



Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos)

Assessment as an Investigative Practice (some notes)

Regina Luzia Corio de Buriasco¹

Pamela Emanuelli Alves Ferreira²

Andréia Büttner Ciani³

Resumo

Este artigo visa a apresentar alguns apontamentos sobre avaliação da aprendizagem escolar em matemática como prática de investigação realizada por meio da análise da produção escrita, focalizando alguns dos aspectos relacionados ao tipo de questão que se utiliza para efetivar essa avaliação (matematização e contexto). Entendendo a avaliação da aprendizagem escolar como prática que busca respostas sobre como se dão os processos envolvidos com ela, interroga-se o que é diretamente observável, percorrem-se caminhos, busca-se compreender esses mesmos processos, seguem-se vestígios e, com isso, infere-se sobre o que não é diretamente observável, ou seja – investiga-se. Sob esta perspectiva, a avaliação é então realizada como uma prática que possibilita ao professor a busca por desvelar o processo de aprendizagem dos estudantes, bem como acompanhar e participar dele.

Palavras-chave: Educação Matemática. Avaliação como Prática de Investigação. Análise da Produção Escrita.

¹Doutora em Educação, docente do Depto. de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) - PR. Rua Eduardo Benjamin Hosken, 173, apto 501, CEP: 86020-440 Londrina-PR. E-mail: reginaburiasco@gmail.com

²Aluna do Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) - PR. Prof. Couto da Costa, 303 – Vila Mesquita, CEP: 86182-490 Cambé-PR. E-mail: pawe7a@gmail.com

³Aluna do Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) - PR. Rua Benjamin Franklin, n 50, apto 301, Bloco D, CEP 86063-240 - Londrina-PR. E-mail: andbciani@ibest.com.br

Abstract

The main goal of this paper is to present some remarks on how assessment of school learning in mathematics can be taken as an investigative practice. In order to do this, the analysis of students' written work and some aspects related to the kinds of questions they usually use to carry out the assessment (exploring mathematization and context) are taken into account. Assessment of school learning as an investigative activity is a practice that seeks answers regarding how the processes involved in it take place. One might ask what is directly observable and try to understand these processes by following clues that lead to an examination of what is not observable – in other words, an investigation. From this perspective, assessment is then performed as a practice that broadens teachers' possibilities to investigate students' learning processes, as well as to follow and participate in that process.

Keywords: Mathematics Education. School Assessment Process as an Investigative Practice. Analysis of Written Production.

Introdução

Não obstante a orientação presente em documentos norteadores da prática pedagógica, como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), indicar que a avaliação realizada na sala de aula deve ser entendida como um processo único e contínuo que se inicia no primeiro dia de aula e só termina no último, uma vez que visa auxiliar os processos e progressos da aprendizagem do aluno e do professor ocorridos durante todo o ano letivo, a avaliação escolar praticada ainda hoje num grande número de escolas parece estar mais voltada ao cumprimento de normas burocráticas, classificação, ou punição dos alunos (GIMENEZ, 1997; SACRISTÁN, 1998; BURIASCO, 1999, 2000; ESTEBAN, 2000, 2003; SANTOS, 2003; NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, 2006; ALVES, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; VIOLA DOS SANTOS, 2007). Ou seja, a mudança do discurso sobre as perspectivas de avaliação presente nos documentos curriculares não tem sido suficiente para provocar uma efetiva mudança na prática avaliativa.

Ainda hoje, na escola, a execução do rito de avaliar – aplicar uma prova ou um teste escrito e converter as resoluções e respostas de cada estudante a um valor numérico – parece ser suficiente para fazer acreditar que

se cumpriu o esperado desse mito: medir e classificar de maneira precisa os alunos. Estabelecer um distanciamento entre a idéia do mito/rito de avaliar e a idéia da avaliação da aprendizagem é uma das propostas que as autoras tomam como central à prática que pretendem discutir.

Da avaliação: apontamentos

Muitas das questões sobre a avaliação da aprendizagem escolar já se encontram discutidas na literatura (HADJI, 1994; LUCKESI, 1996; CURY, 1996, 2006; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; GIMENEZ, 1997; SACRISTÁN, 1998; BURIASCO 1999, 2000, 2002; ESTEBAN 2002, 2003; BARLOW, 2006), entretanto, como os estudos sobre avaliação têm avançado, novas questões surgem e servem de motivo para investigação.

O substantivo avaliação remete a uma sutil diversidade de significados, como acontece com a maioria dos substantivos da língua portuguesa apresentados no plano dos enunciados (daquilo que está escrito). Avaliação pode significar: julgamento; apreciação; determinação da quantidade de; estabelecimento de valia, de preço; dentre outros.

No âmbito educacional ou escolar pode-se encontrar como definição de avaliação:

[uma] operação particular de leitura da realidade; operação pela qual tomamos posição, nos pronunciamos sobre uma dada realidade à luz de uma grelha de leitura que exprime, em relação a essa realidade, determinadas exigências; o momento do confronto projectos/resultados (HADJI, 1994, p.185).

Hadji afirma ainda que a avaliação é uma operação “em que se cruzam as palavras e as coisas, essências e existências, concretiza-se sempre num discurso. O avaliador é um ‘homem de palavras’” (1994, p.185).

Segundo Sacristán (1998), a avaliação sofre várias influências que nem sempre podem ser desconsideradas e, pelo contrário, fazem o processo de avaliar ficar com uma ou outra “aparência”, assumindo determinadas funções, de acordo com o tipo de influência que age sobre ela e sobre os

profissionais que dela se utilizam. “A avaliação como parte integrante das atividades escolares possui várias funções. Uma delas tem sido pouco evidenciada – a avaliação como reguladora do processo de ensino e aprendizagem” (BURIASCO, 2002, p.259). Neste sentido, Hadji (1994, p.31) afirma que “o ato de avaliação, é um ato de ‘leitura’ de uma realidade observável, que aqui se realiza com uma grelha predeterminada, e leva a procurar, no seio dessa realidade, os sinais que dão o testemunho da presença dos traços desejados”.

Sendo assim, o resultado a ser encontrado pelo ato de avaliar depende do significado essencial presente no ato de ensinar (HADJI, 2001). Estes dois processos parecem ser indissociáveis.

