



Ensino de Funções Polinomiais de Grau Maior que Dois Através da Análise de seus Gráficos, com Auxílio do *Software Graphmatica*

The Teaching of Polynomial Functions of Degree Greater than Two Through Analysis of their Graphs, with Support of the Software Graphmatica

Clóvis José Dazzi*
Maria Madalena Dullius**

Resumo

A abordagem do conteúdo de funções polinomiais de grau maior que dois, pela forma algébrica, exige muito tempo em sala de aula. Além disso, os gráficos das funções esboçados pelos alunos em seus cadernos podem não apresentar exatidão, interferindo na análise de suas propriedades. Levando em conta essa realidade e a evidência das dificuldades que muitos alunos apresentam na resolução de exercícios envolvendo gráficos, esta pesquisa teve por objetivo investigar e propor uma abordagem alternativa para esse conteúdo, utilizando o *software Graphmatica*. Desenvolvemos uma intervenção pedagógica com 150 alunos de 3º ano de Ensino Médio em que foi utilizado o material pedagógico apresentado neste artigo. Os alunos fizeram um teste, com questões de vestibular, que nos permite verificar a sua aprendizagem por meio dessa abordagem, visto que o percentual de itens certos foi satisfatório. Portanto, mostrou uma possibilidade dinâmica e interativa aos alunos para o estudo de funções polinomiais de grau maior que dois.

* Mestre em Ensino de Ciências Exatas pelo Centro Universitário UNIVATES. Professor da Educação Básica, Carazinho, RS, Brasil. Endereço: Rua Pedro Vargas, 460, apto. 503, Centro, CEP: 99500-000, Carazinho, RS, Brasil. E-mail: cjdazzi@wavetec.com.br.

** Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Burgos (UBU), Espanha. Professora do Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, RS, Brasil. Endereço: Centro Universitário UNIVATES, Rua Avelino Tallini, 171, Bairro Universitário, CEP: 95000-000, Lajeado, RS, Brasil. E-mail: madalena@univates.br.

Palavras-chave: *Software Graphmatica*. Funções Polinomiais de grau maior que dois. Ensino de Matemática.

Abstract

Dealing with polynomial functions of degree greater than two, in their algebraic form, requires much time in the classroom. Moreover, the graphs of functions sketched by the students in their notebooks may not be exact, interfering in the analysis of the properties of the graphs. Taking this reality into account and the difficulties that many students present in the resolution of exercises involving graphs, the objective of the present research was to propose and investigate an alternative approach to teaching this content, using the software *Graphmatica*. We developed a pedagogical intervention with 150 third-year high school students in which we used the pedagogical material presented in this paper. Students took a test composed of university entry exam items that allows us to check their learning through this approach, since the percentage of right items was satisfactory. We therefore showed a dynamic and interactive alternative way for students to study polynomial functions of degree greater than two.

Keywords: *Software Graphmatica*. Polynomial Functions of degree greater than two. Mathematics Teaching.

1 Introdução

No presente texto, apresentamos o material desenvolvido e experimentado para a realização da intervenção pedagógica, cuja análise resultou na dissertação de mestrado vinculada ao Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES. O trabalho está alicerçado em estudos sobre a importância da inserção de recursos computacionais em situações de ensino e aprendizagem da Matemática, e visa a propor e investigar uma abordagem alternativa para o conteúdo de *funções polinomiais de grau maior que dois*, utilizando o *software Graphmatica*.

A motivação de trabalhar com esse tema se deu pelos anos de prática vivenciados pelo primeiro autor deste trabalho como professor de Matemática no Ensino Médio e nos cursinhos pré-vestibulares, que permitiram perceber as dificuldades que muitos alunos apresentam na resolução de exercícios envolvendo gráficos de funções polinomiais de grau maior que dois. No desenvolvimento tradicional desse conteúdo costuma-se desenhar manualmente os gráficos das funções, exigindo muito tempo para a atividade em sala de aula, desviando o foco principal que é a análise do comportamento desses gráficos. Esboçados

pelos alunos, muitas vezes sem a utilização de régua, os gráficos podem não apresentar exatidão, interferindo, assim, na análise das propriedades das funções polinomiais.

Por acreditar que os exercícios relativos a esse conteúdo possam ser conduzidos de outra forma, no que concerne à significação para o aluno e à garantia de exatidão dos resultados, e pela evidência desse conteúdo em questões de vestibular, optamos pela escolha de um *software*, como recurso facilitador para a aprendizagem de *funções polinomiais de grau maior que dois*. Esse recurso, além de ser gratuito e de fácil instalação em computadores, apresenta a vantagem da economia de tempo para o traçado dos gráficos e da consequente ampliação do tempo para a discussão das suas análises. Acreditamos, portanto, que esta abordagem pode ser facilitadora da aprendizagem dos estudantes.

Borba e Penteado (2005) citam exemplos de como a Informática pode ser inserida em situações de ensino e aprendizagem da Matemática, e mostram que o uso de calculadoras gráficas e *software* tem possibilitado o traçado de gráficos de funções, reforçando a ideia de que alunos que trabalham com esse recurso aprendem melhor e mais facilmente.

