



Compreensões de Alunos e Professores sobre Média Aritmética*

Students' and Teachers' understandings of Arithmetic Mean

Mabel Marques**

Gilda Guimarães***

Verônica Gitirana****

Resumo

Esse estudo investigou como o conceito de média aritmética é compreendido por alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando diferentes invariantes, significados e representações. Solicitou-se aos participantes (179 alunos e 31 professores) que respondessem individualmente um teste. Foram criados dois testes, com equivalência entre os invariantes e significados, mas variando a representação do enunciado das questões: gráfico de colunas ou enunciado escrito. Observou-se uma grande dificuldade na compreensão dos diferentes invariantes e significados. Os professores apresentaram um desempenho significativamente superior ao dos alunos, entretanto, inferior ao esperado. O significado teve maior influência do que o invariante no desempenho dos sujeitos. O tipo de representação não foi um fator determinante, mas exerceu influência na estratégia de resolução utilizada.

* Trabalho parcialmente financiado pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE); PROCAD 0145050/CAPES e CAPES-PROF-UFPE

** Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - Recife, PE, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Jornal do Comércio, nº 398, Bairro Alto da Maternidade. CEP: 54.800-000, Moreno, PE, Brasil. *E-mail*: mabel_marques@yahoo.com.br

*** Doutora em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professora da Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco (EDUMATEC/UFPE), Recife, PE, Brasil. Endereço para correspondência: Rua José Nunes da Cunha, 4180, CEP: 54.440-030. Jaboatão dos Guararapes, PE, Brasil. *E-mail*: gilda.lguimaraes@gmail.com

**** PhD em Educação Matemática pela Universidade de Londres. Professora da Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco (EDUMATEC/UFPE), Recife, PE, Brasil. Endereço para correspondência: Estrada de Aldeia, Km 14. Condomínio Casa Grande D'Aldeia, 208, Araça, CEP: 54.783-010. Camaragibe, PE, Brasil. *E-mail*: veronica.gitirana@gmail.com

Palavras-chave: Educação Estatística. Média aritmética. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

Abstract

This research investigated how arithmetic mean is understood by teachers and pupils from the first years of elementary school. Different invariants, meanings and representations were taken into account. Each participant (179 students and 31 teachers) individually answered a test. Two tests with equivalence between the invariants and meanings were specially designed, varying the representation: graph of columns or a written statement. The teachers had significantly higher scores than the students, however it was less than we expected. Great difficulties to understand different invariants and meanings were observed, although, the meaning had more influence than the invariants for these students. The kind of representation was not a determining factor for the comprehension of mean, but influenced the strategies used by the participants.

Keyword: Statistics Education. Arithmetic mean. Primary school.

1 Introdução

Atualmente, o destaque conferido à Educação Estatística na nossa sociedade é evidente. Batanero e Godino (2001) asseveram que, devido à abundância de informações com as quais os cidadãos se deparam em seu trabalho cotidiano, torna-se necessário que todos tenham um conhecimento básico de Estatística para ser capazes de realizar uma correta interpretação de dados. Carvalho (2006) também enfatiza a relevância da Educação Estatística, argumentando que isso implica na formação de atitudes, capacidades e conhecimentos que permitam o desenvolvimento da reflexão e da criticidade em relação à informação veiculada através de conteúdos estatísticos.

No Brasil, desde 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental destacam a importância da Educação Estatística em função do seu uso social. Esse justifica a necessidade de se introduzir o estudo da Estatística desde os primeiros anos de escolarização, argumentando que a “finalidade é que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia” (BRASIL, 1997, p. 56).

Entretanto, como ressalta Batanero (2000), o desenvolvimento da didática da estatística tem se dado de forma insuficiente, e só recentemente estamos tomando conhecimento das principais dificuldades dos alunos em relação aos

conceitos mais importantes. O insuficiente desenvolvimento da didática da estatística deve ter, também, reflexos na formação do professor que vai atuar na Educação Estatística. As dificuldades dos alunos podem ter como raiz a própria dificuldade dos professores, que, possivelmente, não tiveram uma formação de qualidade para trabalharem com temas da estatística.