Na escola o ato mais freqüentemente associado ao termo avaliação é a aplicação de uma prova escrita, materializando o mito de avaliar, constituindo-se num rito (BARLOW, 2006). Um mito da avaliação é a crença na precisão da nota, pois ela se expressa por um valor numérico exato. No entanto, via-de-regra, negligencia-se que o quantitativo advém do qualitativo, e, no caso da avaliação, a nota atribuída não emerge de maneira pura e unívoca dos instrumentos utilizados, mas é produzida pelo avaliador, que, para fazê-lo, pode se valer de instrumentos. Por fim, o rito de avaliar se constitui numa prática que confere uma validade ilusória ao mito da possibilidade do exercício da precisão e da justiça.

Outra característica do mito/rito da avaliação escolar diz respeito à avaliação pela falta. Nessa perspectiva de avaliação, o professor parte de um ponto no qual ele gostaria que o aluno estivesse (ou imagina que o aluno esteja) sem considerar o aluno real. O professor considera apenas os ruídos que o aluno real emite, considerando as expectativas que criou de um aluno ideal, portanto, imaginário, que se supõe estar em algum lugar, mas que, na verdade, se constitui em um “fantasma”.

Mas, por que se avalia? A resposta a essa questão diz respeito às causas, não mais às finalidades. Segundo Hadji (1994) por três razões (desejos) principais se avalia:

- conferir medidas com os respectivos padrões e situar objetivamente, estimar ou suscitar o desempenho ou eficácia, tal como um especialista;

- apreciar uma realidade em relação às normas e valores predefinidos. Emissão de um julgamento, tal como um juiz;
- ampliar o horizonte de compreensão, por meio da construção de um sistema de interpretação (referente) próprio para torná-lo inteligível, como uma recusa a um referente pré-determinado, tal como um filósofo.

Esses desejos advêm porque a percepção das coisas é imperfeita, porque não se é capaz de captar a realidade. Porque também não se contenta com o próprio ser, a partir de uma idéia de perfeição possível, por essa razão julga-se. Parece haver uma necessidade de se situar em relação à perfeição. A interpretação ocorre porque se quer ter uma visão de conjunto que vai além das impressões imediatas. Nos três casos, a avaliação está em função de uma ação melhorada.

Segundo Luckesi (1996, p.166), a “avaliação é uma forma de tomar consciência sobre o significado da ação na construção do desejo que lhe deu origem”. Em sendo assim, a avaliação da aprendizagem deveria ‘fazer aparecer o significado do ensino’, se o desejo de origem for a aprendizagem do estudante. Além disso, se avaliar parece significar a ação de ‘fazer aparecer o valor de um indivíduo ou objeto’ a avaliação da aprendizagem deveria ‘fazer aparecer o valor da aprendizagem’, em outras palavras, deveria prestar-se a investigar indícios da potencialidade do ‘estudante de explicar, de aprender, de compreender e enfrentar criticamente situações novas’, ao invés de, se limitar à dicotomia certo/errado decorrentes do julgamento das informações coletadas por meio dos instrumentos utilizados.

Considera-se que o essencial da avaliação não reside na atribuição de valor, mas na ação de ‘fazer aparecer o valor’. A etimologia constituída⁴ da palavra (*e-valuation*) aponta que, pelo menos à primeira vista, a ‘avaliação’ parece “significar a ação de fazer aparecer o valor de um indivíduo ou objeto” (BARLOW, 2006, p.12). Segundo Houaiss (2001), a ‘ação’, sufixo da palavra avaliação (*e-valuation*), envolve a idéia de movimento, processo, enredo,

⁴ Segundo Barlow (2006) seria em vão procurar em um dicionário latino o termo *evaluare*, a palavra *évaluation* faz parte do vocábulo forjado *evaluare* depois da Renascença a partir de elementos gregos ou latinos. O prefixo *é-* ou *ex-* indica ao mesmo tempo uma preposição: *fora de, a partir de, por causa de, segundo, desde*; o sufixo *-tion* indica uma ação; e *valor*, derivado do verbo *valere*.

prática. É nesse sentido que a avaliação da aprendizagem escolar está sendo entendida, como processo, como prática que busca respostas sobre como se dão os processos com ela envolvidos. Nesta perspectiva, o que se busca com a avaliação da aprendizagem escolar é interrogar o que é diretamente observável, percorrer caminhos, compreender processos, seguir vestígios e, com isso, inferir sobre o que não é diretamente observável, ou seja - investigar. Por este motivo, adota-se a perspectiva de avaliação da aprendizagem escolar, como prática de investigação.

Da avaliação como prática de investigação: apontamentos

Segundo a Enciclopédia Brasileira Mérito (1967, p.78), algumas definições para a palavra ‘prática’ podem ser: “experiência, uso ou hábito de qualquer ciência ou arte”; “saber resultante de experiência”; “aplicação de princípios ou regras”; “execução de alguma coisa concebida ou projetada”. Dentre as definições dadas pelo dicionário Houaiss (2001), ‘prática’ pode ser entendida como ato ou efeito de fazer (algo), ação, execução, realização, exercício, execução de alguma coisa que se planejou, execução rotineira de alguma atividade. Segundo a Enciclopédia Universal Ilustrada Europeo-Americana (1922, p.1171) a palavra *práctica* pode ser entendida como “exercício de qualquer arte ou faculdade, conforme suas regras” ou ainda

[...] é a tradução castelhana do nome substantivo latino e grego *práxis*, do qual se deriva o adjetivo *práctico*, que se aplica a muitas atividades, hábitos ou conhecimentos como as proposições, aos juízos, à ciência, à filosofia, etc. Prática, pois substantivamente tomada, significa sempre alguma atividade ou operação, e é convenção de todos os filósofos escolásticos chamar de prática as operações de natureza racional (tradução nossa, grifos do autor).

Investigação, segundo a Enciclopédia Brasileira Mérito (1967, p.282), é o “ato ou efeito de investigar; indagação minuciosa; pesquisa, busca, inquirição; sindicância”. Dentre as definições do dicionário Houaiss (2001, CD-ROM), investigação é uma “averiguação sistemática de algo; ato de esquadrinhar, de perscrutar minuciosa e rigorosamente”. É possível encontrar, ainda no Houaiss

(2001, CD-ROM), os elementos que compõem a palavra investigação: *in* (de movimento para dentro, valor intensivo, direção, tendência), *vestig* (seguir no rastro, ir na pista, buscar com cuidado, esquadrinhar, procurar), *ação* (movimento, processo, obra atuação, desempenho, execução). Segundo o dicionário etimológico Bueno (1967), ‘investigação’ tem origem do latim *investigationem* e pode ser entendida como pesquisa, busca de vestígios, procura de esclarecimentos, de informes que esclareçam casos obscuros. Segundo a Enciclopédia Universal Ilustrada Europeo-Americana (1922),

[...] a investigação constitui o trabalho natural do homem da ciência. Os modernos distinguem a lógica que investiga da lógica que demonstra; a primeira compreende os métodos do descobrimento, e a segunda, as de ordenação sistemática. A verdadeira investigação se propõe aumentar a esfera de nossos conhecimentos ou buscar o desconhecido por meio do conhecido, servindo-se dos dados experimentais e das leis e princípios da razão. (p.1890, tradução nossa).

