo e na teoria sociocultural, que tem Vygotsky como principal teórico. O foco, nessa fase, foi colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas. Nessa fase, muitos recursos foram desenvolvidos na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividade e orientações para avaliar o desempenho dos alunos nessa área, sempre visando ao trabalho em sala de aula. Muito desse material contribuiu para que os professores fizessem da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho.

Entretanto, não havia coerência e clareza na direção necessária para se atingir bons resultados com o ensino de Matemática apoiado na resolução de problemas; ou seja, não havia concordância quanto à forma pela qual esse objetivo seria alcançado. Onuchic (1999, p. 206) esclarece que essa falta de concordância

ocorreu, possivelmente, devido às diferenças de concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de “resolução de problemas ser o foco da matemática escolar”, como recomendava o *An Agenda for Action* (NCTM, 1980).

Com relação a esse aspecto, Schroeder e Lester (1989) apresentaram três modos de abordar Resolução de Problemas, que podem ajudar a entender e a refletir sobre essas diferenças de entendimento ou de abordagem que se faziam presentes, com maior ou menor intensidade, no contexto do ensino: (1) ensinar *sobre* resolução de problemas; (2) ensinar matemática *para* resolver problemas; e (3) ensinar matemática *através* da resolução de problemas. Ocorre que, a partir das recomendações do NCTM, seguidores de Polya, com algumas variações, acreditavam em teorizar *sobre* esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática *para* resolver problemas.

Destaque-se o trabalho realizado pelo NCTM, a partir do final dos anos oitenta e durante os anos noventa, com a finalidade de auxiliar os professores e destacar aspectos considerados essenciais para o ensino de Matemática. Uma sequência de publicações atesta esse esforço: *Curriculum and Evaluation Standards for the School Mathematics* (NCTM, 1989), *Professional Standards for School Mathematics* (NCTM, 1991) e *Assessment Standards for School Mathematics* (NCTM, 1995). Esse esforço culminou com a publicação dos *Standards 2000*, oficialmente chamados *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), no qual são enunciados seis Princípios (Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação, e Tecnologia); cinco Padrões de Conteúdo (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida, e Análise de Dados e Probabilidade); e cinco Padrões de Procedimento, entre os quais o primeiro é Resolução de Problemas, seguido por Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação.

Relacionando o conteúdo dos *Standards 2000* ao percurso histórico (Quadro 1), traçado por Lambdin e Walcott (2007), chegamos à passagem da penúltima fase, onde é destacada a aprendizagem *através* da resolução de problemas, para a última fase, em que se apresenta a tendência ao desenvolvimento de currículos baseados em *padrões*.

Foi, de fato, a partir dos *Standards 2000* que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem de matemática

através da resolução de problemas. Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo.

Esse é o ponto central de interesse dos trabalhos que temos desenvolvido atualmente, isto é, o trabalho com matemática *através* da resolução de problemas. Esse trabalho se apoia na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino-aprendizagem é a de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro das atividades feitas em cada unidade temática (ONUCHIC, 1999) e de que o ensino pode ser feito por meio da resolução de problemas.

3 A Resolução de Problemas e os estudos no GTERP

3.1 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

É sabido que se pode pensar em ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática como três coisas distintas, que não necessariamente ocorrem ao mesmo tempo ou como decorrência uma da outra. O século XX, século de muitas reformas no ensino de Matemática, passou a entender, porém, que ensino e aprendizagem deveriam ocorrer simultaneamente. Adotando este objetivo, nosso grupo de trabalho e estudo – GTERP – passou a utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem. As comunidades de pesquisa em Educação Matemática se interessaram em criar novos produtos com a intenção de melhorar o ensino e a aprendizagem. Esses produtos, que podem ser novos materiais educativos, envolvem um processo de engenharia, de inventar partes e colocá-las juntas para formar algo novo. Assim, qualquer produto novo criado requer avaliação.

Ocorre que, mais recentemente, também o conceito de avaliação começou a ser repensado nos ambientes de ensino. A partir da compreensão da necessidade de adotar os princípios da avaliação contínua e formativa, esta passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos. No ensino-aprendizagem a avaliação é um componente extremamente importante.