Dentre os conceitos considerados básicos na Estatística, destaca-se o de média aritmética. Esse conceito vem sendo utilizado comumente, seja no âmbito escolar (nas notas dos alunos), acadêmico (em análises de dados de pesquisas), econômico e na vida diária. Logo, suscita-se a necessidade de desenvolvimento da compreensão deste conceito pela sociedade. A média aritmética é uma medida que “resume e representa um conjunto de dados em um único valor”. Seu cálculo “remete à divisão em partes iguais do todo entre seus componentes. Assim, seu algoritmo consiste em somar todos os valores da variável e dividir pelo número de dados”. (CARZOLA e SANTANA, 2006, p.18).

O conceito de média, como diversos outros conceitos da Matemática e da Estatística, são abordados com foco em seu procedimento, em vez de valorizar o entendimento de seus significados e propriedades importantes para o conceito. Strauss e Bichler (1988) discutem o reconhecimento por estudantes de sete propriedades:

1. a média está localizada entre os valores extremos;
2. a soma dos desvios a partir da média é zero;
3. a média é influenciada por cada um e por todos os valores;
4. a média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem;
5. a média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física, ou seja, não corresponde a um valor possível da variável considerada;
6. o cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos;
7. a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

Dentre essas propriedades, a presente pesquisa só não utilizou a segunda, em função do nível de escolaridade investigado.

Já Batanero (2000) trata dos significados e elenca quatro, a saber:

- a. estimativa de uma quantidade desconhecida, em presença de erros de medida;
- b. obtenção de uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme;

- c. aplicação de que a média serve de elemento representativo de um conjunto de valores dados, cuja distribuição é aproximadamente simétrica;
- d. necessidade de conhecer o valor que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição.

Além das propriedades que se compõem em alguns dos invariantes, e dos significados apontados como importantes na construção do conhecimento, Vergnaud (1981) argumenta que existe uma mediação entre as representações e os objetos do mundo real, uma vez que no processo de conceitualização do real a dimensão representativa exerce um papel essencial. Dessa forma, considera-se que o trabalho com a multiplicidade de representações favorece a compreensão dos conceitos, pois pode fazer transparecer determinados aspectos ou tornar opacos outros. Assim, este estudo utilizou dois tipos de representação para apresentação dos dados, o enunciado escrito e o gráfico de colunas.

Nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida pelo pesquisador e educador matemático Vergnaud (1996), serviu como base teórica. Essa teoria apresenta o processo de conceitualização como sendo o cerne do desenvolvimento cognitivo, e afirma que os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos ocorrem em função das situações com as quais são confrontados. Nesse sentido, destaca-se o quanto é relevante apresentar aos alunos múltiplas situações que possibilitem ampliar a significação de um conceito, como também coloquem à prova as competências e as concepções dos aprendizes. Vergnaud (1990) afirma que a construção do conhecimento está ancorada em três pilares, conhecidos como (S, I, R):

- $S \rightarrow$ à refere-se ao conjunto das *situações* pelas quais se dá sentido ao conceito, ou seja, tornam o conceito significativo;
- $I \rightarrow$ à diz respeito ao conjunto de *invariantes* (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e utilizados pelos sujeitos para analisar e dominar essas situações;
- $R \rightarrow$ à corresponde ao conjunto de *representações simbólicas* que podem ser utilizadas para pontuar e representar esses invariantes e, deste modo, representar as situações e os procedimentos para lidar com os mesmos.

Nessa perspectiva, Moreira (2002, p.27) destaca a necessidade de “identificar e classificar situações adequadas à aprendizagem de determinado conceito, pesquisar os invariantes operatórios usados pelos alunos e procurar entender como, por que e quando certa representação simbólica pode ajudar na conceitualização”. Diante disso, torna-se necessária a efetivação de um trabalho

voltado ao desenvolvimento da compreensão acerca do conceito de média aritmética, considerando o uso de variados tipos de representação.

Nessa perspectiva, a presente pesquisa investigou como o conceito de média aritmética é compreendido por alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando diferentes invariantes, significados e representações.

A pesquisa foi realizada por meio da aplicação de um teste diagnóstico em 210 sujeitos de seis escolas públicas do Município de Moreno – Pernambuco, sendo 75 alunos do 3º ano, 104 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e 31 professores dos anos iniciais, desse mesmo nível de ensino.

Com base nos diferentes invariantes do conceito de média aritmética elencadas por Strauss e Bichler (1988) e nos diferentes significados discutidos por Batanero (2000), dois testes (ver Apêndice A e B) foram elaborados, com questões que apresentam equivalência entre os invariantes e significados do conceito de média e variam o tipo de representação utilizada no enunciado: gráfico de colunas e enunciado escrito. Buscou-se alcançar todos os invariantes e significados, sem, contudo, mapear todas as combinações possíveis entre eles. Os dois testes trazem tanto questões com gráficos de coluna como questões com enunciado escrito (ver quadro 1). Para cada grupo de sujeitos, aproximadamente metade respondeu o Teste A e metade o Teste B de forma individual.