Assim, do levantamento dos verbetes acima apresentados e brevemente discutidos, constituímos o que aqui entenderemos por “avaliação como prática de investigação”: um processo de buscar conhecer ou, pelo menos, obter esclarecimentos, informes sobre o desconhecido por meio de um conjunto de ações previamente projetadas e/ou planejadas, processo no qual se procura seguir rastros, vestígios, esquadrinhar, ir à pista do que é observável, conhecido.

Assumir a avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação implica colocar-se em uma postura de investigação, o que exige, por parte do professor, o reconhecimento da existência de uma multiplicidade de caminhos percorridos pelos estudantes, a admissão de que, tal como eles, está em constante processo de elaboração de conhecimento. Sob esta perspectiva, a avaliação é então realizada como uma prática que possibilita ao professor a busca de desvelar o processo de aprendizagem dos estudantes, bem como acompanhar e participar dele (ESTEBAN, 2003; BURIASCO, 2004; PEREGO, 2005; PEREGO e BURIASCO, 2008).

Levando em conta a impossibilidade de atribuir valor quantitativo único e preciso à aprendizagem, intrínseca ao sujeito, a avaliação, como prática de

investigação se mostra como alternativa por meio da qual se pode buscar informações sobre como o sujeito (aluno ou professor) mobiliza seu repertório na elaboração de conhecimento. De acordo com Esteban (2003), o professor ao avaliar é avaliado, coloca-se em contato com um movimento permanente de elaboração de conhecimento e desconhecimento, ao investigar percursos peculiares de seus alunos, sabe que confronta também os seus próprios conhecimentos e desconhecimentos. Ainda segundo essa mesma autora, a avaliação como prática de investigação

se configura pelo reconhecimento dos múltiplos saberes, lógicas e valores que permeiam a tessitura do conhecimento. Nesse sentido, a avaliação vai sendo constituída como um processo que indaga os resultados apresentados, os trajetos percorridos, os percursos previstos, as relações estabelecidas entre as pessoas, saberes, informações, fatos, contextos (ESTEBAN, 2000, p.11).

Numa avaliação assim praticada, enfatizam-se os caminhos percorridos, reconhece-se e valoriza-se a diversidade deles na construção de soluções para as tarefas, abre-se espaço para as diferenças entre os estudantes e para as muitas interpretações de uma mesma situação.

A avaliação, aqui concebida como necessária, contribui com a formação dos estudantes, de modo a ser tomada por eles como uma orientação para a sua aprendizagem, e não como uma “meta”, um fim a ser alcançado. As tarefas propostas em qualquer situação, avaliativa ou não, devem servir para estimulá-los a pensar, refletir, criticar, levantar hipóteses, compreender e correlacionar conteúdos. Assim, a avaliação da aprendizagem escolar ao interpor os processos de ensino e aprendizagem, não pode ser feita de modo a apenas classificar os estudantes.

A sugestão de praticar uma avaliação como investigação requer uma mudança do olhar que comumente se lhe atribui. Diferente de uma perspectiva que procura reduzir os processos às respostas encontradas, a avaliação como prática de investigação busca dar respostas aos processos de ensino e aprendizagem e, nesta função, o foco não está em encontrar as respostas, mas antes, em interrogar os meios, as trajetórias, os caminhos percorridos

que as originaram. Essa não-limitação a classificar as respostas como certas ou erradas tende a romper com a idéia de que os resultados matemáticos fornecidos pelos estudantes, em suas tarefas, são sempre exatos, precisos, quando não imutáveis. A interrogação das trajetórias destina-se a encontrar indícios da ação, a investigar, analisar e discutir como os estudantes lidam com determinado problema, ou seja, como o interpretam, que estratégias⁵ utilizam para resolvê-lo, como expressam matematicamente suas idéias. Interrogar o caminho busca, por fim, levantar características do que é observável, dos procedimentos⁶ matemáticos utilizados na condução de sua estratégia. Além disso, ao assumir uma postura de constante investigação na avaliação da aprendizagem do estudante, o professor pode ter uma visão mais abrangente do seu próprio processo de aprendizagem.

De acordo com as intenções e com os instrumentos utilizados em uma avaliação como prática de investigação, também importa ter em consideração o objetivo com o qual um determinado instrumento avaliativo é utilizado, o que ele pode revelar, a maneira pela qual se analisarão as informações oriundas dele. A multiplicidade de instrumentos ou recursos existentes que se apresentam como alternativas para o processo de avaliação matemática podem permitir examinar aspectos tais como utilização de conteúdos, estratégias e procedimentos utilizados, hipóteses levantadas, recursos escolhidos pelos alunos (BURIASCO, 2002).

Devido à variedade de objetivos que podem fazer parte dos processos de ensino e de aprendizagem, considera-se que não faz sentido utilizar apenas um instrumento para realizar a avaliação. Entretanto, observa-se que, em matemática, a prova escrita tem sido comumente utilizada como principal e, em alguns casos, único instrumento de avaliação. Embora a prova escrita, por si só, não dê conta de oferecer todas as respostas necessárias aos processos de ensino e de aprendizagem, o equívoco mais flagrante não é tomar a prova

⁵ De acordo com Hadji (1994, p.47) pode “entender-se por estratégia a orientação geral das operações e dos meios a utilizar. [...]. Em sentido lato, o termo designa um conjunto de ações coordenadas tendo em vista uma finalidade”.

⁶ O procedimento diz respeito ao processo de desenvolvimento da estratégia, o modo pelo qual se desenvolve a estratégia. Considerando, por exemplo, que um problema foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau (estratégia utilizada para abordar o problema) e que esse sistema foi resolvido pelo método da substituição, este seria então o procedimento, ou seja, o modo como se desenvolveu a estratégia.

escrita como único meio de avaliação, mas sim deixar de olhá-la como um meio pelo qual se podem obter informações a respeito de como se tem desenvolvido o processo de aprendizagem dos estudantes.

