

RESENDE, M. R. **Re-significando a disciplina de Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura**. 2007. 281f. (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. (Orientadora: Sílvia Dias Alcântara Machado).

Por Luciana M. Elias de Assis*

A tese de doutoramento de Marilene Ribeiro Resende, defendida em 2007 pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e orientada pela Profa. Dra. Sílvia Dias Alcântara Machado para obtenção do título de doutora em Educação Matemática, investiga qual a álgebra deve ser ensinada nos diferentes níveis de escolaridade, em especial na formação de professores de matemática básica. Procura-se responder a seguinte questão: “Qual Teoria dos Números é ou poderia ser concebida como um saber a ensinar na licenciatura em matemática, visando a prática docente na escola básica?” (RESENDE, 2007, p. 34).

Para o desenvolvimento de sua tese, a autora utiliza uma abordagem de pesquisa qualitativa. A expressão *abordagem de pesquisa qualitativa*, aqui utilizada, consiste em (a) analisar as propostas curriculares das disciplinas que tratam de Teoria dos Números em 12 universidades brasileiras, (b) analisar 10 livros didáticos dentre os mais escolhidos nos programas das disciplinas pesquisadas e (c) analisar 7 entrevistas semi-estruturadas realizadas com professores e pesquisadores em Teoria dos Números e em Educação Matemática (RESENDE, 2007). Para o tratamento dos dados coletados foi feito um estudo documental e pesquisa de campo, buscando leituras sobre o tema, na biblioteca da Universidade de São Paulo (USP), levantamento das propostas curriculares em que são tratados conteúdos de Teoria dos Números (RESENDE, 2007) e utilizou-se a análise de conteúdo descrita por Ludke e André (1986), Laville e Dionne (1999) e Bardin (1977). A autora busca seus referenciais teóricos em Chevallard (1999), Chervel (1990), Tardif (2002), Lopes e Macedo (2002) para discutir o saber científico e o saber a ensinar; em Shulman (1986) apóia-se para discutir os saberes dos professores; e em Campbell e Zazkis (2002) para tratar da Teoria dos Números no ensino. Ao final de seu trabalho conclui que a Teoria dos Números tratada na maioria das universidades pesquisadas não tem a preocupação com a formação do professor da escola básica, pois a abordagem dos conteúdos é axiomática, numa linguagem simbólico-

* Mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Docente da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas do Campus Universitário de Sinop da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), Sinop, MT, Brasil. Endereço para correspondência: Rua dos Buritis, 1249, Bairro Jardim Maringá, CEP: 78.556-204, Sinop, MT, Brasil. E-mail: lucianam@unemat-net.br

formal com ênfase nas demonstrações, enquadrando seu ensino na tendência formalista clássica. Entretanto, a autora identifica possibilidades para re-significar a Teoria dos Números ao considerar que tópicos da Teoria dos Números estão presentes na educação básica.

Como forma de abordar o problema da tese, organiza seu trabalho em sete capítulos buscando compreender a Teoria dos Números como saber a ensinar voltado para a formação inicial do professor da escola básica, procurando levantar possibilidades para re-significar essa área nos currículos da licenciatura em matemática e, conforme proposto por Morin (2001), associa o nosso compreender com explicações, advindas dos referenciais teóricos e dos dados.