Iniciamos a pesquisa realizando um estudo bibliográfico sobre a relevância do uso de recursos computacionais nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática e sobre investigações já realizadas com essa abordagem. Na sequência, investigamos, por meio de um questionário aplicado a professores de Matemática de Ensino Médio dos municípios de Carazinho e Passo Fundo, como são trabalhadas as *funções polinomiais de grau maior que dois*. Por meio desse instrumento também procuramos identificar quais as dificuldades enfrentadas por eles e pelos alunos na abordagem do conteúdo, e se utilizam alguma ferramenta tecnológica para o desenvolvimento das aulas.

Em seguida, desenvolvemos uma prática pedagógica para exploração de *funções polinomiais de grau maior que dois*, em ambientes informatizados, utilizando o *software Graphmatica*. Participaram dessa intervenção alunos de 3º ano de Ensino Médio, de três escolas particulares, duas do município de Carazinho e uma de Passo Fundo, onde o primeiro autor é professor. Os alunos receberam guias contendo atividades, digitaram funções no computador, analisaram gráficos feitos com o *Graphmatica* e tiraram suas conclusões. Posteriormente, foi realizado um teste com questões de vestibular sobre o referido conteúdo para avaliar a aprendizagem desses alunos. Neste trabalho descrevemos os objetivos que nortearam a elaboração dessas atividades, bem como os resultados obtidos.

2 Aspectos teóricos: uma breve abordagem

As mudanças na Educação são necessárias, visto que a sociedade muda incessantemente. Se levarmos em conta o que ocorre no sistema produtivo, veremos uma mudança de paradigma, em que o controle da produção, antes segmentado e centralizado nas mãos de especialistas, agora exige trabalhadores capazes de assumir responsabilidades, tomar decisões, solucionar problemas (VALENTE, 1999). A educação, portanto, deverá operar segundo esse novo paradigma, ou seja, os professores deverão estar preparados não para sobrecarregar os alunos de informações, mas, sim, ajudá-los na construção do conhecimento.

De acordo com Gravina e Santarosa (1998), um ambiente informatizado faz uma diferença significativa no processo da aprendizagem da Matemática, pois, nesse contexto, o fazer, o experimentar, o interpretar e o induzir demonstram o papel ativo do aluno, diferente daquele que somente recebia informações. O aluno torna-se o agente do seu conhecimento, agindo, desafiando, abstraindo seu aprender e, segundo as autoras, o aprendizado matemático pode interferir em questões vivenciais, pois o raciocínio feito para resolver um problema pode ser usado, também, para interpretar outras situações. Sobre o aspecto visual em Educação Matemática, gerado pelas tecnologias, algumas características podem ser destacadas:

Visualização constitui um meio alternativo de acesso ao conhecimento matemático.

A compreensão de conceitos matemáticos requer múltiplas representações, e representações visuais podem transformar o entendimento deles. Visualização é parte da atividade matemática e uma maneira de resolver problemas. Tecnologia com poderosas interfaces visuais estão presentes nas escolas, e a sua utilização para o ensino e aprendizagem da matemática exige a compreensão dos processos visuais.

Se o conteúdo de matemática pode mudar devido aos computadores, [...] é claro neste ponto que a matemática nas escolas passarão [sic] por pelo menos algum tipo de mudança [...] (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 26 apud BORBA, 2010, p. 4).

Com o *Graphmatica* podemos digitar funções e obter os seus respectivos gráficos. Borba e Penteadó (2005, p. 37) observam que “As atividades [com calculadoras e *softwares*], além de naturalmente trazerem a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na

proposta pedagógica da disciplina: a experimentação”.

Existe, sim, uma preocupação daqueles que defendem a não utilização da tecnologia informática nas escolas, no sentido de que o aluno possa não aprender a traçar um gráfico pelo fato de obtê-lo apenas pressionando teclas do computador. Borba e Penteado (2005) refletem sobre esse tipo de preocupação, fazendo uma analogia com o uso do lápis e papel, recursos que também consideram como tecnologias

[...] será que o aluno deveria evitar o uso intensivo de lápis e papel para que não fique dependente dessas mídias? Em geral as pessoas ficam perplexas diante de tal questão. [...] Parece que não consideram o lápis e o papel como tecnologias, da mesma forma que o fazem com o computador. Para elas, o conhecimento produzido quando o lápis e o papel estão disponíveis não causa dependência. [...] Para nós, entretanto, sempre há uma mídia envolvida na produção de conhecimento (BORBA; PENTEADO, p. 12-13).

Cumpramos observarmos que o uso do computador é imprescindível na sociedade do conhecimento, e que a inserção de novas mídias no processo de ensino e aprendizagem não tornará obsoletas nem as mídias nem os métodos de ensino mais tradicionais. É necessário avaliar o que queremos enfatizar no ensino da Matemática e qual a mídia mais adequada para atender aos nossos propósitos.