A avaliação é um dos elementos de destaque entre os desafios que Kilpatrick e Silver (2000) apontam para os educadores matemáticos para as décadas seguintes: assegurar matemática para todos, promover a compreensão

dos estudantes, manter o equilíbrio no currículo, fazer da avaliação uma oportunidade para aprender e desenvolver a prática profissional.

Envolvidos com o tema Resolução de Problemas, e assumindo a concepção de trabalhar Matemática através da resolução de problemas, o GTERP passou a empregar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula, que passamos a entender como uma metodologia. Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor *ensina*, o aluno, como um participante ativo, *aprenda*, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu *pensar matemático*, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma forma Pós-Polya de ver resolução de problemas.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

É notório, porém, conforme destaca Van de Walle (2001), um dos estudiosos que também defendem o trabalho através da resolução de problemas no ensino de Matemática, que, muitas vezes, se fala em trabalhar com problemas para ensinar Matemática sem que haja clareza do que é um problema. Há muitas concepções diferentes de problema. Para Van de Walle (2001), um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Para nós é *tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer*.

É verdade que, entre os diversos autores e trabalhos já publicados, podem ser encontrados muitos conceitos de *problema* adjetivados, refletindo qualidades específicas que deles se espera: problemas de fixação, exercícios, problemas abertos, problemas fechados, problemas padrão, problemas rotineiros e não rotineiros, quebra-cabeças, desafios, entre outros. Na realidade, são todos problemas, e os adjetivos expressam diferentes tipos de problema que admitem, para sua resolução, diferentes estratégias.

Fundamentar a Resolução de Problemas nessas concepções, e implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir.

Há, entretanto, boas razões para se fazer esse esforço. Reunindo as ideias já registradas em Onuchic e Allevato (2004), Van de Walle (2001) e outros autores que abordam o tema, é possível destacar:

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o *dar sentido*.
- Resolução de problemas desenvolve *poder matemático* nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a auto-estima dos estudantes aumentam.
- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita *tradicional*. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

Não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de Matemática. Porém, visando a uma forma de ajudar os professores a empregar essa metodologia em suas aulas, em 1998, com a participação de 45 professores participantes de um Programa de Educação Continuada, foi criado um Roteiro de Atividades que permitia fazer uso dessa metodologia, promover mais entusiasmo em suas salas de aula e fazer com que

os alunos vissem a Matemática com um olhar mais confiante. Esta versão inicial do roteiro para implementação de um trabalho através da resolução de problemas se compunha das seguintes etapas⁶: formar grupos e entregar uma atividade; o papel do professor; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso; fazer a formalização (ONUChic, 1999).

Entretanto, constatamos, nas pesquisas desenvolvidas e nas experiências com formação de professores, que esses últimos têm enfrentado muitas dificuldades para trabalhar matemática com seus alunos, não raras vezes por falta de conhecimentos prévios; em outras, porque se rebelam, demonstrando aversão aos conteúdos trabalhados ou à forma de ensinar. Consequentemente, esses alunos sabem cada vez menos Matemática. Tentando atender à demanda de prover os alunos de conhecimentos prévios necessários ao desenvolvimento mais produtivo da metodologia, mudamos um pouco o Primeiro Roteiro, incluindo novos elementos e criando o Segundo Roteiro:

- *Preparação do problema* - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.

- *Leitura individual* - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

- *Leitura em conjunto* - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

- *Resolução do problema* - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores

⁶ O detalhamento de cada uma dessas fases será feito quando da apresentação de uma versão aprimorada deste roteiro.

da *matemática nova* que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

- *Observar e incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

- *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

- *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

- *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

- *Formalização do conteúdo* – Neste momento, denominado *formalização*, o

professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

Reitere-se que, nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009)

3.2 Uma Filosofia de Educação Matemática?

Recentemente, ao analisar, nos estudos e investigações que têm sido desenvolvidos pelo GTERP, o que temos chamado *Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*, destacou-se à nossa atenção o fato de que esta forma de trabalho por nós desenvolvida e pesquisada, em sala de aula de Matemática, poderia ser considerada, mais do que uma metodologia, uma forma de *Filosofia de Educação Matemática*, dado seu alcance ao trabalho de alunos, professores, ensino, aprendizagem, avaliação, trabalho cooperativo e colaborativo, trabalho do professor em sala de aula; reflexão na ação e sobre a ação... A Resolução de Problemas, como praticada por esse grupo, tem matiz filosófico aliado às filosofias contemporâneas da Educação Matemática.

