



A Função Metodológica da História para Elaboração e Execução de Procedimentos de Ensino na Matemática¹

José Roberto Boettger Jardineti²

Este artigo tem como objetivo apresentar alguns subsídios para compreensão da função metodológica da investigação histórica dos conceitos matemáticos enquanto recurso imprescindível para elaboração e execução de procedimentos de ensino orientados segundo uma concepção dinâmica e relacional de matemática.

Em função desse objetivo, estar-se-á aqui apresentando a necessária diferenciação entre a função metodológica desempenhada pela investigação histórica no momento da fundamentação teórica do educador e a função metodológica da investigação histórica no momento da elaboração e execução de procedimentos de ensino.

Se, por um lado, é fato proclamado no meio pedagógico o recurso histórico como uma alternativa eficaz para interpretação processual dos conteúdos matemáticos, por outro lado, a prática educativa tem trabalhado a lógica dos conceitos de uma forma antagônica a esse caráter processual presente na investigação histórica. Os procedimentos de ensino apresentam-se respaldados numa lógica da justaposição, na medida em que os conceitos são apreendidos e assimilados de forma desconexa, estanque e aleatória.

Para muitos, a função metodológica da história dos conceitos a serem apreendidos e assimilados restringe-se tão somente a um caráter meramente ilustrativo e informativo. Os procedimentos de ensino apresentam no início do tópico conceitual a ser desenvolvido uma pequena introdução histórica do assunto aí trabalhado ou, então, apresentam fatos curiosos relativos à vida de um matemático ilustre, à origem de um determinado símbolo ou conceito. Os livros didáticos “Matemática” de Gelson Iezzi

¹ Digitalizado por Adailton Alves da Silva e Marcos Lübeck, alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus de Rio Claro.

² Prof. Assistente do Departamento de Educação da Faculdade de Ciência e Tecnologia do Campus de Presidente Prudente da UNESP.

(Iezzi, 1990) e “Matemática e Vida” de Bongiovanni (Bongiovanni, 1991) são exemplos em que ocorrem tais fatos. Para outros, o recurso à investigação histórica ocorre mediante procedimentos de ensino guiados subliminarmente pela suposta idéia de que o simples fato do conhecimento da trajetória histórica dos conceitos matemáticos já esteja possibilitando ao aluno a compreensão da lógica dos conceitos. Percorrer a história torna-se a solução mágica determinante para superação do estaticismo, da ausência de relação inerente aos procedimentos de ensino existentes. É claro que ninguém afirma isso categoricamente; entretanto, pude constatar a defesa de tal posição em discussões informais realizadas durante os encontros nacionais de educação matemática, dos quais pude participar (II, III e IV ENEM).

Tais abordagens revelam que essa questão metodológica não tem sido devidamente compreendida em toda a sua riqueza e complexidade. No caso dos procedimentos de ensino que apresentam uma pequena introdução histórica do tópico matemático a ser desenvolvido, verifica-se que essa introdução histórica, ao nível de sua lógica, em nada contribui para o entendimento da própria lógica dos conceitos, e, com isso, possibilitar a elaboração e execução de procedimentos de ensino verdadeiramente dinâmicos e relacionais. Já no que se refere à suposta idéia de que o simples fato do conhecimento histórico dos conceitos permite uma visão dinâmica e processual da matemática, estabelece-se uma identidade mecânica entre os dois processos, reduzindo a questão metodológica do ensino a uma reprodução condensada da história do conhecimento.

Ambas abordagens refletem uma incompreensão das diferenças de utilização da história como **fundamento** para o ensino e a história como seqüência de ensino.