3 Descrição do produto e resultados obtidos

Para o desenvolvimento da intervenção pedagógica anteriormente mencionada, organizamos algum material para explorar o conteúdo de *funções polinomiais de grau maior que dois* usando o *software Graphmatica*. O material elaborado foi experimentado em seis turmas de 3º ano de Ensino Médio de três escolas particulares, abrangendo 150 alunos, na faixa etária de 16 a 17 anos. As atividades propostas foram realizadas nas seis turmas, logo após terem sido desenvolvidos os conteúdos de polinômios em que os alunos aprenderam a identificar um polinômio; determinar o seu grau; valor numérico; igualdade de polinômios; polinômio nulo; operações com polinômios: adição, subtração, multiplicação e divisão; Teorema do Resto; Teorema de D’Alembert; dispositivo prático de Briot-Ruffini; Teorema das Divisões Sucessivas; definição de uma equação polinomial, Teorema Fundamental da Álgebra, Teorema da Decomposição em Fatores, multiplicidade de uma raiz, Teorema das Raízes Imaginárias, Teorema das Raízes Nulas e Relações de Girard.

Escolhemos o *Graphmatica*¹ por ser um *software* de domínio público, de uso bastante simples e disponibilizado gratuitamente na *Internet*², em que, por meio de barras de menus e comandos via teclado, temos a possibilidade de construir gráficos 2D. Esse recurso possibilita a visualização dos gráficos representativos das *funções polinomiais de grau maior que dois* e a consequente e imediata identificação das suas propriedades. A opção por esse *software* deu-se, também, pela preocupação com o tempo destinado ao desenvolvimento desse conteúdo, visto que permite grande economia de tempo no traçado dos gráficos, possibilitando, assim, maior tempo para uma boa análise dos resultados.

As atividades desenvolvidas com o *software Graphmatica* foram preparadas com um caráter sistemático, ou seja, as respostas a cada atividade seguem uma regularidade e são gradativas, permitindo ao aluno observar, analisar e registrar suas observações, a fim de construir e fixar os conceitos sobre o conteúdo. No Quadro 1, apresentamos uma síntese das atividades constantes no guia e seus respectivos objetivos. Destacamos que A1 refere-se à Atividade 1, A2 à Atividade 2 e assim sucessivamente até a Atividade 12.

ATIVIDADES	OBJETIVOS
A1: Função de grau par	Identificar, visualizando o gráfico, quando ele representa uma função de grau par.
A2: Função de grau ímpar	Verificar, visualizando o gráfico, quando ele representa uma função de grau ímpar.
A3: Coeficiente dominante(a_n) positivo	Verificar, visualizando o gráfico, quando ele representa coeficiente dominante positivo.
A4: Coeficiente dominante(a_n) negativo	Verificar, visualizando o gráfico, quando ele representa coeficiente dominante negativo.
A5: Termo independente	Observar que o gráfico corta o eixo das ordenadas no termo independente.
A6: Raiz simples	Identificar que o ponto onde o gráfico intercepta o eixo das abscissas, na forma de uma reta, constitui uma raiz simples.
A7: Raiz de multiplicidade par	Observar, no gráfico, quando a raiz é de multiplicidade par.
A8: Raiz de multiplicidade ímpar	Observar, no gráfico, quando a raiz é de multiplicidade ímpar.
A9: Coeficiente de x positivo	Verificar que o coeficiente de x é positivo quando o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na forma crescente.
A10: Coeficiente de x negativo	Verificar que o coeficiente de x é negativo quando o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na forma decrescente.
A11: Coeficiente de x igual a zero	Identificar, no gráfico, quando o coeficiente de x é nulo.
A12: Retomada de conceitos	Exercitar os conceitos adquiridos nas atividades precedentes.

Quadro 1 - Atividades da intervenção pedagógica e respectivos objetivos

¹ Não está no escopo deste trabalho apresentar um manual de uso do *Graphmatica*, mas existem vários disponíveis na internet, por exemplo em <<http://www.calculo.iq.unesp.br/PDF/Graphmatica-Manual>>.

² Disponível para download em <<http://www.graphmatica.com/patch22.html>>.

A seguir, transcrevemos quatro atividades que compõem o guia³ e registramos, mais detalhadamente, logo abaixo de cada questão, o objetivo que queríamos alcançar com a sua realização. Também apresentamos a figura do gráfico representativo das funções bem como a resposta de um aluno⁴, demonstrando o conceito construído. Cumpre lembrar que, no cabeçalho do guia, havia a definição de polinômio (de acordo com o livro didático dos alunos – Dante, 2008) e, como os alunos encontraram dificuldades para usar a linguagem matemática correta, isto é, x pertencente ao infinito negativo, x pertencente ao infinito positivo, x obviamente pertencente ao domínio da função, acordamos a terminologia início da função e fim da função, nessa ordem.

Atividade 1

Construa num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções polinomiais dadas:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

b) $f(x) = -x^2 + 5x - 4$

c) $f(x) = 6x^4 - 11x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

d) $f(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$

e) $f(x) = -x^4 - x^3 + 7x^2 + x - 6$

f) $f(x) = x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 15x^3 + 4x^2 - 12x$

1) Considerando o valor de x muito grande (positivo e negativo), analise cada gráfico e identifique onde ele começa e termina (se é na parte positiva ou negativa do eixo OY). 2) O grau dessas funções é par ou ímpar?

() par () ímpar

3) Como podemos identificar que o gráfico representa uma função de grau par?