Conforme afirma Bicudo (2010, p.23)

A tarefa de Filosofia da Educação Matemática é manter vivo o movimento de ação/reflexão/ação nas atividades realizadas e atualizadas em Educação Matemática, sejam elas de ensino e de aprendizagem, que ocorrem no âmbito escolar, sejam as que ocorrem no mundo-vida, cotidianamente, ou mesmo as concernentes às políticas públicas da Educação, além de outras atividades aqui não mencionadas, mas que cabem no que chamamos de Educação Matemática ou a ela se referem.

A Resolução de Problemas tem cuidados em relação a questões epistemológicas, ontológicas e axiológicas; questões, essas, que dirigem os esforços do GTERP em suas intervenções e pesquisas. A Resolução de Problemas – seus conceitos, estratégias e propostas – tem servido de parâmetro a várias tendências em Educação Matemática.

Pela metade dos anos 1990s a pesquisa sob a bandeira de “resolução de problemas” foi vista cada vez menos e a atenção do campo foi se voltando para novas áreas. Entretanto, as pesquisas naquelas áreas de fato incorporaram ideias da pesquisa em resolução de problemas, e esse trabalho continua a evoluir em caminhos importantes. (SCHOENFELD, 2007, p. 537)

Buscando apoio em literatura relacionada, encontramos, ainda:

Entendemos que Filosofia da Educação Matemática se caracteriza como um refletir filosófico sobre Educação Matemática em seus aspectos teóricos e práticos, que se nos apresentam de forma inseparável, pois ao mesmo tempo em que uma teoria pode indicar ou explicitar uma prática, a uma prática subjaz uma teoria que a indica ou a explicita. (KLUTH; ANASTACIO, 2009)

Consideramos que esta forma de conceber Filosofia de Educação Matemática tem forte confluência com o que o GTERP tem desenvolvido, no tocante à Resolução de Problemas em Educação Matemática. Apoiados na evolução do conhecimento e das práticas acerca desse tema, e em teorias constituídas nas investigações conduzidas especificamente nessa linha de pesquisa e naquelas relacionadas às formas de construção do conhecimento matemático, o grupo tem refletido, metódica e sistematicamente, a partir das investigações científicas levadas a cabo. Tendo como objetivo desenvolver estudos que, efetivamente, atinjam a sala de aula, tanto a atividade do aluno como a do professor têm sido consideradas, buscando aprofundar conhecimentos e melhor compreender a dinâmica e as implicações do Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas no trabalho com Matemática.

Dentro dessa perspectiva, consideramos que a forma como as reflexões desenvolvidas pelos membros do GTERP, a partir das pesquisas realizadas, vem ao encontro do que Salles (2006, p.138) entende que seja o pensar filosófico:

[...] uma atividade ou ação de refletir sobre o que é feito, por que é feito, como é feito, sobre a vivência com os outros no

... mundo, sobre as experiências vivenciadas, explicitando o sentido que isso faz para o indivíduo, [...] que ao construir a realidade, construímos o conhecimento.

Desse modo, os estudos e pesquisas que temos desenvolvido sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na perspectiva explicitada no presente trabalho, se inserem no que Bicudo e Garnica (2003 apud Salles, 2006, p.139) chamam de “trabalho nuclear da filosofia da Educação Matemática”; ou seja, buscam articular a pesquisa e o currículo ou a proposta pedagógica, na tentativa de elucidar afirmações decorrentes “entre os procedimentos utilizados e as considerações éticas, epistemológicas e científicas sobre possíveis desdobramentos em ações pedagógicas e entre as ações visualizadas” (BICUDO; GARNICA, 2003 apud SALLES, 2006, p. 139)

4 O foco das pesquisas no GTERP

4.1 Matemática como ciência de padrão e ordem

Reflexões e pesquisas sistemáticas, nos mais diversos níveis de ensino, perspectivas e linhas de pesquisa têm contribuído, sensivelmente, para o aprimoramento e melhor compreensão dos variados aspectos envolvidos nas atividades de ensino, aprendizagem e avaliação em salas de aula de Matemática. Porém, faz-se necessário que elas continuem sendo desenvolvidas, uma vez que, conforme reitera Romberg (2007), a Educação Matemática constitui-se num vasto campo de estudo.