Ao assumir uma postura investigativa, o professor pode questionar-se a respeito de qual matemática os seus estudantes estão aprendendo, que entendimentos estão tendo do que está sendo trabalhado em sala de aula, do que já sabem, que dificuldades encontram, e o que pode ser feito para auxiliá-los na superação destas. Deste modo, a avaliação adquire um novo sentido: deixa de ser uma prática apenas realizada sobre o estudante e passa a ser realizada também sobre e para o professor, de modo a orientar e contribuir com a aprendizagem de ambos. A avaliação ao ser impregnada da idéia de investigação deixa de ser tomada como a etapa final de um ciclo e passa a ser realizada constantemente durante todo o processo de ensino e de aprendizagem. Além disso, deixa de ser vista como um elemento de ameaça e punição e passa a ser uma oportunidade de aprendizagem.

Da análise da produção escrita: apontamentos

A palavra ‘análise’, segundo o dicionário Houaiss (2001, CD-ROM), tem origem grega (*análisis*: dissolução, método de resolução), pode ainda ser entendida como “separação de um todo em seus elementos ou partes componentes”; “estudo pormenorizado de cada parte de um todo, para conhecer melhor sua natureza, suas funções, relações, causas etc.”; “exame, processo ou método com que se descreve, caracteriza e compreende algo (um texto, uma obra de arte etc.), para proporcionar uma avaliação crítica do mesmo”. Segundo a etimologia esse termo pode também ser reconhecido pelos verbos: desligar, dissolver, soltar, separar, examinar.

Todas essas definições parecem: indicar ações que possibilitam inferir formas de os estudantes procederem na execução das estratégias adotadas/elaboradas; reconhecer possíveis dificuldades enfrentadas; identificar como utilizam conteúdos matemáticos; inferir sobre as interpretações feitas; ter indícios do que os estudantes mostram saber; perceber relações que os estudantes estabelecem com as informações do enunciado; enfim, conhecer de que forma lidam com questões de matemática, sejam elas rotineiras ou não.

Segundo Buriasco (2004), ao analisar uma produção escrita, é possível discorrer sobre as respostas dadas, indagar-se sobre sua configuração, procurar encontrar quais relações as constituem. A produção escrita não deixa de ser uma forma de comunicação e, como tal, deve receber atenção especial por parte dos professores, uma vez que, freqüentemente, essa é a única forma de ‘diálogo’ existente entre professores e estudantes. Buriasco (2004) afirma que a produção escrita dos alunos se mostra como uma alternativa para interrogar-se sobre os processos de ensino e aprendizagem. Entretanto, é preciso reconhecer que a análise da produção escrita por si só também não dá conta de todos os processos. A sugestão é que ela venha acompanhada de alternativas como, por exemplo, entrevistas, discussões e explorações coletivas, em sala de aula, a respeito de uma ou mais produções.

Além da análise da produção escrita contribuir para um pensar sobre a produção individual do estudante, ela pode servir também para um olhar mais abrangente a respeito de um conjunto de produções que apresentam características comuns. Alguns trabalhos de participantes do GEPEMA⁷⁷ GEPEMA⁷ -, grupo que estuda a produção escrita de professores e estudantes em matemática, juntamente com a avaliação e o erro, têm sido feitos nessa perspectiva (BURIASCO, 1999, 2004; NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, 2005; SEGURA, 2005; PEREGO, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; ALVES, 2006; DALTO, 2007; VIOLA DOS SANTOS, 2007; CELESTE, 2008; SANTOS, 2008; ALMEIDA, 2009; FERREIRA, 2009).

Algumas das questões que podem nortear uma análise da produção escrita são: as dificuldades de ‘interpretação’ estão relacionados à linguagem utilizada no enunciado, ao conteúdo matemático envolvido, a ambos, ou a outros aspectos? Como saber se o enunciado da questão é suficientemente claro para que o estudante a resolva? O enunciado da questão pode servir de contexto para se produzir significado a partir dele? As informações presentes no enunciado da questão fazem parte do conjunto de circunstâncias que tornam a questão acessível aos estudantes?

⁷ GEPEMA - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - Universidade Estadual de Londrina.

Parte dessas perguntas pode ser respondida com uma leitura das produções escritas dos estudantes, buscando o que podem evidenciar, que pistas dão sobre a relação com o enunciado e com os contextos envolvidos nos processos de resolução e mobilização de conceitos matemáticos. No trabalho de Santos (2008), a autora identifica, por meio da produção escrita de estudantes do Ensino Médio em questões não-rotineiras, relações que estabelecem entre o contexto em que a questão é apresentada com outros contextos (pessoais, escolares) ou outras informações, mostrando que, muitas vezes, essas relações podem influenciar a resolução do estudante.

Acredita-se que uma prova escrita, na perspectiva da avaliação como prática de investigação deve conter questões que possibilitem ao estudante trabalhar do seu próprio “jeito” com as informações do enunciado na busca não somente de resolver a questão, mas também de produzir conhecimento matemático a partir dela, de proporcionar resoluções a partir das quais o professor possa investigar as maneiras pelas quais os sujeitos interpretam o enunciado, elaboram estratégias e utilizam procedimentos para resolver uma questão, que, em muitos casos, são resultantes de processos sistemáticos, tanto sintáticos como semânticos, os quais eles próprios constroem (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p.22).

Ao se adotar a análise da produção escrita como prática de investigação assume-se um olhar sobre as *maneiras de lidar*⁸. Nessa perspectiva, o que existe é análise das *maneiras de lidar*, e, nela, o ‘erro’ é apenas um julgamento, uma das formas de caracterizar as ‘maneiras de lidar’ dos sujeitos. Portanto, o ‘erro’ não está na produção do estudante, mas é o resultado da caracterização que o professor faz dessa produção. O que se pode dizer que existe, de fato, são as maneiras com as quais os estudantes lidam com as questões, maneiras essas que nem sempre são tão acessíveis ou ‘visíveis’, de modo a serem, portanto, suscetíveis a algum julgamento. Muitas vezes, uma produção é caracterizada como errada quando posta à luz apenas do referente do avaliador. Hadji (1994, p.34) afirma que do

ponto de vista do grau de segurança com o qual se afirma o que se afirma, o juízo de avaliação é problemático. Não exprime nem uma realidade, tal como ela é de maneira certa (juízo assertórico), nem uma verdade necessária que não pode ser de outro modo senão como é (juízo apodíctico).

⁸ Viola dos Santos (2007).