Objetivo e análise da Atividade 1

Essa atividade foi elaborada com a pretensão de que os alunos observassem que o gráfico de uma função par, quando x tende ao infinito negativo ou infinito positivo, o gráfico tende somente ao infinito positivo ou ao infinito negativo, isto é, uma função polinomial na forma,

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \quad a_n \in \mathbb{R} \text{ e } n \in \mathbb{N}.$$

³ As atividades na íntegra estão disponíveis em <http://www.univates.br/ppgece/media/pdf/ANALISE_DE_GRAFICOS_DE_FUNCOES_POLINOMIAIS_DE_GRAU_MAIOR_QUE_DOIS.pdf>.

⁴ Em todas as respostas dadas pelos alunos, foi preservada a linguagem por eles usada.

Se n é par:

$$a_n < 0 \quad \text{para } x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow -\infty \\ \text{para } x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow -\infty$$

$$a_n > 0 \quad \text{para } x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow +\infty \\ \text{para } x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty$$

Pelas respostas dos alunos verificamos que eles foram capazes de perceber o aspecto mencionado e explicaram com a linguagem deles: quando a função começa e termina no mesmo lugar, conforme podemos verificar na Figura 2.

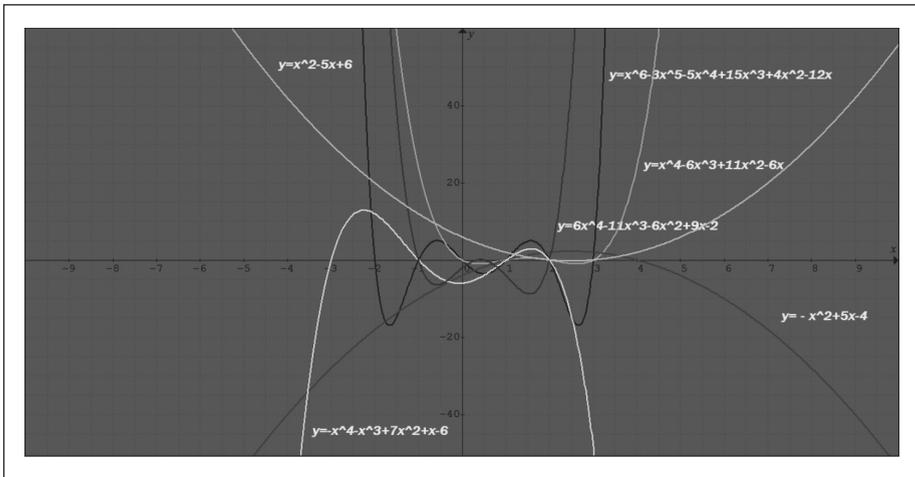


Figura 1 - Os gráficos representados na figura correspondem às funções da Atividade 1, realizadas por um aluno no *Graphmatica*.

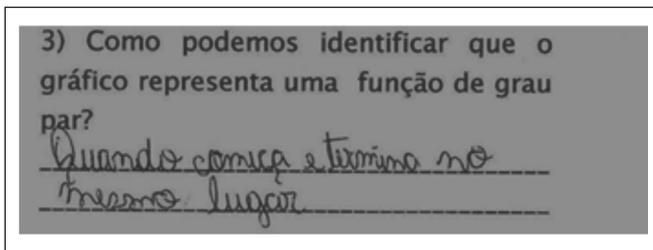


Figura 2 - Resposta da Atividade 1 apresentada por um aluno

A Atividade 2, com uma organização similar à Atividade 1, previa que os estudantes observassem que nos gráficos de função de grau ímpar não acontece o mesmo que na função de grau par, isto é, se uma função é de grau ímpar, quando x tende ao infinito negativo e ao infinito positivo, o gráfico tende ao

infinito positivo e ao infinito negativo. *Atividade 3*

Construa num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções polinomiais dadas:

a) $f(x) = 2x - 4$

b) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

c) $f(x) = x^3 - 8x^2 + 19x - 12$

d) $f(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

e) $f(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x$

1) Identifique onde cada gráfico termina (se é na parte positiva ou negativa do eixo OY).

2) O a_n é positivo ou negativo? () positivo () negativo

3) Quando você sabe que o gráfico representa uma função de a_n positivo?

Objetivo e análise da Atividade 3

Essa atividade foi elaborada com a intenção de que os alunos, pela observação do gráfico, concluíssem que x pertence ao domínio de f que, por ser polinômio é sempre \mathbb{R} ; quando o x tende ao infinito positivo, o gráfico tende ao infinito positivo, sendo assim o coeficiente dominante (a_n) é positivo. Pelos escritos dos alunos, observamos que chegaram à conclusão esperada, isto é, quando o domínio da função tende ao infinito positivo, o gráfico também está no infinito positivo (o gráfico termina em cima).