O autor apoia-se na indiscutível complexidade do cenário em que se configura a Educação Matemática, levando professores e pesquisadores a buscarem fundamentação e perspectivas para investigar as diversificadas questões que surgem neste cenário. Esta complexidade decorre da presença e da inter-relação de inúmeros fatores trazidos ao contexto escolar por, pelo menos, cinco elementos: o professor, os alunos, a disciplina (no caso, a Matemática), a escola e a sociedade.

Considerado o *guia* ou *gerente* do ensino, o professor norteia sua prática a partir do conhecimento do perfil e das necessidades de seus alunos. Ambos, alunos e professores, têm suas atividades condicionadas à estrutura escolar (organização, recursos, ideologias,...) e às peculiaridades da disciplina Matemática

como pertencente a um conjunto de outras tantas disciplinas que integram as grades curriculares. Ademais, a instituição escolar foi criada por grupos sociais com o intuito de preparar seus jovens para serem membros da sociedade. A respeito destas relações, Lüdke e André (1986, p. 5) complementam:

Cada vez mais se entende o fenômeno educacional como situado dentro de um contexto social, por sua vez inserido em uma realidade histórica que sofre toda uma série de determinações. Um dos desafios atualmente lançados à pesquisa educacional é exatamente o de tentar captar essa realidade dinâmica e complexa do seu objeto de estudo, em sua realização histórica.

Desta miríade de elementos surgem muitas questões e a necessidade de buscar em outras áreas, por exemplo, a Sociologia, a Filosofia e a Pedagogia, subsídios para a condução de investigações que tragam possíveis respostas às questões. Quando as perspectivas de cada uma dessas áreas são trazidas para a Educação Matemática, esta produz seus próprios conjuntos de conceitos, métodos e procedimentos. A Educação Matemática constitui-se, então, em um rico campo de estudos, a partir do qual inúmeras questões podem ser levantadas, conjecturas podem ser elaboradas e investigações podem ser, então, conduzidas. Assim, a compreensão das possíveis perspectivas e de seus princípios é fundamental na condução de investigações.

Conforme já registrado em trabalhos anteriores (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004), é sabido que sempre houve muita dificuldade para se ensinar e aprender Matemática. Apesar disso, todos reconhecem a importância e a necessidade de Matemática para se entender o mundo e nele viver. Mudar radicalmente nosso sistema educacional em Matemática, tendo como primeiro objetivo atingir a vasta maioria dos estudantes, conforme destacado pela sigla NCLB, na última fase indicada no Quadro 1, exige criar uma consciência do quê, do como e do porquê da Matemática. Tal consciência nos faz chegar, entre outras, a duas importantes razões para mudar: (1) para que os cidadãos de amanhã apreciem o papel importante e penetrante da Matemática na cultura em que vivem; (2) para que os indivíduos que têm interesse em Matemática, e talento para ela, sejam expostos à sua verdadeira natureza e extensão.

Uma tendência que vem sendo fortemente considerada na Educação Matemática, também apontada por Lambdin e Walcott (2007) (Quadro 1), e especialmente explorada nos estudos realizados pelo GTERP, é a de fundamentar as ações de ensino no princípio de que a Matemática é uma ciência de padrão e

ordem. Assim, instituída como ciência por constituir-se num ramo particular do conhecimento, por possuir natureza empírica, lógica e sistemática, e por basear-se em provas, princípios, argumentações ou demonstrações que garantem ou legitimam sua validade, um dos aspectos nucleares de seu conteúdo é a presença de padrões. Em geral, entende-se por padrão um modelo que vale sempre; qualquer objeto que serve de referência para a elaboração ou compreensão de outro. Outro aspecto constitutivo da natureza da Matemática refere-se à ordem, entendida como uma organização metódica – espacial, cronológica, numérica, lógica... (HOUAISS; VILLAR, 2009)

Reproduzimos, a seguir, um texto composto por nós (ONUICHIC; ALLEVATO, 2009) a partir de publicações como *Everybody Counts* (NRC, 1989), *Standards 2000* (NCTM, 2000) e Van de Walle (2001):

A Matemática revela padrões ocultos que nos ajudam a compreender o mundo ao nosso redor. Muito mais do que Aritmética e Geometria, hoje ela é uma disciplina diferente, que trabalha com dados, medidas e observações da ciência, com inferência, dedução e prova; e com modelos matemáticos de fenômenos naturais, de comportamento humano e de sistemas sociais.