A análise da produção escrita, sob o olhar das *maneiras de lidar*, pode permitir interrogar-se sobre os processos nos quais os alunos se envolvem ao resolver um problema, independentemente das respostas apresentadas. Ao invés de se limitar à identificação de que um problema, quando resolvido pelo estudante, apresenta resolução diferente da considerada correta, indaga-se: qual foi o problema que ele de fato resolveu? Dalto (2007) em sua dissertação discutiu esse tipo de análise, inferindo sobre os problemas propostos e os problemas resolvidos pelos alunos. Para ele, o ‘problema proposto’ é aquele que se esperava que fosse resolvido pelo estudante e o ‘problema resolvido’ é aquele o estudante de fato resolveu, como resultado da interpretação que fez do ‘problema proposto’ (p.41).

Um questionar sobre os problemas resolvidos pelos estudantes, suas maneiras de lidar, as relações estabelecidas com os contextos das tarefas propostas, são inferências sobre os possíveis processos de produção dos estudantes por meio do que é observável, nesse caso, a produção escrita.

Para Buriasco (2004) na busca de passar da avaliação do rendimento para a avaliação da aprendizagem nas aulas de matemática, tendo como perspectiva o diálogo sobre as investigações, que tanto o professor quanto seus alunos fazem a respeito do conhecimento matemático durante o processo de aprender e ensinar matemática na escola, a análise da produção escrita dos alunos configura-se como uma alternativa. Por conseguinte, a avaliação da aprendizagem matemática é vista como um processo de investigação que busca analisar e discutir o registro dos processos, recursos e estratégias utilizados pelos alunos ao se relacionarem com a matemática. Essa prática pode propiciar ao professor um olhar mais refinado sobre o envolvimento dos estudantes com a matemática ao lidarem com as tarefas propostas, bem como, pode ajudar a perceber a multiplicidade de processos que os estudantes podem ter desenvolvido, a reconhecer que as resoluções do tipo escolares não são as únicas possíveis, ao aceitar a diversidade, explorar os modos particulares dos estudantes elaborarem suas justificativas, suas explicações, seus argumentos, ou seja, de dar respostas com suas próprias palavras.

Contudo, para desenvolver uma avaliação que propicie uma visão mais detalhada da atividade matemática, os estudantes precisam ter a

oportunidade de realizar tarefas que sejam tão ‘visíveis’ quanto possíveis de serem resolvidas por eles, além de serem acessíveis e convidativas (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). Por conseguinte, pensar em um tipo de avaliação que leve em conta as formas peculiares dos estudantes produzirem significados para as tarefas que lhes são apresentadas põe em jogo pensar em que tipos de instrumentos são capazes de fornecer informações relevantes sobre a aprendizagem e em como devem ser formulados. A hipótese é a de que o trabalho com tarefas que apresentem contextos diversificados, atrativos, com situações que possam ser ‘realizáveis’ pelos estudantes, pode oportunizar um contato mais íntimo com a matemática de modo que tenham a possibilidade de matematizar.

Dos contextos das tarefas matemáticas: apontamentos

Uma grande dificuldade, nas aulas de matemática, é fazer com que os estudantes se ‘envolvam’ com as tarefas propostas pelos professores. Uma das razões para a falta de envolvimento pode ser o fato de muitas delas apresentarem situações artificiais⁹ que, quase sempre, ficam restritas a um único conteúdo, sugerindo uma mesma dinâmica para conduzir a resolução. Com isso, dificilmente os estudantes conseguem estabelecer relações entre o que aprendem na escola com o que podem fazer fora dela, uma vez que o conteúdo matemático parece ser aplicado somente às situações propostas nos livros didáticos.

Na perspectiva de Educação Matemática aqui adotada, a proposta é a de trabalhar com tarefas que possam propiciar mais fortemente aos estudantes produzir conhecimento a partir de situações já conhecidas, familiares, imagináveis, com as quais possam produzir significado e, então, “aprender matemática”.

Alguns pesquisadores da Educação Matemática têm dedicado seus estudos à tentativa de conectar a matemática estudada, na sala de aula, àquela “do cotidiano”, “da vida”, como é o caso de, entre outros, os da área da Modelagem Matemática como recurso pedagógico, (BASSANEZI, 1990, 1994, 2002; BLUM e NISS, 1991; BARBOSA, 1999, 2001; NISS, 2001;

⁹ Aquelas que apresentam uma “roupagem pobre” da vida real, trazendo no enunciado da tarefa alguns indícios da vida real, mas que, na sua forma de exposição não a retratam de fato.

ALMEIDA e DIAS, 2004; ALMEIDA e BRITO, 2005), da área da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2000, 2001, 2005, 2007, 2008; SKOVSMOSE e VALERO, 2002).

Nessa direção, encontra-se o movimento chamado Educação Matemática Realística¹⁰, tomado como abordagem para o ensino e aprendizagem, preconizado por Hans Freudenthal, que defende a idéia da matemática como uma atividade humana (FREUDENTHAL, 1991; TREFFERS, 1987; DE LANGE, 1987; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; GRAVEMEIJER e DOORMAN, 1999; ZULKARDI, 1999; KWON, 2002). Nele, o termo *Realistic* tem origem no verbo neerlandês *zich REALISE-ren*¹¹ e pode assumir o mesmo significado de “imaginar”, o que sugere que os contextos ou situações nos quais os alunos se envolvem não precisam ser autenticamente “reais”, mas precisam ser imagináveis, realizáveis, concebíveis na mente dos estudantes (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). Os autores em consonância com esta abordagem consideram que a aprendizagem deve ser concebida na realidade a partir da matematização de situações que possibilite aos estudantes “re-inventar”¹² a matemática (FREUDENTHAL, 1991, GRAVEMEIJER e DOORMAN, 1999; KWON, 2002; KROESBERGEN, 2003; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2003).

Freudenthal chamou de “matematização” a atividade de organizar matematicamente a “realidade” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2003). Para Freudenthal (1991) aprender matemática deveria ter origem no “fazer” matemática, sendo a matematização o núcleo da Educação Matemática. Treffers (1987) descreveu a matematização como uma atividade organizada¹³ que se refere

¹⁰ RME - *Realistic Mathematics Education*.

¹¹ Em alguns trabalhos este termo tem sido traduzido pelo ‘realistic’ da língua inglesa e, quando traduzido para a língua portuguesa por ‘realista’. Porém, segundo o dicionário online GTB (Geintegreerd Tall-Bank), o termo *realiseeren* tem origem no francês “realiser” e pode significar “algo em potencial para fazer alguma coisa real, realização, de transformação, uma idéia ou um plano de forma concreta”. Por este motivo, acreditamos que o termo *zich REALISE-ren* tem maior aproximação com o termo ‘realística’ em português do que com ‘realista’. Disponível em: <<http://gtb.inl.nl/?owner=WNT>>. Acesso em: 16.06.2008.