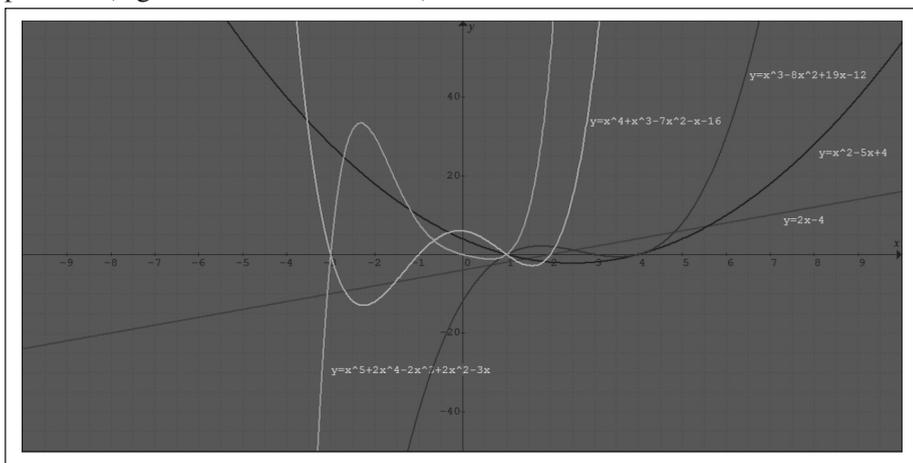


Figura 3 - Os gráficos representados na figura correspondem às funções da Atividade 3, realizadas por um aluno no *Graphmatica*.

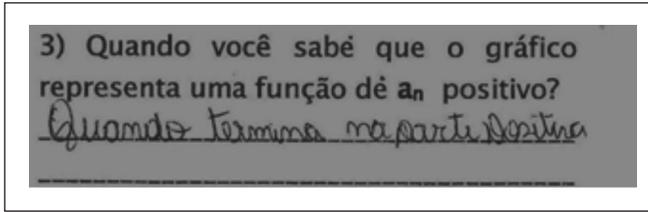


Figura 4 - Resposta da Atividade 3 apresentada por um aluno

A Atividade 4, semelhante à Atividade 3, teve a intenção de que os alunos identificassem que, quando o x pertencente ao domínio de f tende ao infinito positivo, o gráfico tende ao infinito negativo; quando isso acontece, o coeficiente dominante (a_n) é negativo. Já com a realização da Atividade 5, os alunos tiveram a oportunidade de identificar onde a função intercepta o eixo das ordenadas que, em todos os gráficos, correspondia ao valor do termo independente preservando o seu sinal.

A Atividade 6 foi planejada para que o aluno conseguisse identificar que, na vizinhança da raiz, quando o gráfico intercepta o eixo das abscissas, na forma de uma reta, a raiz é simples. Os alunos consideraram fácil encontrar as raízes simples, pois a visualização pelo *software* é muito boa.

Mediante a realização da Atividade 7, os estudantes deveriam visualizar que, quando o gráfico tangencia o eixo das abscissas nas vizinhanças da raiz, a raiz tem multiplicidade par (conhecida como raiz real e igual, podendo ser dupla, quádrupla...). E, com a realização da Atividade 8, semelhante à Atividade 7, os alunos puderam ver que, se a raiz for de multiplicidade ímpar, maior que 1, então o corte no eixo das abscissas será uma inflexão na vizinhança da raiz.

Atividade 9

Construa num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções polinomiais dadas:a) $f(x) = 3x + 6$

b) $f(x) = x^2 + 5x + 4$

c) $f(x) = 4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 4x - 1$

d) $f(x) = -2x^3 + x^2 + 2x - 1$

e) $f(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$

f) $f(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$

Considerando cada gráfico da esquerda para a direita, identifique:

1) Nas proximidades onde cada gráfico intercepta o eixo OY , ele é crescente, decrescente ou ambos (varia de crescente para decrescente ou vice-versa):

2) O coeficiente de x nestas funções é:

a) () positivo () negativo () zero

- b) () positivo () negativo () zero
 c) () positivo () negativo () zero
 d) () positivo () negativo () zero
 e) () positivo () negativo () zero
 f) () positivo () negativo () zero

3) Como você identifica no gráfico se o coeficiente de x é positivo?

Objetivo e análise da Atividade 9

A Atividade 9 requeria que o aluno identificasse que, quando a função representada pelo gráfico cujo coeficiente de x (no expoente um) intercepta o eixo das ordenadas na forma crescente, o coeficiente de x é positivo. A maioria dos alunos respondeu como era esperado.

A Atividade 10 foi planejada objetivando, como na Atividade 9, que o aluno identificasse que, quando o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na forma decrescente, o coeficiente de x é negativo.

Já com a Atividade 11 pretendíamos que os alunos identificassem similaridades nos gráficos. Nas proximidades da intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas aparece uma mudança de sentido, o que indica que o coeficiente de x (no expoente um) é zero, mas cabe destacar que não é um caso geral, visto que em funções do tipo $f(x) = x^3 + 1$, por exemplo, o gráfico aparenta ficar constante na intersecção com o eixo das ordenadas.