Em minha dissertação de mestrado (Jardinetti, 1991) me vi obrigado a compreender as especificidades dessa questão metodológica acerca do emprego da história. Diante da necessária compreensão da relação entre o abstrato e o concreto no ensino da geometria analítica, pude constatar que a evolução histórica da geometria analítica se caracterizava como um processo de elaboração de abstrações. A geometria analítica surgiu com Descartes (1596-1650) e Fermat (1601-1665) a partir da utilização dos conceitos algébricos desenvolvidos até essa época na análise dos procedimentos geométricos realizados pelos antigos geômetras gregos. Essa utilização determinou uma unificação entre os processos algébricos e geométricos existentes, propiciando um

avanço para compreensão das próprias especificações presentes na álgebra e na geometria. Até então, os conceitos algébricos não se constituía num instrumento matemático próprio de investigação. Os primeiros conceitos algébricos eram conceitos mediante a comprovação geométrica segundo os procedimentos da geometria euclidiana. A trajetória histórica de elaboração da geometria analítica retrata, portanto, dois momentos: o nascimento dos primeiros resultados algébricos aceitos geometricamente (na medida em que a geometria euclidiana era a forma existente mais avançada da produção matemática) e o desenvolvimento posterior de uma linguagem algébrica própria (com Viète (1540-1603) e o próprio Descartes) em que ocorre uma desvinculação de justificativa geométrica, transformando-se num instrumento de investigação dos conceitos geométricos que foram sua origem.

Assim, a essência da lógica dos conceitos da geometria analítica delineia-se na constante realização de suas abstrações ao longo da história. Percebi naquele momento a necessidade de utilizar a investigação histórica como um **fundamento** para a compreensão da lógica de elaboração da geometria analítica.

Entretanto, a compreensão de tais realizações históricas **não é o suficiente para a execução de seqüências de ensino** eficazes para a garantia da assimilação da lógica dos conceitos da geometria analítica. Isto porque a história meramente factual não fornece a necessária organicidade lógica para execução de procedimentos de ensino. Como afirma Duarte (1987, p. 13), a história freqüentemente se move através de recuos e avanços, sofre acidentes de percursos, atravessa etapas meramente acidentais. Esse movimento de ziguezagues apresenta aspectos muitas vezes desviadores para o entendimento de seu processo de evolução, pois não se apresenta logicamente organizada. Os caminhos tortuosos da produção científica não se realizam na mesma seqüência lógica presente nos traços essenciais de sua evolução. Quer dizer, a investigação histórica necessária para elaboração de seqüências de ensino não se traduz numa mera identificação com a história propriamente dita dos conceitos. Pelo contrário, difere-se, requer mediações, depurações. Uma dessas mediações para se ir à história é a dialética da relação entre o lógico e o histórico tal como é concebida no clássico texto de Marx (1983, p. 218) “O Método da Economia Política”.

Marx, naquele texto, após introduzir a discussão acerca do método cientificamente correto de reprodução do concreto no pensamento (do abstrato ao

concreto), leva o leitor a concluir, através de inúmeros exemplos tirados da economia política, que a história da realidade objetiva não é a mera identificação com o processo de sua apreensão no pensamento. Entretanto, prossegue Marx neste texto, se não há uma identificação imediata entre o processo de desenvolvimento do conhecimento e o próprio desenvolvimento histórico da realidade objetiva, mesmo assim, o estágio mais desenvolvido do objeto permite captar os aspectos essenciais de seu desenvolvimento histórico. O lógico orienta o histórico, isto é, na lógica do conceito podem-se captar os elementos de sua formação, elementos esses que não retratam toda a sua trajetória histórica, mas, sim, seus traços históricos essenciais.

Duarte (1987), partindo da análise da obra clássica de Marx afirma em sua dissertação de mestrado que a lógica do produto (a fase mais desenvolvida de um conceito) orienta a elaboração de uma seqüência lógica de seu desenvolvimento histórico, a chamada seqüência lógico-histórica dos traços essenciais. Quer dizer, o lógico orienta a captação dos traços históricos essenciais; entretanto, esses traços não se apresentam numa seqüência considerada mais lógica do ponto de vista da própria lógica do processo. Mas, mesmo assim, essa lógica do processo é, então, selecionar, depurar os aspectos essenciais mais de acordo com essa seqüência lógica do processo.