¹² Isto significa possibilitar que os alunos experimentem um caminho ‘semelhante’ ao processo pelo qual a matemática foi elaborada historicamente e, então, atribuir algum sentido à sua utilidade em situações diversas.

¹³ Em um exemplo dado por Treffers (1987), o autor utiliza 10 problemas em uma atividade organizada para tratar do tema ‘*Princípio Fundamental da Contagem*’. Cada problema apresentado remete a um ou dois aspectos da matematização. O processo que envolve os 10 problemas e todos os aspectos das componentes vertical e horizontal é caracterizado como um processo de matematização.

à essência da atividade matemática, à linha que atravessa toda educação matemática voltada para a aquisição de conhecimento factual, à aprendizagem de conceitos, à obtenção de habilidades e ao uso da linguagem e de outras organizações, às habilidades na resolução de problemas que estão, ou não, em um contexto matemático (TREFFERS, 1987, p.51-52, tradução nossa).

O conceito de matematização foi inicialmente introduzido por *Freudenthal* e mais tarde reformulado por *Treffers* (1987), que a caracterizou como sendo composta por duas componentes: a “matematização horizontal” e a “matematização vertical”. *Treffers* (1987) conceitua a “matematização horizontal” com uma tentativa de esquematizar o problema matematicamente, ou seja, a matematização horizontal consiste em esquematizar o que se considera necessário para que seja possível abordar o problema por meios matemáticos, seja por meio da formação de um modelo, da esquematização, ou simbolização. As tarefas que acompanham e estão relacionadas ao processo matemático, a solução do problema, a generalização da solução e a posterior formalização podem ser descritas como uma “matematização vertical”.

A autora *Van den Heuvel Panhuizen* também faz uma descrição ao citar a distinção de *Treffers*:

[...] na matematização horizontal, os alunos são confrontados com ferramentas matemáticas que podem ajudar a organizar e resolver um problema localizado em uma situação da *vida real*. A matematização vertical é o processo de reorganização dentro do próprio sistema matemático, como, por exemplo, encontrar atalhos e descobrir as conexões entre os conceitos e estratégias e então, aplicar essas descobertas (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1998, p.3, tradução e grifo nosso).

Segundo *Freudenthal* (1991), as duas componentes não são totalmente distintas, pois, embora a matematização horizontal envolva a ida do “mundo real” para o “mundo dos símbolos” e a matematização vertical envolva o movimento no interior do “mundo dos símbolos”, não significa que há um claro ponto de corte que promova a distinção entre os dois “mundos”. Ele

ainda salienta que as duas formas de matematização são de igual valor. Treffers (1987) também admite que essa distinção entre a componente horizontal e a vertical é um tanto artificial dado ao fato de que elas podem estar fortemente inter-relacionadas.

Os resultados das pesquisas do GEPEMA mostram que estudantes e professores parecem saber lidar com a matemática envolvida em questões rotineiras e revelam que a maior dificuldade apresentada pode estar atrelada à interpretação que fazem do enunciado da questão. Uma hipótese para essa ocorrência é de que a matemática tem sido trabalhada nas escolas meramente como um conjunto de fórmulas, definições, conceitos, teoremas, propriedades que servem apenas para a resolução dos problemas tipo escolares e pouca atenção tem sido dada às outras situações, dentro ou fora da escola, em que a matemática é útil. A sugestão é de que sejam propostas tarefas com as quais os estudantes possam se envolver tanto nos processos de matematização horizontal quanto nos de matematização vertical, de modo que, sempre que possível, sejam indissociáveis. Para isso, é preciso levar em consideração os contextos específicos das tarefas propostas aos estudantes e a possibilidade de matematização que oferecem.

Estudos têm tido como pano de fundo interpretar de que modos os contextos¹⁴ das tarefas matemáticas influenciam na maneira como estudantes as resolvem (FREUDENTHAL, 1991; DE LANGE, 1987; COOPER, 1992; BOALER, 1993; MACK, 1993; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, 2005; BUTTS, 1997; COOPER e HARRIES 2002, 2003; D'AMBROSIO, 2004; KASTBERG *et all*, 2005). Esses estudos indicam que o contexto no qual uma questão é apresentada exerce um importante papel, podendo, por vezes, determinar o sucesso ou não na sua resolução.

Para Van den Heuvel-Panhuizen (2005), deve ser dada importância ao papel que os contextos dos problemas desempenham na atividade matemática dos estudantes, uma vez que eles podem oferecer oportunidades de matematização. Para esta autora, é considerado um bom problema de contexto aquele que pode ser “imaginável”, “realizável”, “concebível” na mente

¹⁴ Para este estudo estamos chamando de contexto um discurso encadeado utilizado para expor uma tarefa que pode ser composto por palavras, frases, figuras, as quais contribuem para a sua significação.

de quem se propõe a resolvê-lo e não apenas apresentar aspectos da “vida real”, os quais, por vezes, podem não ser da “realidade” de quem vai resolvê-los. Por esse motivo, os contextos podem, mas não necessariamente, apresentar situações da vida real, bem como do mundo da fantasia ou, até mesmo, serem circunscritos por aspectos estritamente matemáticos. Contudo, não é possível dizer, *a priori*, qual seria um bom problema de contexto, dado que essa caracterização depende da relação que o “resolvedor”¹⁵ em potencial estabelece com o enunciado. Por conseguinte, o fato de o enunciado de um problema matemático estar situado em algum contexto do cotidiano do estudante não garante que este possa aprender algo ao resolvê-lo. É preciso pensar em que tipos de oportunidades o contexto pode oferecer.

O contexto de um problema utilizado para uma avaliação da compreensão dos estudantes em matemática, segundo Van den Heuvel Panhuizen (2005), para além de tornar as situações facilmente reconhecíveis e imagináveis, também deve

- poder aumentar a acessibilidade por meio do seu elemento motivacional, isto pode incluir, por exemplo, a apresentação de figuras, o tratamento de um tema polêmico ou que está na moda, fatos do interesse da comunidade local;
- permitir maior liberdade na forma como abordar o problema, de modo a possibilitar aos estudantes desenvolver diversos tipos de estratégias e, com isso, mais oportunidades de mostrar o que sabem.

No que diz respeito às possibilidades de matematização, De Lange (1987, p.76) considera um

- *Contexto de Terceira Ordem* como aquele que possibilita um “processo de matematização conceitual”, este tipo de contexto serve para “introduzir ou desenvolver um conceito ou modelo matemático”;
- *Contexto de Segunda Ordem*, no qual o estudante é confrontado com uma situação realística e dele é esperado que encontre ferramentas matemáticas para organizar, estruturar e resolver a tarefa;
- *Contexto de Primeira Ordem* como aquele que apresenta operações

¹⁵ Mesmo não existindo o vocábulo dicionarizado, utilizamos “resolvedor” com o sentido de “aquele que resolve”.

matemáticas “textualmente embaladas”, no qual uma simples tradução do enunciado para uma linguagem matemática é suficiente.