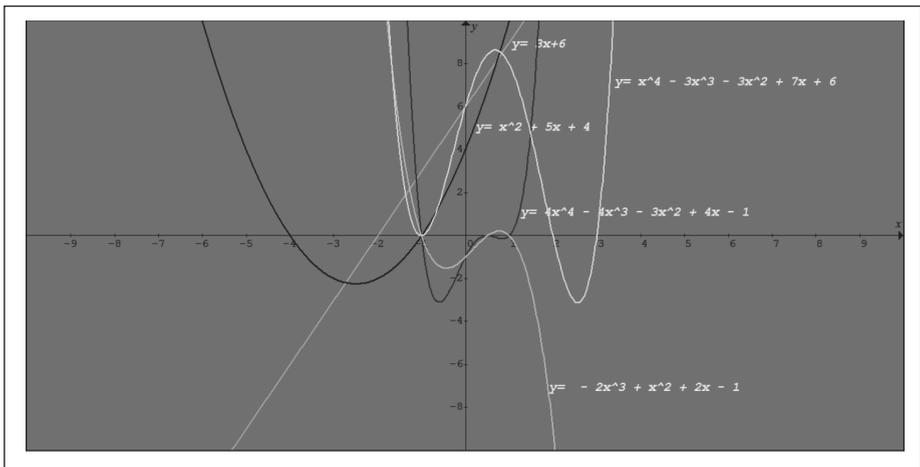


Figura 5 - Os gráficos representados na figura correspondem às funções da Atividade 9, realizadas por um aluno no *Graphmatica*

A Atividade 12 reunia vários conceitos construídos na realização das atividades anteriores e foi planejada para que os alunos pudessem aplicar seus conhecimentos. Durante a realização das atividades, observamos que os discentes mostravam-se atentos às explicações do professor quanto ao uso *Graphmatica*, demonstrando iniciativa e autonomia ao explorar a variação dos parâmetros na representação algébrica das funções e ao fazer conjecturas, devido à riqueza de conceitos e às representações gráficas que o recurso apresenta. Na prática, o ambiente computacional criou vantagens e incentivos para que trabalhassem com disposição e interesse, demonstrados por meio de questionamentos criativos e relevantes ao conteúdo trabalhado.

Na próxima seção, tratamos do teste aplicado aos alunos pós-intervenção pedagógica, e mostramos como foi a aprendizagem de *funções polinomiais de grau maior que dois*, a partir do trabalho com o auxílio do *software Graphmatica*.

4 Teste de conhecimento dos alunos

Conforme previa a prática pedagógica, no quarto encontro com os alunos aplicamos um teste, envolvendo o conteúdo de *funções polinomiais de grau maior que dois*⁵. Essas questões deveriam ser resolvidas individualmente, no ambiente da sala de aula, sem o apoio do guia de atividades feito nos encontros anteriores e sem o uso do computador. Optamos em realizar o teste sem permitir usar o computador, pois o objetivo da prática pedagógica está diretamente vinculado às provas de vestibular e essas não permitem o uso do computador. A ideia foi usar o computador como ferramenta de apoio para a aprendizagem do referido conteúdo e esta foi avaliada com o teste.

Para a elaboração do teste foram selecionadas 11 questões de provas de vestibular de universidades do Rio Grande do Sul, locais onde os alunos que integram o estudo prestam o vestibular. As questões contemplam o grau de dificuldade, tanto em nível de conhecimento quanto de tempo necessários para desenvolvê-las nesse tipo de processo seletivo. O total de 150 alunos das três escolas participantes desse estudo realizaram o teste.

Na sequência, apresentamos algumas questões que foram analisadas de acordo com a exigência de cada uma e pelo grau de dificuldade na sua resolução pelos alunos. Para essa análise, procuramos estabelecer uma relação

⁵ As atividades na íntegra estão disponíveis em: <http://www.univates.br/ppgece/media/pdf/ANALISE_DE_GRAFICOS_DE_FUNCOES_POLINOMIAIS_DE_GRAU_MAIOR_QUE_DOIS.pdf>.

com as atividades desenvolvidas no guia, ou seja, levamos em conta que os alunos já trabalharam com *funções polinomiais de grau maior que dois*, por meio do *software Graphmatica* e elaboraram as conjecturas que podem assegurar maior probabilidade de compreensão das questões. Junto à análise, mostramos o percentual de acerto dos alunos, sendo o total de acertos e erros das 11 questões encontrado no Tabela 1, disposto no final desta seção.

O objetivo da Questão 2 foi fazer com que o aluno, observando o gráfico, conseguisse identificar os coeficientes da função. As conclusões obtidas na resolução da Atividade 3, considerando que o gráfico da função mostra limite no infinito positivo, caso tenha coeficiente dominante (a_n) positivo, leva-o a eliminar as alternativas *a* e *b*; pelo estudo da Atividade 5 desenvolvida, o aluno elimina a alternativa *d*, pois o gráfico *corta* o eixo das ordenadas no ponto de valor do termo independente da função; e a Atividade 10 do guia permite ao aluno certificar-se de que a alternativa *e* é a correta, pois quando o gráfico intercepta o eixo das ordenadas, ele está num intervalo decrescente da função, decidindo que o coeficiente de *x* é negativo. Dos alunos pesquisados, 60,67% chegou à conclusão correta.