O ciclo ‘dados para a dedução e, dela, para a aplicação’ ocorre em toda parte que a Matemática é usada, desde tarefas caseiras, como planejar uma viagem, até gerenciar problemas maiores, como esquematizar o tráfego aéreo ou o investimento em ações. O processo de ‘fazer matemática’ está bastante longe de apenas fazer contas ou deduções; ele envolve observação de padrões, testagem de conjecturas e estimativa de resultados.

Como uma matéria prática, a Matemática é uma ciência de padrão e ordem. Seu domínio não são moléculas ou células, mas números, probabilidade, forma, algoritmos e mudança. Como uma ciência de objetos abstratos, a Matemática conta mais com a lógica do que com a observação como seu padrão de verdade, embora ainda empregue observação, simulação e mesmo experimentação, como meios para descobrir a verdade.

O papel especial da Matemática na Educação é uma consequência de sua aplicabilidade universal. Os resultados da Matemática – Teoremas e Teorias – são tanto significativos quanto úteis. Através de seus teoremas, a Matemática oferece tanto uma fundamentação da verdade quanto um padrão de certeza.

Pode-se aprender a fazer o gráfico da equação de uma parábola simplesmente seguindo regras e plotando pontos. Agora temos as calculadoras disponíveis para fazer isso tão bem, com uma velocidade e precisão que nunca poderíamos pensar em atingir. Mas, entender porque certas formas de equações sempre produzem gráficos parabólicos envolve uma busca por padrões no modo como os números se comportam. Descobrir que tipos de relações do mundo real são representados por gráficos parabólicos é mesmo mais interessante e científico, até infinitamente mais valioso do que a habilidade em plotar a curva quando alguém lhe dá a equação.

Padrões não se encontram apenas em números e equações, mas, também, em tudo que nos rodeia. O mundo está cheio de padrões e ordem, na natureza, na arte, na construção de prédios e na música. Padrão e ordem são encontrados no comércio, na ciência, na medicina, na produção de coisas e na sociologia. A Matemática descobre esta ordem, dá sentido a ela, e a usa numa grande quantidade de modos fascinantes, melhorando nossas vidas e expandindo nosso conhecimento. A escola precisa começar a ajudar as crianças neste processo de descoberta. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 169)

A resolução de problemas representa, da forma como trabalhamos, um contexto bastante propício à construção de conhecimento matemático a partir da observação e percepção de padrões, especialmente se considerada como metodologia de ensino, ou seja, se o problema for proposto como gerador de novos conceitos e conteúdos matemáticos. Encontramos, a este respeito, consenso com Van de Walle (2001, p.16), que trata deste tema afirmando: “A Matemática é uma ciência de coisas que têm um padrão de regularidade e uma ordem lógica. Descobrir e explorar essa regularidade ou essa ordem e, então, dar sentido a ela é o que significa ‘fazer matemática’”.

4.2 A Matemática Discreta

O GTERP, nestes últimos anos, também está inserindo, em seus projetos, a Matemática Discreta. A existência da Matemática Discreta como uma área separada de estudo começou nos anos sessenta. Apesar disso, este ramo da Matemática tem crescido rapidamente em proeminência nas últimas décadas

devido, em grande parte, às muitas aplicações de seus princípios na área de negócios, e, também, por suas fortes relações com a ciência computacional.

A Matemática Discreta surgiu como resposta das ciências matemáticas para a necessidade de uma melhor compreensão das bases combinatórias da Matemática, especialmente aquelas utilizadas no desenvolvimento de eficientes algoritmos computacionais, na criação de novas abordagens para operações envolvidas em determinados problemas de pesquisa e no estudo de heurísticas subjacentes às abordagens de tais problemas.

Ao tentar caracterizá-la, é habitual e apropriado estabelecer um paralelo com a chamada *matemática contínua*. A matemática contínua é bem apropriada para situações cujo objetivo principal é a medida de uma quantidade, enquanto que, em cenários de matemática discreta, o foco está em determinar uma contagem.