No capítulo 1, intitulado *Justificativas e Questões Metodológicas*, Resende procura situar o interesse pelo tema a partir de sua trajetória profissional, inserido no contexto das diretrizes nacionais para o ensino de matemática nos níveis fundamental e médio dos últimos dez anos, bem como para a formação de professores da escola básica. Destaca que dentre suas motivações para o trabalho desenvolvido na tese, estão os questionamentos relacionados ao ensino e aprendizagem de números, que segundo Lins e Gimenes (1997) sempre foi um assunto que ocupa grande parte do ensino obrigatório em matemática em todos os países. Ao tratar da formação de professores e dos saberes específicos, defende uma educação que favoreça a aptidão natural da pessoa em formular e resolver problemas (MORIN, 2001), enfatizando, no contexto dessas ideias, as concepções de aprendizagem para a educação básica e indicando problemáticas relacionadas às Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da educação básica aprovada em 2001. Menciona, no campo curricular, a desconsideração do repertório de conhecimentos dos professores em formação e o tratamento inadequado dos conteúdos e, nessa perspectiva, questiona qual Álgebra deve ser ensinada em licenciaturas. Segundo Coelho, Machado e Maranhão (2003), há uma escassez de trabalhos que buscam estabelecer inter-relações entre disciplinas teóricas e práticas na licenciatura em matemática e estudos que relacionam a matemática ensinada na licenciatura e a praticada nas escolas de educação básica. Quanto à Teoria dos Números, segundo Machado, Maranhão e Coelho (2005), embora ela tenha um potencial formador, essa disciplina vem sendo negligenciada em todos os segmentos de escolaridade. A autora menciona que esta, dentre outras preocupações, contribuíram para a criação do Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica da PUC-SP, cuja questão central consiste em determinar qual a álgebra deve ser ensinada em cursos de formação de professores de matemática e, dentre os trabalhos desenvolvidos no grupo, destaca quatro por estarem ligados ao tema em estudo. A autora

também fala do ensino-aprendizagem da álgebra, em particular da Teoria dos Números, em nível mundial, com pesquisas em diferentes níveis educacionais, incluindo a formação de professores, fornecendo em alguns estudos indicações do potencial da Teoria dos Números para a compreensão mais aprofundada da matemática fundamental, apontando a necessidade de mais pesquisas nesta área.

No capítulo 2, intitulado *Saber “sábio”- saber a ensinar – saber escolar e a formação de professores*, a autora procura fazer um estudo sobre o tema reportando-se às contribuições teóricas que abordam a questão dos saberes no ensino como um saber a ser ensinado na licenciatura através da compreensão da Teoria dos Números. Apresenta concepções sobre o saber, indicando o saber abordado em termos de representações mentais, o saber como juízo verdadeiro, o saber “sábio” que, segundo a autora, é produzido principalmente pelos pesquisadores, sendo chamado também de saber científico, e tem por consequência o surgimento dos saberes veiculados no ensino superior, onde as disciplinas acadêmicas formam um conjunto de conteúdos e práticas, frutos de uma transposição didática, incluindo finalidades, elementos pedagógicos e outros do meio profissional de referência e da sociedade em geral, organizado de modo a manter uma unidade científica e didática, fazendo com que as disciplinas acadêmicas da licenciatura em matemática possam ser consideradas artefatos que incorporam valores, finalidades, e não sendo vistas como meras listas de conteúdos, organizadas lógica e cronologicamente. Nesse sentido, a autora busca compreender a Teoria dos Números como disciplina na formação do professor de matemática e, para tanto, fala ainda sobre as disciplinas escolares, definindo-as e estabelecendo suas relações com as disciplinas acadêmicas por entender que a licenciatura prepara o professor para trabalhar as disciplinas escolares. Apresenta uma fundamentação através de vários autores ao abordar as disciplinas escolares e, em especial, da matemática escolar, visto que, neste estudo, a autora busca re-significar uma disciplina acadêmica específica, a relação entre a matemática escolar e a matemática desenvolvida nessa disciplina acadêmica fazendo um estudo da transposição didática, ou seja, a transposição dos saberes para fins educacionais. Nesta abordagem, Resende refere-se à transposição didática segundo Chevallard: “todo projeto social de ensino e de aprendizagem se constitui dialeticamente com a identificação e a designação de conteúdos de saberes como conteúdos de saberes a ensinar” (CHEVALLARD, 1991, p. 39). A autora também discute aspectos dentre os quais estão destacados os saberes profissionais dos professores envolvendo conhecimentos, competências, habilidades e atitudes ressaltando a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo. Dessa forma, finaliza o capítulo 2

com questões que serão respondidas no capítulo 4: “Onde trabalhar o conhecimento pedagógico do conteúdo? Apenas nos estágios e nas práticas de ensino? Ou esse tipo de conhecimento cabe nas disciplinas específicas?” (RESENDE, 2007, p. 67).