2) (PUCRS/2001-1) Na figura tem-se o gráfico de $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Os valores de **a**, **b**, **c**, e **d** são respectivamente,

- a) $-4, 0, 4$ e 2
- b) $-4, 0, 2$ e 4
- c) $1/4, 2, 10$ e 4
- d) $1, 0, -12$ e 16
- e) $1/4, 0, -3$ e 4

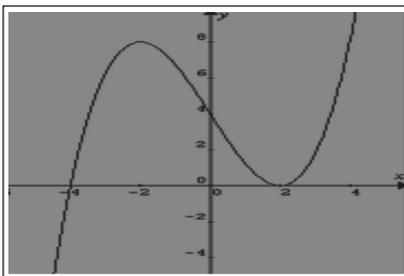


Figura 6 – Gráfico da Questão 2 do teste

Na questão 4 esperava-se que os alunos, visualizando o gráfico, conseguissem identificar os coeficientes da função a partir da observação dos critérios estabelecidos ao resolver as Atividades 3 e 5 do guia. A conjectura da

Atividade 5 permite ao aluno selecionar as questões *b* ou *d*, pois o gráfico mostra, na intersecção do eixo das ordenadas, o termo independente da função. A conjectura da Atividade 3 considera que caso o limite seja infinito positivo é porque o coeficiente dominante (a_n) é positivo. Assim fica eliminada a hipótese *b*. Os alunos chegaram à alternativa *d* com 78% de acerto.

4) (FURG/2003) O polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ é de grau 3, tem como raízes $x = -1$, $x = 1$ e $x = 2$, e seu gráfico está indicado na figura abaixo.

Assinale a alternativa que apresenta os coeficientes desse polinômio.

a) $a = 2$, $b = 4$, $c = -2$, $d = -4$

b) $a = -2$, $b = -4$, $c = 2$, $d = 4$

c) $a = 1$, $b = -2$, $c = -1$, $d = 2$

d) $a = 2$, $b = -4$, $c = -2$, $d = 4$

e) $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$, $d = 2$

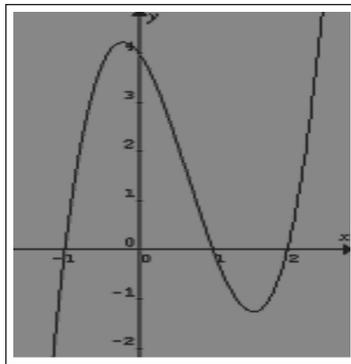


Figura 7 – Gráfico da Questão 4 do teste

O objetivo da escolha da questão 6 foi fazer com que o aluno, observando o gráfico, o relacionasse com a conjectura da Atividade 5, pois o gráfico intercepta o eixo das ordenadas, no ponto de valor do termo independente da função, com a conjectura da Atividade 6, que identifica que, quando o gráfico intercepta o eixo das abscissas, a raiz é simples, e com a conjectura da Atividade 7, em que o ponto onde a função tangencia o eixo das abscissas e não o intersecciona mostra uma raiz de multiplicidade par. Diante disso, o aluno assinala como correta a alternativa d. A maioria dos alunos (84%) correspondeu à expectativa de acerto.

6) (UFSM/97) O gráfico representa uma função $f: \hat{A} \rightarrow \hat{A}$ em que $f(x)$ é um polinômio do 3º grau. Para a equação $f(x) = 0$, afirma-se o seguinte:

I – O termo independente é igual a 3.

II – As raízes são -3 , 3 e 1 .

III – As raízes são $-3, 1$ e 1 .

IV – As raízes são $-3, -3$ e 1 .

Está(ão) correta(s)

- a) II apenas
- b) III apenas
- c) I e II apenas
- d) I e III apenas
- e) I e IV apenas

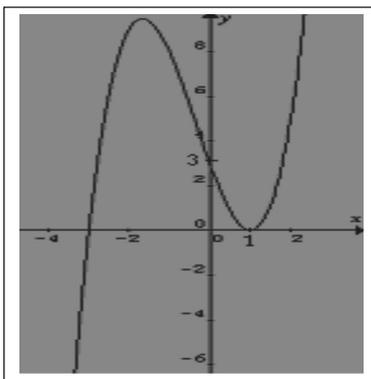


Figura 8 – Gráfico da Questão 6 do teste

Na Tabela 1, apresentamos os resultados obtidos, no teste de conhecimento, pelos 150 alunos. Nele consta, em números e percentuais, a quantidade de respostas dadas a cada alternativa de cada questão. Por exemplo, na Questão 1, 117 alunos (78%) marcaram a alternativa A, 10 alunos (6,667%) marcaram a alternativa B, 5 (3,333%) a alternativa C, 7 (4,667%) a alternativa D, e 11 (7,333%) a alternativa E. Cumpre lembrar que, para melhor visualização, optamos por apresentar em negrito as pontuações corretas.

Tabela 1 - Resultados obtidos pelos alunos no teste aplicado pós-trabalho com *funções polinomiais de grau dois* com auxílio do *Graphmatica*.