No século XXI, em que nos encontramos, a informação e sua comunicação têm se tornado tão importante quanto a produção de bens materiais. Enquanto o mundo físico ou material é mais frequentemente modelado pela matemática contínua, isto é, por áreas como o cálculo, a álgebra, a geometria e a trigonometria, o mundo não material do processamento da informação requer o uso da matemática discreta (descontínua). As tecnologias computacionais também exercem uma influência sempre crescente sobre a forma como a matemática é criada e usada. Os computadores são essencialmente finitos, máquinas discretas usando métodos computacionais (DOSSEY, 1991).

À luz desses fatos, torna-se crucial que os estudantes tenham experiências com os conceitos e métodos da matemática discreta. No texto do *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989) há recomendações explícitas de que o currículo de Matemática, nos graus 9-12 (correspondentes ao que no Brasil é chamado Ensino Médio), deveria incluir tópicos de Matemática Discreta, de modo que os estudantes pudessem: representar situações-problema usando estruturas discretas como gráficos finitos, matrizes, sequências e relações de recorrência; representar e analisar gráficos finitos usando matrizes; desenvolver e analisar algoritmos e resolver problemas de enumeração e de probabilidade finita. E acrescenta que os estudantes, que pretendem ir à universidade, por meio da matemática discreta podem representar e resolver problemas visando à programação linear e equações diferença, assim como investigar situações problema que surgem em conexão com validação computacional e aplicação de algoritmos.

Fica, então, clara a importância deste ramo da Matemática em relação

a outros campos do saber, assim como a forte ligação que ele apresenta com situações envolvendo a resolução de problemas que se colocam na atualidade.

5 As pesquisas mais recentes realizadas pelo GTERP

Conforme já assinalado, um dos aspectos marcantes da filosofia de trabalho do grupo é buscar, incessantemente, desenvolver estudos que, efetivamente, atinjam a sala de aula; ou seja, que estejam relacionados com questões de ensino-aprendizagem-avaliação, tanto sob a perspectiva do aluno quanto do professor.

Desse modo, grande parte das dissertações, teses e outros trabalhos produzidos pelo grupo narram e analisam situações de intervenção pedagógica realizadas por seus membros em sala de aula ou no âmbito da formação de professores. Desenvolvida por alunos do programa de Pós-graduação em Educação Matemática de Rio Claro ou por alunos de outras instituições, membros do GTERP, e sob a orientação da coordenadora do grupo, sua produção científica abrange conteúdos em todos os níveis de ensino. Seus membros participam de e apresentam trabalhos em muitos eventos locais, regionais, nacionais e internacionais. Também há capítulos de livros produzidos e artigos publicados em revistas de divulgação que circulam nos meios científico e de ensino. Esse conjunto de pesquisas constitui-se num amplo espectro de possibilidades de pesquisa na Educação Matemática. Uma descrição das dissertações e teses, bem como do trabalho já realizado pelo grupo, pode ser encontrada em Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2004) e Allevato e Onuchic (2007).

Particularmente, as dissertações e teses defendidas até 1998 foram brevemente descritas em Onuchic (1999), e as defendidas de 1999 até 2005, em Onuchic e Allevato (2004). Apresentamos, a seguir, as que foram concluídas após esta data:

5.1 Roger Ruben Huaman Huanca - *A Resolução de Problemas no Processo Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática na e além da Sala de Aula* - Dissertação de Mestrado (2006)

A pesquisa teve como objetivo verificar se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas constitui-se num bom caminho alternativo para a construção de conceitos e conteúdos trigonométricos por alunos do Ensino Médio. Percebeu-se que houve um aumento na motivação, tanto da professora, em ensinar, quanto dos alunos,

em aprender. Também, foi possível observar os alunos relacionarem suas atividades com tópicos já trabalhados anteriormente, reforçando fortemente a relevância desse trabalho.