Questão	Representação	
	Gráfico de Coluna	Enunciado escrito
Q1 e Q1A	A	B
Q2	B	A
Q3	A	B
Q4	B	A
Q5	A	B
Q6	B	A
Q7	A	B

Quadro 1 - Distribuição das representações nas questões e testes

As questões estão distribuídas em relação aos significados assumidos e os invariantes, de acordo com o quadro 2. Como se percebe no quadro, as questões estão concentradas no tratamento da média como uma quantidade equitativa para conseguir uma distribuição uniforme, e a média como elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica.

SIGNIFICADOS	Média como uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme	A média serve de elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica	Estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida	Necessidade de conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição
INVARIANTES				
A média é influenciada por cada um e por todos os valores	Q1 e Q1A		Q5	
A média considera todos os valores inclusive os nulos (não foram manipulados valores negativos)	Q2			
A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem		Q3		
A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada		Q4		
A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física		Q6		
A média está localizada entre os valores extremos				Q7

Quadro 2 - Distribuição de questões por significados e invariantes nos testes

Nesse estudo optamos por investigar um mesmo sujeito resolvendo questões sobre média em situações que envolviam os diferentes significados e invariantes. Como para o mesmo sujeito há um limite de questões possíveis de ser propostas em uma única sessão, não foi possível propor questões que envolvessem todas as combinações possíveis entre essas variáveis. Por outro lado, observou-se o desempenho de um mesmo sujeito diante dessas variações. Estudos futuros poderão investigar, de forma mais detalhada, cada um dos invariantes em todos os significados.

2 Desempenho geral dos grupos

Ao analisar os percentuais de acertos dos grupos investigados pela frequência de questões respondidas corretamente, observa-se que nenhum dos sujeitos dos três grupos investigados respondeu corretamente a todas as oito questões que compõem o instrumento diagnóstico (a questão 1 apresenta dois itens). O grupo dos professores se diferencia dos dois grupos de alunos, tanto em termos de média de acertos quanto da amplitude dos intervalos de total de acertos. A média de acertos dos professores é de 3,1, com uma amplitude de 7. Já a amplitude do intervalo de acerto dos dois grupos de alunos é a mesma de 3. A média dos dois grupos de alunos é bastante próxima 0,29 (3º ano) e 0,35 (5º ano). Revela-se, portanto, uma grande dispersão do total de acerto dos

professores e uma concentração nos dois grupos de alunos. Alguns sujeitos não acertaram nenhuma questão: 3,2% (professores); 29,3% (3º ano) e 14,4% (5º ano).

Evidencia-se uma maior compreensão concernente ao conceito de média aritmética por parte dos professores. Isto revela que esse conceito já tem sido abordado na formação de professores, mas necessita ser aprofundado, visto que o desempenho destes tem como média 3,1, e ainda existem professores que não demonstraram conhecimento algum sobre o tema.

Percebe-se uma grande dificuldade dos alunos em relação ao conceito de média aritmética, uma vez que os mesmos apresentaram percentuais de acertos muito baixo na maioria das questões para ambos os anos de escolaridade. Não foram evidenciadas diferenças significativas $p = .05$ entre os alunos do 3º ano e os alunos do 5º ano em nenhuma das questões. Dessa forma, constata-se que a escolaridade não está exercendo influência na compreensão do conceito de média aritmética, pelo menos no que tange aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Apesar da grande dificuldade apresentada pelos alunos, ressaltamos que alguns deles conseguiram apresentar respostas corretas. Verificou-se que tanto alunos do 3º ano como do 5º ano acertaram algumas questões, chegando, em ambos os grupos, a termos três questões respondidas corretamente pelo mesmo aluno. Esses acertos ocorreram com maior frequência em situações que envolviam o invariante que corresponde à ideia de que a média é influenciada por cada um e por todos os valores e o significado de média como estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida. Guimarães et al. (2008) mostram a quase inexistência de atividades envolvendo média (2%) nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD no ano de 2004.