No capítulo 3, intitulado *A Teoria dos Números enquanto saber científico – algumas considerações*, Resende busca responder o que é a Teoria dos Números enquanto saber científico. Para tanto, faz uma breve incursão na História da Matemática em Boyer (1974) e Howard (2002) para buscar elementos que permitam a contextualização da Teoria dos Números em suas origens, contribuindo para uma melhor compreensão desse campo. Nas raízes da história da Teoria dos Números, presente nas civilizações mais antigas, está o surgimento dos números naturais devido à necessidade de contar. Como exemplo, podemos citar a representação dos números naturais através da tábua de Plimpton, escrita pelos babilônios por volta de 1900 a 1600 a. C.. Nela estão registradas triplas de números, sendo mais tarde denominados números pitagóricos, já que satisfazem o teorema de Pitágoras. Entretanto, foi na Grécia que o estudo dos inteiros positivos ganhou caráter mais formal, em especial na escola pitagórica, cuja filosofia baseava-se no pressuposto de que a causa última das coisas são os números naturais. Para os gregos, o estudo das relações abstratas era chamado de aritmética, hoje conhecido como teoria dos números, conforme apontado por Coutinho (2000). Vários conceitos envolvendo números são atribuídos aos pitagóricos, por exemplo, o conceito de números *amigáveis* (dois números são considerados amigáveis se cada um deles é igual à soma dos divisores do outro, excluindo o próprio número, por exemplo, 220 e 284). Podemos citar ainda, os conceitos de números *perfeitos*, *deficientes* e *abundantes* etc. Muitos problemas foram tratados por Euclides e ainda, merecendo um especial destaque, está o matemático Diofanto de Alexandria, tendo uma forte influência sobre os matemáticos que se dedicaram mais tarde à Teoria dos Números. Embora a matemática continuasse a ser estudada em outras civilizações nos séculos seguintes ao III d. C., somente a partir do século XVIII a Teoria dos Números ganhou novo impulso, em especial, com as contribuições de Fermat, Euler, Lagrange e Gauss.

A autora também relaciona a Teoria dos Números a outros campos da matemática, em especial à Álgebra e à Aritmética, ressaltando que devido aos elementos de intersecção com esses campos, é dada à Teoria dos Números pouca ênfase nos currículos de diferentes níveis de ensino, não só no Brasil, mas também em outros países, conforme apontam Campbell e Zazkis (2002). Segundo esses pesquisadores, conteúdos da Teoria dos Números são incluídos nos cursos de Álgebra ou de Aritmética, em contextos menos formais, o que não lhes garante

destaque e importância nas propostas curriculares. Ao considerar que as interfaces entre Álgebra, Aritmética e Teoria dos Números não são muito claras, a autora propõe verificar como a Teoria dos Números aparece nos cursos de licenciatura em Matemática.

No capítulo 4, intitulado *A disciplina Teoria dos Números nos cursos de licenciatura em matemática*, é realizado um levantamento das propostas curriculares de disciplinas em que estão inseridos conteúdos de Teoria dos Números, constantes no currículo de doze universidades brasileiras¹. A análise das disciplinas foi feita no contexto geral do projeto pedagógico dos cursos, sendo possível observar que em todas as universidades pesquisadas o objetivo dos cursos é formar o professor de matemática para atuar na segunda fase do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Em algumas universidades, está incluso o objetivo de preparar o aluno para a pós-graduação, especialmente na área de ensino de matemática. É feita também uma análise dos princípios norteadores da formação, apresentando em que momento do curso a disciplina de Teoria dos Números é ministrada. A autora comenta os objetivos considerados, analisa os conteúdos programáticos e a metodologia de ensino utilizada.