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	Num	117	14	7	2	15	3	10	2	4	4
	%	78	9,333	4,667	1,33	10	2	6,667	1,333	2,67	2,667
B	Num	10	32	15	16	24	2	11	2	20	3
	%	6,667	21,33	10	10,7	16	1,333	7,333	1,333	13,3	2
C	Num	5	12	19	9	21	18	61	3	2	4
	%	3,333	8	12,67	6	14	12	40,67	2	1,33	2,667
D	Num	7	1	10	117	82	126	58	131	119	134
	%	4,667	0,667	6,667	78	54,67	84	38,67	87,33	79,3	89,33
E	Num	11	91	99	6	8	1	10	12	5	5
	%	7,333	60,67	66	4	5,333	0,667	6,667	8	3,33	3,333
Bran	Num	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Consideramos importante o fato de nenhum aluno ter deixado uma questão em branco. Isso leva-nos a crer que a prática pedagógica com o uso do *Graphmatica* deu segurança aos alunos para que realizassem as questões. Conforme previsto por Valente (1999, p. 108), a sociedade do conhecimento requer indivíduos com capacidade para pensar, aprender sobre aprender, conhecer seus próprios potenciais. “[...] Certamente, esta nova atitude é fruto de um processo educacional, cujo objetivo é a criação de ambientes de aprendizagem, onde os aprendizes podem vivenciar e desenvolver estas capacidades”.

A partir dos resultados obtidos no teste, calculamos o coeficiente alfa de Cronbach, que pode ser verificado no Tabela 2, a fim de estimar a parcela fidedigna comum aos itens do teste. Também aplicamos um questionário aos alunos, a fim de verificar as suas considerações sobre a prática pedagógica desenvolvida, mas não está no escopo deste trabalho apresentar a análise dos dados desse instrumento de coleta de dados, mas as informações podem ser encontradas em <http://www.univates.br/bdu/handle/10737/219>

Tabela 2 - Coeficiente alfa de Cronbach do teste

Número de alunos	Número de itens	Média de Acertos	Desvio-padrão	Coeficiente alfa
150	11	7,90	2,62	0,78

5 Considerações

Vários foram os referenciais teóricos que contribuíram na elaboração e realização da prática desenvolvida. Após a pesquisa bibliográfica, traçamos a metodologia da pesquisa, que incluiu a elaboração de um guia de atividades, para serem resolvidas com o auxílio de um *software* e que levassem os alunos à construção de conceitos sobre o conteúdo, e a elaboração de um teste pós-prática que envolvesse questões de vestibular e que pudesse nos apontar resultados quanto à aprendizagem dos alunos.

Convencionalmente, o conteúdo de *funções polinomiais de grau maior que dois* é introduzido a partir da sua definição, seguido de exercícios práticos em que se constroem os gráficos das funções (geralmente de forma algébrica) e se analisam suas propriedades. Mas, conforme observamos nos livros didáticos, poucos abordam o conteúdo e, quando abordam, não o fazem de maneira que contemple os passos acima referidos.

Buscamos, entre os vários *software* educacionais gráficos disponíveis,

um que atendesse ao desenvolvimento do conteúdo de forma motivadora e dinâmica. Assim, optamos pelo *Graphmatica*, que permite experimentar, explorar e reconhecer, por meio dos gráficos traçados, as propriedades das *funções polinomiais de grau maior que dois*. Digitando as funções dadas no guia de atividades, os alunos visualizavam as representações gráficas, analisavam-nas e iam, paulatinamente, conforme previmos na elaboração dos exercícios, construindo os conceitos, ou seja, teorizando, abstraíndo. Podemos concordar com Borba e Villarreal (2005) quando dizem que a visualização dos gráficos na tela do computador constituiu um meio alternativo de acesso ao conteúdo matemático.

Observamos que, após a realização das atividades com o *Graphmatica*, os alunos demonstraram confiança e entusiasmo em fazer as questões do teste. cremos, pois, que planejar situações interessantes de trabalho em que os alunos participem de sua própria aprendizagem faz com que eles próprios, diante de dificuldades, tentem superá-las. A otimização do tempo foi um dos excelentes resultados do trabalho com o *software*, visto que toda a intervenção pedagógica, desde as instruções para o uso do *Graphmatica* até o questionário aos alunos, ocupou somente oito períodos de aula. Caso trabalhássemos com funções pela forma algébrica, precisaríamos de um período de aula somente para traçar um gráfico e analisar suas conjecturas.

A flexibilidade e a rapidez com que o *software Graphmatica* exhibe informações gráficas torna possível trabalhar integralmente conteúdos matemáticos, como as *funções polinomiais de grau maior que dois*, aproveitando o tempo, convencionalmente destinado ao traçado manual de gráficos, na ampliação de análises e discussões. Ainda que nosso objetivo não tenha sido fazer uma comparação entre a aprendizagem num cenário informatizado e num cenário tradicional, gostaríamos de nos posicionar a favor da informática na educação, visto que a metodologia proposta e executada para *funções polinomiais de grau maior que dois* mostrou-se um meio viável para conduzir os alunos a uma aprendizagem significativa.

Referências

BORBA, M. C. Softwares e internet na sala de aula de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010. p. 1-11. CD-ROM. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/marceloxenen.PDF>>. Acesso em: 07 jun. 2012.

BORBA, M. C. Softwares Internet na sala de aula. In: ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, **Anais...** Salvador, BA, 2010.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, 4., 1998, Brasília. **Anais...** Brasília, 1998. p. 1-24. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/117.pdf>. Acesso em: 13 mai. 2013.

VALENTE, J. A. **O Computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

Submetido em Agosto de 2012.
Aprovado em Fevereiro de 2013.