Diante dessas considerações registro aqui minha discordância acerca da defesa da idéia de que a ordem histórica deva ser utilizada como ordem de ensino.

O que ocorre é que a história do pensamento matemático **pode ou não** engendrar-se na mesma ordem do desenvolvimento lógico dos conceitos matemáticos.

Por exemplo, se eu considerar os conceitos de coordenadas geométricas e circunferência, é correto afirmar que no plano do conhecimento, isto é, no plano do desenvolvimento lógico dos conceitos da geometria analítica, as coordenadas precedem o conceito de circunferência. No entanto, no plano de evolução histórica dos conceitos matemáticos, verifica-se que a circunferência antecede as primeiras noções de coordenadas (elaboradas por Apolônio de Perga, \pm 260-200 a. C.). Nesse caso, não há uma correspondência entre a evolução histórica (aqui ocorreu na ordem circunferência \rightarrow coordenadas) e a evolução lógica do conceito (coordenadas \rightarrow circunferência).

Já se eu considerar os conceitos de números irracionais e equação algébrica, nesse caso a correspondência entre ordem histórica e a ordem do desenvolvimento

lógico se constitui. Para explicar tal afirmação farei uma análise a partir da seguinte citação de Marx (1983, p. 220):

Entretanto, não deixaria de ser menos verdadeiro que as categorias simples são a expressão de relações em que o conceito ainda não desenvolvido pôde realizar-se sem ter ainda dado origem à relação ou conexão mais complexa que encontra a sua expressão mental na categoria mais concreta; enquanto que o concreto mais desenvolvido deixa subsistir essa mesma categoria como uma relação subordinada. Neste sentido, podemos dizer que a categoria mais simples pode exprimir relações dominantes de um todo menos desenvolvido ou, pelo contrário, relações subordinadas de um todo mais desenvolvido, relações que existiam já historicamente antes que o todo se desenvolvesse no sentido que encontra a sua expressão numa categoria mais concreta. Nesta medida, a evolução do pensamento abstrato, que se eleva do mais simples ao mais complexo, corresponderia ao processo histórico real.

Antes de iniciar minha análise, é necessário que eu esclareça os termos abstrato e concreto, categoria simples e categoria complexa ou mais concreta empregados por Marx.

Primeiramente, os termos abstrato e concreto. Abstrato e concreto denotam momentos do processo de elaboração do conhecimento cuja tendência se caracteriza a partir de um concreto-empírico (sincrético, visão caótica do todo) passando pelo abstrato (o momento de análise) para que mediante uma síntese seja possível chegar a uma totalidade rica de múltiplas determinações, concreto-pensado. Portanto, o abstrato são mediações entre um concreto que inicialmente se manifesta caótico e um concreto resultante das mediações abstratas, o concreto-pensado síntese de múltiplas determinações. No caso da geometria analítica, o concreto ponto de partida, o sincrético é a figura geométrica em si. O abstrato é a mediação algébrica e euclidiana. O concreto ponto de partida é a mesma figura só que através das mediações, passa a ser compreendida em toda a sua multiplicidade algébrico-euclidiana.

Agora, quanto aos termos categorias simples e complexas. “Categorias simples” ou “categorias abstratas” traduzem em sua significação uma relação unilateral, pois não envolvem em sua definição múltiplas relações. Já “categorias concretas” ou “categorias complexas” envolvem múltiplas relações em sua definição. Marx, quando se refere a uma categoria mais simples, está sempre comparando-a com outra, que, em relação a esta, é mais concreta, complexa. Na geometria analítica as coordenadas geométricas são categorias simples em relação à circunferência, que, em relação às coordenadas, é mais

complexa, concreta. As coordenadas geométricas expressam uma relação de bi-unicidade entre os procedimentos algébricos e geométricos a partir da correspondência biunívoca entre reta e números reais. Já a definição de circunferência apresenta múltiplas relações, como os conceitos de coordenadas, distância entre dois pontos e lugar geométrico.