No capítulo 5, denominado *A disciplina Teoria dos Números nos livros didáticos*, é feita uma análise dos livros didáticos adotados pelas universidades pesquisadas. Resende considera os livros didáticos para buscar elementos que possam contribuir para a compreensão da Teoria dos Números como um saber a ensinar, na formação do professor de matemática da escola básica, procurando revelar o que se ensina, o porquê e o como. Foram selecionados 10 livros, divididos em dois grupos para a análise: no primeiro grupo foi feita uma análise mais global, a partir do prefácio, do índice ou do sumário e dos capítulos referentes aos naturais e aos inteiros, no caso dos livros de Álgebra, e dos capítulos referentes à divisibilidade, no caso dos livros de Teoria dos Números. No segundo grupo, a autora faz uma análise mais detalhada de alguns temas, especialmente aqueles que possuem uma relação mais estreita com a matemática da escola básica, partindo do pressuposto de que o livro didático de matemática apresenta um conjunto organizado de objetos ligados entre si por diversas relações, retratando uma matemática organizada.

¹ Universidade de São Paulo (USP); Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG); Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Rio Claro (UNESP); Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP); Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC); Universidade Federal de São Carlos (UFSCar); Universidade de Brasília (UnB); Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC); Universidade Federal de Santa Maria (UFSM); Universidade Federal de Pernambuco (UFPE); Universidade Federal da Bahia (UFBA).

No capítulo 6, intitulado *A Teoria dos Números como saber a ensinar – o que pensam os pesquisadores da área, os educadores matemáticos e os professores da disciplina*, a autora trata das entrevistas semi-estruturadas realizadas com o objetivo de verificar como grupos acadêmicos, pesquisadores em matemática, em educação matemática e professores concebem o ensino da Teoria dos Números, buscando revelar aspectos que justifiquem a sua presença na formação do professor de matemática da escola básica. A autora faz uma análise do conteúdo de todas as entrevistas realizadas resultando em busca de significados para a Teoria dos Números na licenciatura e em razões para concebê-la nos currículos dos cursos das universidades estabelecendo, a partir de conteúdos das entrevistas, as relações entre a Teoria dos Números, Aritmética e Álgebra e também a Teoria Elementar dos Números como disciplina acadêmica, apresentando o que ensinar e o como ensinar.

No capítulo 7, intitulado *Potencialidades, Dilemas e Tensões relacionados à Teoria dos Números como saber a ensinar*, a autora trata de questões ligadas à própria natureza da matemática, relacionadas ao porque a matemática funciona, à sua utilidade, ao simbologismo, à abstração, à generalização, à formalização, às demonstrações, à questão estética, aos enigmas da matemática, à questão da certeza, tomando como referência a Teoria dos Números como um saber a ensinar na formação do professor da escola básica, considerando aspectos que emergiram das análises feitas nos capítulos de 1 a 6, e buscando na literatura em educação matemática elementos que contribuam para o re-pensar e re-significar o seu ensino. Também comenta sobre dilemas e tensões de natureza epistemológica, cognitiva e didática que se manifestam de forma articulada com implicações no ensino de matemática de todos os níveis.

Em suas *considerações e reflexões finais*, a autora retoma a questão geradora de sua pesquisa – “Qual Teoria dos Números é ou poderia ser concebida como um saber a ensinar na licenciatura em matemática, visando a prática docente na escola básica?” (RESENDE, 2007, p. 34). Sintetiza as respostas das questões sobre qual Teoria dos Números tem sido ensinada no Brasil, como professores e pesquisadores em Teoria dos Números e em Educação Matemática concebem a Teoria dos Números e o seu ensino, e qual a Teoria dos Números poderia ser concebida como saber a ensinar na licenciatura em matemática, visando à formação do professor na escola básica e destacando a importância do estudo dos números inteiros nesse processo.

O tema de pesquisa desenvolvido por Resende é de relevância para os cursos de licenciatura em matemática e para os professores de matemática, uma vez que busca

estabelecer inter-relações entre estudos da matemática ensinada na licenciatura e a praticada nas escolas de educação básica.