5.2 Paulo Henrique Hermínio - *Matemática Financeira – Um Enfoque da Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino e Aprendizagem – Dissertação de Mestrado (2008)*

Esta pesquisa teve as seguintes questões norteadoras: os alunos gostariam de adquirir conhecimentos sobre Matemática Financeira? Como os professores abordam esse tema de estudo? Qual é a relevância desse trabalho, para os alunos, de acordo com a visão docente? O pesquisador analisou livros didáticos, entrevistou pais e professores, e implementou aulas fundamentadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, para alunos de Ensino Médio. Os resultados construídos atestam que foi positiva e efetiva a participação dos alunos no processo de construção de seu próprio conhecimento. A metodologia permitiu aos alunos desenvolver iniciativas para a construção e a reflexão sobre os conceitos que estavam aprendendo. Os alunos puderam refletir criticamente sobre o meio social em que estavam inseridos, e o trabalho despertou neles alguns aspectos de cidadania, fazendo com que o ambiente criado fosse um início de mudança de postura em relação a esses aspectos.

5.3 Analucia Castro Pimenta de Souza - *Análise Combinatória no Ensino Médio Apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas – Dissertação de Mestrado (2010)*

A pesquisa teve como objetivo trabalhar a Análise Combinatória, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Na fundamentação teórica, a Análise Combinatória foi abordada como fazendo parte da Matemática Discreta. A pesquisa incluiu análise de livros didáticos e aplicação da metodologia de ensino em três cenários diferentes: em sua sala de aula, em oficinas de trabalho para professores e em discussões realizadas em encontros científicos de Educação Matemática. Verificou-se que houve envolvimento ativo dos participantes na construção de novos conceitos e conteúdos, através da resolução dos problemas propostos, com resultados importantes para a prática docente.

5.4 Marcos Vinícius Ribeiro – *O Ensino do Conceito de Integral, em Sala de Aula, com Recursos da História da Matemática e da Resolução de Problemas* – Dissertação de Mestrado (2010)

A pesquisa teve como objetivo analisar como se pode construir um projeto de ensino-aprendizagem destinado a trabalhar integrais, com alunos de um Curso de Engenharia, num ambiente de resolução de problemas, fazendo uso de uma nova metodologia tendo como recurso a História da Matemática e com os alunos, em grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, sendo co-construtores do conhecimento. O trabalho considerou a História da Integral como parte da História da Matemática, e adotou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Foram analisadas atividades desenvolvidas em sala de aula onde o trabalho com Cálculo Diferencial e Integral era o objetivo.

5.5 Célia Barros Nunes - *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática* – Tese de Doutorado (2010)

Esta pesquisa foi realizada com alunos, futuros professores do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia. O objetivo foi investigar, compreender e evidenciar as potencialidades didático-matemáticas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas nos processos de ensinar e aprender Geometria. Dois projetos de ensino foram criados e aplicados nas disciplinas Didática da Matemática e Laboratório de Ensino de Matemática II, consideradas necessárias para a formação de professores. A experiência propiciou momentos de reflexão e análise sobre as potencialidades que a metodologia de ensino oferece no sentido de incrementar a aprendizagem e melhorar os processos de ensino de Matemática, sobretudo o de Geometria.

6 Considerações finais

Não há dúvidas de que educadores matemáticos de todo o mundo têm se preocupado em melhor entender e promover o ensino e a aprendizagem de Matemática, em todos os níveis de ensino. Pode-se testemunhar sua dedicação

e a relevante produção científica em Educação Matemática no século XX e neste século. É certo que os alunos, atualmente, são beneficiados por uma grande variedade de novos materiais instrucionais e metodologias de ensino. Muitos professores estão mais bem preparados, pedagógica e matematicamente, do que no passado, e muitos currículos escolares de Matemática se apresentam mais ricos. Apesar disso tudo, subsistem queixas, ainda hoje, de que os estudantes não gostam e não aprendem Matemática suficientemente bem; que os professores não sabem Matemática e não sabem ensiná-la; que os currículos escolares são superficiais, repetitivos e fragmentados... Essas queixas e os dados obtidos de pesquisas, avaliações etc., atestam que os alunos saem mal preparados da escola, não sabendo fazer uso da Matemática trabalhada ao longo de tantos anos de escolaridade, e mostram-se incapazes de tomar decisões na vida, não tendo aprendido a pensar matematicamente.