Esta última definição vai ao encontro dos chamados “problemas de palavras”, que são freqüentemente considerados como sinônimos de “problemas de contexto”, embora haja uma grande diferença entre os dois (VAN DEN HEUVEL PANHUIZEN, 2005). A distinção entre eles é a de que, embora ambos apresentem um texto com aspectos “realísticos”, nos “problemas de palavras” o contexto não é muito essencial, sendo, por vezes, tão artificial que a “realidade” apresentada não está freqüentemente em sintonia com as “reais” experiências dos estudantes. Portanto, não é apenas importante que o enunciado de uma questão traga consigo um texto com aspectos da “vida real”, é preciso que ele provoque nos estudantes uma disposição efetiva para lidar com eles, para que possam reconhecer a utilidade da matemática que aprendem na escola em situações diversas, seja dentro ou fora da escola. De acordo com Freudenthal¹⁶ (apud VAN DEN HEUVEL PANHUIZEN, 2005), em lugar de iniciar o estudo de algum tema de matemática com definições ou abstrações para serem aplicadas “mais tarde”, deve-se começar com contextos ricos que demandem organização matemática, contextos que possam ser matematizados.

Considerações

Muitas informações podem ser obtidas a partir de uma análise interpretativa da produção escrita dos estudantes. Contudo é preciso considerar que, mediante essa análise, as informações sobre a aprendizagem dos estudantes devem ser vistas apenas como uma das amostras possíveis. Desse modo, não se pode afirmar que um estudante não sabe determinado conteúdo pelo fato de não se ter obtido uma informação sobre ele em sua produção escrita. Somente pode-se dizer algo a respeito do que o estudante fez, e não do que deixou de fazer. Além disso, segundo Buriasco (2004), apenas a compreensão do enunciado não garante que o aluno saiba agir, ou seja, resolver

¹⁶ FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. **Educational Studies in Mathematics**, v.1, p.3-8, 1968.

o problema. Ele pode compreender a “situação” proposta no enunciado, no entanto, não é capaz de, naquele momento, encontrar ou elaborar uma estratégia de ação para sua resolução. Além de compreender, o aluno precisa interpretar¹⁷ o enunciado para conseguir buscar uma estratégia para resolvê-la, considerando que a interpretação está diretamente ligada à ação.

O potencial da análise da produção escrita na Educação Matemática como elemento importante na avaliação da aprendizagem também é destacado por Van den Heuvel-Panhuizen (1996). Segundo essa autora, a produção escrita do estudante pode refletir, de um lado, a sua aprendizagem e, de outro, a atuação do professor. Além disso, a autora destaca que por mais que as informações obtidas sejam meras impressões, aliadas à observação constante dos estudantes durante as atividades, a interpretação dessas observações e a reflexão sobre elas podem fornecer um “retrato” do processo de ensino e de aprendizagem. Desse ponto de vista, durante o processo de formação do estudante, o professor, por meio de uma avaliação investigativa, pode obter vários “retratos” de um mesmo processo, em tempos e condições diferentes. Retratos que possibilitarão que ele questione qual matemática os estudantes estão aprendendo, que entendimento estão tendo do que é trabalhado em sala de aula, quais dificuldades estão apresentando, bem como o que pode ser feito para que estas sejam superadas por eles.

Considerando os apontamentos aqui apresentados, no que diz respeito à avaliação, à análise da produção escrita como prática de investigação, aos aspectos relacionados ao tipo de questão que se utiliza para efetivar a avaliação da aprendizagem (matematização, contexto), buscou-se apresentar uma possibilidade de tomar a avaliação como prática de investigação. Até porque, a avaliação nunca é um todo acabado, mas uma das múltiplas possibilidades para explicar um fenômeno, analisar suas causas, estabelecer prováveis conseqüências e sugerir elementos para uma discussão posterior, acompanhada de tomada de decisões, que considerem as condições que geraram os fenômenos analisados criticamente.

Nessa perspectiva, o professor e seus alunos poderão ser parceiros nas trajetórias que constituíram, criando diferentes oportunidades para

¹⁷ Lat. *interprētōr, āris, ātus sum, āri* ‘explicar, traduzir; compreender; avaliar, decidir’; ver *interpret*; f.hist. sXIV *entrepētar*, sXIV *entrepētar* (Houaiss, 2001).

aprendizagem, ainda que comportem momentos de instabilidade, reflexão, confirmação, características estas presentes em toda investigação. Tornar possível essa parceria na busca de aprender matemática na escola, significa, segundo Buriasco (2004), considerar que educar pela matemática é um ato de opção, compromisso e solidariedade.

Referências

AÇÃO. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

ALMEIDA, L. M. W; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema** - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W; e BRITO, D. O conceito de função em situações de Modelagem Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v.12, n.23 jan/jun , 42-61, 2005.

ALMEIDA, V. L. C. de. **Questões não-rotineiras**: a produção escrita de alunos da graduação em Matemática. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

ALVES, R. M. F. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

ANÁLISE. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BARLOW, M. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BASSANEZI, R. C. Modeling as a teaching-learning strategy. **For the learning of mathematics**, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem como metodologia de ensino de matemática**. In: Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educacion Matemática. Paris: UNESCO, p. 130-155, 1990.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BLUM, W., NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BOALER, J. The role of contexts in the Mathematics Classroom: do they make mathematics more real? **For the Learning of Mathematics**, v. 13, n.2, p.12-17, 1993. Disponível em: <http://www.sussex.ac.uk/education/documents/boaler_19_-_role_and_contexts_in_maths_classroom.pdf>. Acesso em: 28 out. 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática: ensino de quinta a oitava séries**. Brasília, 1998.

BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília. 1999.

BURIASCO, R. L. C. de. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n.22, p.155-177, jul/dez. 2000.

BURIASCO, R. L. C. de. Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**. Belo Horizonte, n.36, p. 255-263, dez. 2002.

BURIASCO, R. L. C. de. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 2004, v.3, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Champagnat, 2004, p. 243-251.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

CELESTE, L. B. **A Produção Escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

COOPER, B. Testing National Curriculum Mathematics: some critical comments on the treatment of ‘real’ context in mathematics. **The curriculum Journal**, v.3, p.231-243, 1992.