Acredito que por haver uma dicotomia entre as disciplinas de formação pedagógica, vinculadas à educação matemática e as disciplinas de formação específica do curso de licenciatura, vinculadas à área do conhecimento específico de matemática, muitos trabalhos desenvolvidos em Educação Matemática restringem-se a pesquisadores da área de Educação Matemática e, na maioria das vezes, não chegam até os professores de Matemática que atuam em outras áreas do conhecimento, deixando de contribuir para o crescimento pedagógico e crítico desses profissionais diante das possibilidades que são apresentadas a partir desses estudos. Podemos destacar também que o trabalho da autora com relação ao tema é recente, e fornece importantes contribuições para professores que atuam em licenciatura em matemática, pois escolhe como objeto de sua pesquisa 12 universidades bem estabelecidas no Brasil, além de analisar bibliografias atuais que em sua maioria são utilizadas atualmente em muitos cursos de matemática em disciplinas de Álgebra e Teoria dos Números.

Outro aspecto que chama a atenção é a discussão sobre as provas e argumentações em Teoria dos Números no ensino, que a autora realiza questionando os modos de conceituar prova e demonstração na matemática e na educação matemática, pontuando alguns aspectos que permitem discutir este assunto como possibilidade e como dilema no ensino da Teoria dos Números na licenciatura.

Considero importante destacar que a autora, segundo minha visão, poderia também ter inserido em sua tese tópicos e aplicações elementares de Teoria dos Números sugerindo metodologias para o ensino e a aprendizagem da disciplina, visto que em sua pesquisa e na análise dos livros didáticos, apenas 3 obras dentre todas as analisadas se destinam também à formação de professores.

Finalmente, considero que a forma como a autora sintetiza as perguntas realizadas nas entrevistas semi-estruturadas fornecem dados importantes sobre análise dos livros, concepção da Teoria dos Números e sua relação com a formação de professores, análise dos conteúdos pertinentes à Teoria dos Números, entre outros que servem de ferramentas para o desenvolvimento de novas pesquisas acerca do assunto. Trata-se de um trabalho rico em discussões teóricas que envolvem questões que permeiam o ensino e a aprendizagem, contendo uma visão da Educação Matemática que possibilita aos leitores obter informações que possam contribuir para a aplicação de conhecimentos matemáticos em suas atividades profissionais, identificando a importância da matemática como um saber pedagógico.



Referências

- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa/Portugal: Edições 70 LDA, 1977.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.
- CAMPBELL, S. R.; ZAZKIS, R. (Ed.). **Learning and teaching number theory: research in cognition and instruction**. Westport, CT: Ablex, 2002.
- CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.
- CHERVEL, A. História da disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria e Educação**, Porto Alegre, n. 2, p. 177-229, 1990.
- CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Genoble: La Pensée Sauvage, 1991.
- COELHO, S. P.; MACHADO, S. D. A.; MARANHÃO, M. C. S. A. Projeto: qual a álgebra a ser ensinada em cursos de formação de professores de matemática? In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais...** Santos: SBEM, 2003. p. 103-104. CD-ROOM.
- COUTINHO, S. C. **Números Inteiros e Criptografia RSA**. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA-SBM, 2000.
- HOWARD, E. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 3. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2002.
- LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Tradução de Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artes Médicas; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.
- LINS, R. C.; GIMENES, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas, SP: Papyrus, 1997.
- LOPES, A. R. C.; MACEDO, E. A estabilidade do currículo disciplinar: o caso das ciências. In: LOPES, A. C.; MACEDO, E. (Org.). **Disciplinas e Integração curricular: histórias e políticas**. Rio de Janeiro: DP & A, 2002. p. 73-94.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MACHADO, S. D. A.; MARANHÃO, M. C.; COELHO, S. P. Como é utilizado o Teorema Fundamental da Aritmética por atores do Ensino Fundamental. In: CONGRESO IBEROMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 5., 2005, Porto. **Actas do V CIBEM...** Porto: Editora da Associação de Professores de Matemática, 2005. v. 1, p. 1-12. CD-ROM.
- MORIN, E. **A cabeça bem feita: repensar a reforma, reformar o pensamento**. Tradução de Eloá Jacobina. 3. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001.
- SHULMAN, L. S. Those who undestand: knowlege growth in teaching. **Educational Research**, Washington, US, v. 15, n. 2, p. 4-14, Feb. 1986.
- TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.