A metodologia de ensino aqui apresentada constitui uma forma de trabalho, em sala de aula, a partir de problemas geradores. Valendo-se da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a construção de conhecimentos, relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos, se realiza de forma mais significativa e efetiva pelos alunos. As experiências, em pesquisas com alunos e atividades de formação de professores em que esta forma de trabalho tem sido utilizada, têm favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos e no aprimoramento da prática docente pelo professor.

Ao apresentar as pesquisas do GTERP destacamos alguns aspectos relevantes, teóricos e práticos, além de centrais, relativos à filosofia de trabalho do grupo, cujos trabalhos são desenvolvidos na linha de Resolução de Problemas. Sua produção científica tem sido divulgada por meio de capítulos de livros, artigos e trabalhos apresentados em eventos, especialmente como comunicações científicas e minicursos. As dissertações e teses elaboradas por seus membros abrangem um amplo espectro de pesquisas voltadas a todos os níveis de ensino, todas elas adotando como fio condutor uma estreita e efetiva relação com a sala de aula de Matemática.

A partir desse retrato da produção do GTERP, apresentada parcialmente no presente trabalho, esperamos poder fornecer aos educadores e pesquisadores a possibilidade de conhecer o que se tem produzido na linha de Resolução de Problemas. Desse modo, talvez se possibilite que o grupo contribua para intensificar os diálogos entre a pesquisa e a prática educativa, e para aumentar as possibilidades dessa prática, particularmente nas salas de aula de Matemática.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. A sala de aula, a pesquisa em Educação Matemática e a produção científica do GTERP In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Uni-BH, 2007. p. 1 - 8. CdRom.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55, p.1-19, jul./dez. 2009. Disponível em <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>>. Acesso em: 11 maio 2010.
- BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma Perspectiva Fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora UNESP, 2010. p. 23-47.
- BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.
- DOSSEY, J. A. The Math for Our Time. In: KENNEY, M. J.; HIRSCH, C.R. **Discrete Mathematics across the Curriculum: K-12**. Reston, VA: NCTM, 1991. p. 1-9.
- HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.
- KILPATRICK, J.; SILVER, E. A. Unfinished Business: Challenges for Mathematics Educators in the Next Decades. In: **Learning Mathematics for a New Century**. Reston, VA: NCTM, 2000. p. 223-235.
- KLUTH, V. S.; ANASTÁCIO, M. Q. A. **Filosofia da Educação Matemática: debates e confluências**. São Paulo: Centauro, 2009.
- LAMBIDIN, D. V.; WALCOTT, C. Changes through the Years: Connections between Psychological Learning Theories and the School Mathematics Curriculum. In: MARTIN, W. G. et al. (Eds.). **The Learning of Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2007. p. 3 - 25.
- LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986.

NCTM. **An Agenda for Action:** Recommendations for School Mathematics in the 1980's. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

NCTM. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

NCTM. **Professional Standards:** for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1991.

NCTM. **Assessment Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1995.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NRC (NATIONAL RESEARCH COUNCIL). **Everybody counts:** a report to the nation on the future of mathematics education. Washington: National Academy Press, 1989.

ONUChIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

ONUChIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

ONUChIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de professores urgentes na licenciatura em matemática. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). **Educação Matemática no Ensino Superior:** pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009. p. 169 - 187.

POLYA, G. **How to Solve It.** Princeton: Princeton University Press, 1944.

ROMBERG, T. A. Perspectivas sobre o conhecimento e Métodos de pesquisa. Tradução de Lourdes de la Rosa Onuchic e Maria Lúcia Boero. **Bolema**, Rio Claro/SP, ano 20, n. 27, p. 93 – 139. 2007.

SALLES, S. Reflexões sobre Educação Matemática numa Perspectiva Filosófica. In: MENEGHETTI, R. C. G. (Org). **Educação Matemática:** vivências refletidas. São Paulo: Centauro, 2006. p. 57-78.

SCHOENFELD, A. H. Problem solving in the United States, 1970 – 2008: research and theory, practice and politics. **ZDM Mathematics Education**, Karlsruhe, n. 39, p. 537-551, June 2007. Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/matematica/semana/arquivos/ZDM_Alan%20Schoenfeld.pdf>. Acesso em: 25 out 2011. DOI : 10.1007/s11858-007-0038-z

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p.31 - 42.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematical Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Reston, VA: NCTM, 1990. p.1-22.

VANDEWALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. ed. New York: Longman, 2001.