3 A influência da representação nos tipos de erros

Para analisar a influência do tripé (S,I,R) proposto por Vergnaud (1990), analisam-se os dados referentes ao percentual de acerto em cada questão, considerando os dois tipos de representação: enunciado escrito e gráfico de colunas (Gráfico 1)

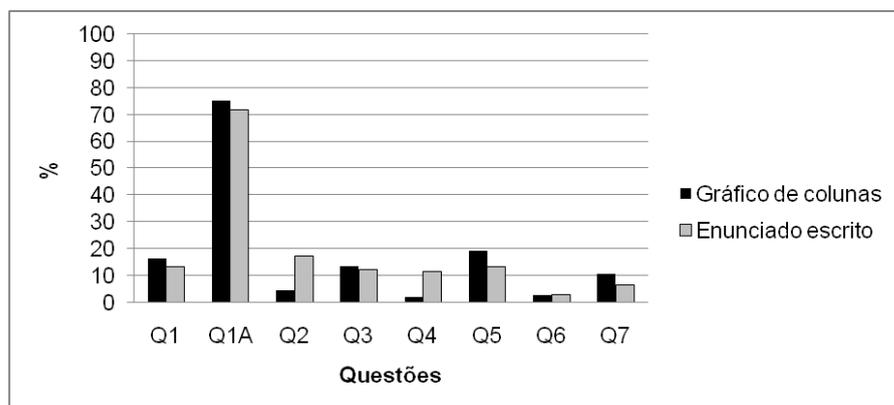


Gráfico 1 - Percentuais de acertos de todos os participantes por tipo de representação

Observa-se que o tipo de representação em que os dados foram apresentados (enunciado escrito ou a partir de gráficos de colunas) não foi um fator determinante para compreensão do conceito de média para a maioria das questões. Todavia, foram constatadas diferenças significativas, em função do tipo de representação, nas questões 2 e 4, nas quais o desempenho dos professores foi superior no enunciado escrito.

Na questão 2, constatou-se diferença significativa entre os tipos de enunciado ($F(1,209)=27,620$, $p<0.000$), entre os professores e os alunos do 3º e 5º ano ($F(2,209)=53,343$, $p<0.000$), como também efeito de interação ($F(2,209)=16,980$, $p<0.000$) entre o tipo de representação e os grupos investigados.

Também, foi encontrada diferença significativa na questão 4 ($F(1,209)=41,936$, $p<0.000$) em função do tipo de representação apenas para o grupo de professores. Esse resultado pode ter ocorrido em função do contexto no Teste A, no qual o enunciado escrito versava sobre a média de notas de um determinado aluno, situação rotineira para os professores.

Strauss e Bichler (1988), ao investigar os invariantes (propriedades) do conceito de média mobilizados por crianças entre 8 a 12 anos, também observaram que a apresentação de dados de forma numérica, verbal e no concreto não apresentou diferenças significativas.

Uma análise muito interessante acerca de como os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e os professores desse mesmo nível de ensino compreendem o conceito de média aritmética mostrou que o tipo de representação influenciou o tipo de erro. A média foi considerada como soma dos valores da variável, quando os dados eram apresentados por meio do enunciado escrito.

Quando a situação envolvia o gráfico, a média correspondia ao valor da maior barra ou ponto máximo. Esses resultados estão apresentados em Melo (2010).

4 A influência do significado e dos invariantes explorados

Analisando o percentual de acerto, em função do invariante e/ou do significado propostos nas questões, observa-se no Gráfico 2 que a questão 1A foi a única em que se obteve um percentual de acerto maior que 50% para todos os grupos. Esse resultado demonstra uma compreensão conceitual dos participantes sobre o aumento ou diminuição da média sem, contudo, exigir o cálculo da mesma.