COOPER B.; HARRIES, T. Children's responses to contrasting 'realistic mathematics problems: Just How realistic are children ready to be?. **Educational Studies in Mathematics**, v.49, p.1-23, 2002.

COOPER, B.; HARRIES, T. Children's use of realistic considerations in problem solving: some English Evidence. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 22, p. 451-465, 2003.

CURY, H. N. Concepções sobre matemática e práticas avaliativas: as possíveis relações. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v.14, n. 14, p. 65-82, jul/dez. 1996.

CURY, H. N. A análise de erros na construção do saber matemático. In: Jornada Regional de Educação Matemática, 14., 2006, Passo Fundo. **Anais...** Passo Fundo: UPF, 2006. CD-ROM.

D'AMBROSIO, B. S *et al.* Beyond Reading Graphs: Student Reasoning With Data. In: KLOOSTERMAN, P; LESTER, F. K (Eds). **Results and Interpretations of the 1990 through 2000 Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress**. Reston, NCTM, 2004.

DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.

DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW &OC, 1987.

ESTEBAN, M. T. Ser professora: avaliar e ser avaliada. In: ESTEBAN, M. T (Org.). **Escola, currículo e avaliação**. 1.ed. São Paulo: Cortez, v.5, p. 13-37, 2003.

ESTEBAN, M. T (Org.). **O que sabe quem erra? Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar**. 3.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

ESTEBAN, M. T (Org.). **Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano**. In: 23ª Reunião Anual da ANPED. Caxambu, 2000. Disponível em: <<http://168.96.200.17/ar/libros/anped/0611T.PDF>> Acesso em: 12 ago. 2008.

FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. 166f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

FREUDENTAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GIMÉNEZ, J. **La evaluación en matemáticas: una integración de perspectivas**. Madrid: Síntesis, 1997.

GRAVEMEIJER, K.; DOORMAN, M. Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, n.1, p.111-129, jan. 1999.

HADJI, Charles. **Avaliação Desmistificada**. Porto Alegre: ARTMED, 2001.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo**. 4.ed. Portugal: Porto, 1994.

IN. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

INVESTIGAÇÃO. In: BUENO, F. S. **Grande dicionário etmológico-prosódico da língua portuguesa**. São Paulo: Saraiva, 1965. v.4, p.1979.

INVESTIGAÇÃO. In: ENCICLOPÉDIA Brasileira Mérito. Porto Alegre: Mérito, 1967. v.16, p.282.

INVESTIGAÇÃO. In: ENCICLOPÉDIA Universal Ilustrada Europeo-Americana. Madrid, Rios Rosas: Espasa-Calpe, 1922. t.28, p.1890.

INVESTIGAÇÃO. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

KASTEBERG, S. *et all*. Context Matters in assessing student's mathematical power. **For the Learning Mathematics**, v. 25, n.2, jul. 2005.

KROESBERGEN, E. H. **Mathematics education for low-achieving students: Effects of different instructional principles on multiplication learning**. 2003. Dissertação - Utrecht University. Disponível em: <<http://igitur-archive.library.uu.nl/dissertations/2003-0115-145759/inhoud.htm>>. Acesso em: 17 jun. 2008.

KWON, Oh N. Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations. **Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics**. Creta/Grécia, n.2, jul.2002. Disponível em: <http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/1a/ad/9d.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2008.

LUCKESI, C. C.. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e posições**. 3.ed. São Paulo: Cortez, 1996.

MACK, N. Learning rational numbers with understanding: the case of informal knowledge. In: CARPENTER, T.; FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (eds). **Rational numbers: an integration of research**. Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates, p.85-106, 1993.

NAGY-SILVA, M. C. **Do Observável ao Oculto**: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

NEGRÃO de LIMA, R. C. **Avaliação em Matemática**: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006.

NISS, M. Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. In: MATOS, J. F., HOUSTON, S. K., BLUM, W. et al. *Modelling and mathematics education: applications in science and technology*. Chichester: Ellis Horwood Ltda., 2001.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006.

PEREGO, S. C. **Questões Abertas de Matemática**: um estudo de registros escritos. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

PEREGO, S. e BURIASCO, R. L. C. de. Um estudo de registros escritos em matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v.1, n.1, p.55-72, jan/jun. 2008.

PRÁCTICA. In: ENCICLOPÉDIA Universal Ilustrada Europeo-Americana. Madrid, Rios Rosas: Espasa-Calpe, t.46, p.1170-1171. 1922.

PRÁTICA. In: ENCICLOPÉDIA Brasileira Mérito. Porto Alegre: Mérito, v.16, p.78. 1967.

PRÁTICA. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

SACRISTÁN, J. G. A avaliação no ensino. In: SACRISTÁN, J. G; GOMES, A.I.P. **Comprender e transformar o ensino**. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, p.295-351. 1998.

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado

em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

SANTOS, L. A avaliação em documentos orientadores para o ensino da Matemática: uma análise sucinta. **Quadrante**, Lisboa, v.12, n.1, p. 7-20, jan/jun. 2003.

SEGURA, R. O. **Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões discursivas de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

SKOVSMOSE, O. & VALERO, P. Quebrando a neutralidade política: o compromisso crítico entre a educação e a democracia. **Quadrante**, vol.11, 1, pp.7-28. 2002.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papyrus Editora. 2001.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em Educação Matemática crítica**. Campinas: Papyrus, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica - incerteza, matemática, responsabilidade**. São Paulo: Editora: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **BOLEMA**, Rio Claro: v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papyrus, 2005.

TREFFERS, A. **Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. Realistic Mathematics Education: work in progress. In: BREITEIG, T.; BREKKE, G. (Eds.), **Theory into practice in mathematics education**. Kristiansand, Norway: Faculty of Mathematics and Sciences/Hogskolen I Agder, 1998. p.1-38. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/4966.pdf>>. Acesso em: 12 ago. 2008

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. **Educational Studies in Mathematics**, v. 54, n.1,p.09-35, nov. 2003.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. The role of contexts in assessment problems in mathematics. **For the Learning Mathematics**, Alberta-Canadá, v.25, n.2,

p.2-9, 2005. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/~marjah/documents/01-Heuvel.pdf>>. Acesso em: 12 ago. 2008

VANDEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

VESTIG. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.

ZULKARDI, Z.. **How to design lessons based on the realistic approach**. University of Twente, 1999. Disponível em: <<http://www.geocities.com/ratuilma/rme.html>>. Acesso em: 12 de jul. 2008.

Aprovado em fevereiro de 2009
Submetido em dezembro de 2008