Retomando o exemplo de números irracionais e equações algébricas.

O conceito de número irracional (categoria simples), se contextualizado na Grécia antiga, se fez presente enquanto representação geométrica de grandezas incomensuráveis. Nesse contexto, as equações algébricas podem-se realizar através da álgebra geométrica grega, tanto que os gregos resolviam equações como $(a + x)a = x^2$ e $x^2 = ab$ (aqui apresentadas na notação hodierna) através de um tratamento geométrico peculiar. É sabido que a estrutura lógico-conceitual hodierna das equações algébricas (“o concreto mais desenvolvido”) apresenta como uma de suas determinações o concreto número irracional (portanto, como “categoria subordinada”). Entretanto, os números irracionais na Grécia antiga apresentaram-se como uma categoria dominante em relação às equações algébricas (no quadro teórico da álgebra grega), pois a álgebra geométrica refletia em sua lógica uma saída possível para o tratamento de grandezas incomensuráveis mediante a elaboração de procedimentos geométricos por segmentos de retas (tais segmentos poderiam representar grandezas comensuráveis ou incomensuráveis). Nessa medida, o conceito de número irracional “*pode exprimir relações dominantes de um todo menos desenvolvido* (a álgebra geométrica em relação à álgebra hodierna)”. Por outro lado, o mesmo conceito de número irracional pode exprimir “*relações subordinadas de um todo mais desenvolvido* (a álgebra hodierna), *relações que existiam já historicamente* (a álgebra enquanto álgebra geométrica) *antes que o todo se desenvolvesse no sentido que encontra a sua expressão numa categoria mais concreta* (a equação algébrica)”.

Portanto, nesse exemplo há uma correspondência entre o desenvolvimento histórico da matemática (números irracionais → equação algébrica) e sua ordem lógica de elaboração e apresentação dos conceitos (números irracionais → equação algébrica).

Concluindo. É inegável a importância da investigação histórica dos conceitos matemáticos na elaboração e execução de procedimentos de ensino dinâmicos e relacionais. Entretanto, a real dimensão de sua função investigativa não se dá através da

seleção de fatos curiosos, ilustrativos, meros enxertos de elementos históricos na apresentação do conteúdo matemático e, muito menos, através de pressupostos que defendam a ordem histórica como ordem de ensino. Como foi aqui explicado, a investigação não se identifica com a história propriamente dita dos conceitos. Pelo contrário, exigem-se mediações, depurações. Uma dessas mediações é a relação lógico-histórica. Essa relação fornece elementos para elaboração de seqüências lógicas de ensino, mas de forma que essas seqüências reflitam a história não em seu aspecto seqüencial, mas, sim, quanto a lógica intrínseca a essa historicidade.

Com este artigo, espera-se ter dado uma primeira aproximação da complexidade teórica e metodológica da relação lógico-histórica e defender aqui seu papel enquanto linha de pesquisa necessária e imprescindível no campo da educação matemática.

Referências

- BONGIOVANNI, V. *et al.* **Matemática e Vida**. (5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries). São Paulo: Ática, 1991.
- DUARTE, N. **A Relação entre o Lógico e o Histórico no Ensino da Matemática Elementar**. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação). – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 1987.
- IEZZI, G. *et al.* (1990). **Matemática 2º grau**. (1ª, 2ª e 3ª séries). 8. ed. São Paulo: Atual Editora, 1990.
- JARDINETTI, J. R. **A Relação entre o Abstrato e o Concreto no Ensino da Geometria Analítica a Nível de 1º e 2º Graus**. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação). – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 1991.
- MARX, K. O Método da Economia Política. In: MARX, K. **Contribuição à Crítica da Economia Política**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, p. 218-226, 1983.