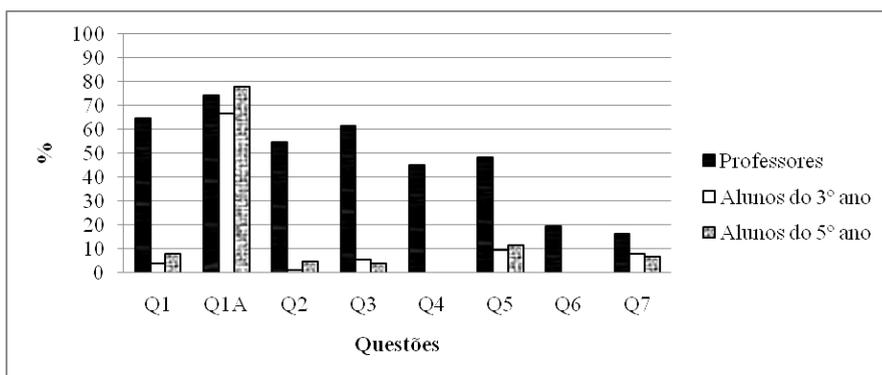


Gráfico 2 - Percentuais de acertos por grupo e por questão

Constatou-se diferença significativa ($p > .05$) de desempenho entre o grupo de professores e os grupos de alunos do 3º e 5º ano na maioria das questões (Q1, Q2, Q3, Q4, Q5 e Q6), apenas nas questões Q1A ($F(2, 209) = 1,298$, $p = 0,275$) e Q7 ($F(2, 209) = 1,623$, $p = 0,200$) não foram observadas diferenças significativas de desempenho entre os referidos grupos.

Nas Questões 6 e 7 foram detectados os menores percentuais de acertos dos professores (19,4% e 16,1%), respectivamente. Isso indica maior dificuldade destes em compreender os seguintes invariantes: a média pode ser um número que não corresponde a um dado possível da variável e a média está localizada entre os valores extremos. Anjos e Gitirana (2008) afirmam que esses invariantes são pouco explorados nas coleções didáticas de matemática destinadas aos anos finais do Ensino Fundamental, o que poderia justificar a dificuldade desses professores. A média como um número que não corresponde a um dado real é abordada em 15% das atividades analisadas em todas as coleções aprovadas

pelo *Programa Nacional do Livro Didático* (PNLD), no ano de 2008. Em relação à média estar localizada entre os valores extremos, apenas 3 coleções das 16 analisadas fizeram alguma referência a esta propriedade, o que representa 1,1% do total de atividades.

No que se refere aos significados envolvidos nestas questões, os professores apresentaram dificuldades em relação ao reconhecimento da média como *elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica* (Questão 6) e como *valor que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição* (Questão 7). Na questão 7, o valor mais provável seria o valor da própria média apresentada, 70 Kg, mas qualquer valor até 80 Kg era possível, uma vez que o elevador não precisa estar no peso médio para andar. No entanto, esse tipo de consideração não foi realizado, nem pelos alunos nem pelos professores, uma vez que os mesmos continuaram dando respostas já utilizadas em outras questões como, por exemplo, usar um dos valores do enunciado ou valor extremo.

Os dados revelam, ainda, que nenhum dos alunos, seja do 3º ou 5º ano, conseguiu responder as questões 4 e 6 corretamente. Assim, constatamos que os alunos de ambos os anos de escolaridade não compreendem os seguintes invariantes: *a média pode ser um número que não corresponde a um dado que possa ser assumido pela variável e a média como um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada*, ou seja, a média é o valor que está mais próximo de todos, em termos espaciais.

Estudos como os de Cazorla (2003) e Caetano (2004) também revelaram dificuldades de compreensão dos alunos em relação a esse último invariante. Portanto, é importante focar tais aspectos ao se promover intervenções de ensino acerca do conceito de média aritmética.

5 Compreensão de média: uma análise multidimensional

Após essa exposição do desempenho dos diferentes grupos, buscou-se analisar a relação entre esses dados, considerando toda essa complexidade de variáveis envolvidas na compreensão do conceito de média. Para tal, realizou-se uma análise do tipo multidimensional, denominada Análise da Estrutura de Similaridade (*Similarity Structure Analysis SSA*) (BORG; LINGOES, 1987)¹. Esta análise processa uma matriz de correlação entre n variáveis através de representações gráficas como pontos em um espaço Euclidiano. O SSA classifica as distâncias dentro da ordem especificada a partir dos próprios dados não

¹ Agradecimentos especiais a colaboração do Professor Antonio Roazzi - UFPE

impondo ortogonalidade nos dados como ocorre na análise fatorial. É possível, assim, descobrir a estrutura latente que emana dos dados através de uma representação espacial facilmente compreensível. O que é importante no SSA é a divisão do espaço da projeção em regiões.

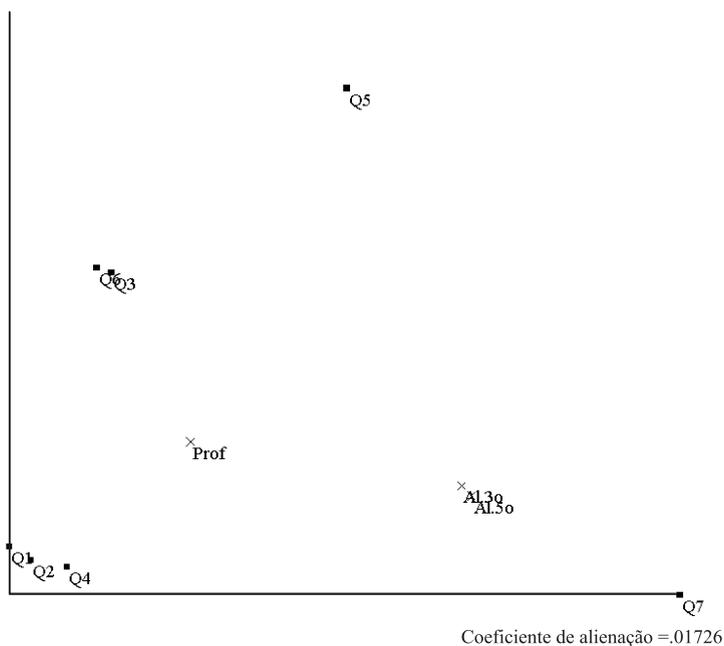


Gráfico 3 - Análise de Estrutura de Similaridade (SSA) das questões em relação aos grupos investigados

Nessa projeção podemos analisar dois tipos de dados: a similaridade entre as questões, considerando o desempenho de cada um dos participantes, e a similaridade entre os grupos investigados.

A partir da Análise de Estrutura de Similaridade (SSA), observa-se no gráfico 3 que as questões Q1, Q2 e Q4 estão dispostas espacialmente bem próximas uma da outra, indicando que existe uma alta correlação. As questões Q1 e Q2 envolviam o mesmo significado (*média como uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme*) e a questão Q4 envolvia o reconhecimento de que *a média serve de elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica* (significado). Essas questões envolviam respectivamente os seguintes invariantes: *a média é influenciada por cada um e por todos os valores; que considera todos os valores inclusive os nulos, e que é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada.*

Verifica-se também uma aproximação entre as questões Q3 e Q6, as quais envolvem o mesmo significado de média, ou seja, *a média serve de elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica*.

As questões Q3 e Q4 envolvem o mesmo significado (*a média serve de elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica*) e se apresentaram na mesma linha, o que, se olhado por outra dimensão do plano espacial, estarão também bastante próximas, mostrando a similaridade das mesmas e reforçando a importância do significado.

As questões Q5 e Q7, além de se apresentarem como bastante diferenciadas das demais, apresentam uma grande distância entre si. A questão Q5 era a única que envolvia o significado de *média como uma estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida*, porém apresentava o mesmo invariante da questão Q1 (*a média é influenciada por cada um e por todos os valores*). Novamente, o significado parece ter tido maior influência do que o invariante. Para Mayén et al. (2007), a ideia de média como *estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida* é muito importante, visto que é a base dos métodos de estimação. Os resultados obtidos pelas autoras sugerem que esta ideia é intuitiva para os alunos.

Já na questão Q7 era a única que apresentava o significado de que *a média envolve a necessidade de conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição* e a única que envolvia o invariante envolvendo a compreensão de que *a média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo \leq média \leq valor máximo)*. De fato, essa questão ficou bem isolada das demais.

Assim, observa-se que quando o significado é o mesmo existe uma alta correlação entre as questões, apesar das mesmas apresentarem invariantes diferentes. Parece que o significado foi um fator importante no desempenho dos alunos. A compreensão desses significados apresenta algo em comum ou pode ser desenvolvida a partir das mesmas experiências. Essas correlações contribuem para a elaboração de estratégias didáticas de ensino.

Em relação aos grupos investigados, observamos uma proximidade muito grande entre os grupos de alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental, e um distanciamento em relação aos professores. Tais dados evidenciam a grande correlação entre os dois grupos de alunos em relação ao desempenho nas questões, não diferenciando os mesmos, o que não é de se esperar uma vez que existem dois anos de escolaridade e de vida, em geral, entre os sujeitos.

Nesse sentido, o significado parece ter tido maior influência do que o invariante no desempenho dos sujeitos investigados. Portanto, esses resultados

chamam a atenção para a importância dos significados na compreensão do conceito de média, reforçando a importância atribuída por Vergnaud (1990) às situações que atribuem significados na formação do conceito.

Esse tipo de análise nos ajuda a pensar em como conduzir o processo de ensino/ aprendizagem, uma vez que nos mostra as similaridades ou não entre os diferentes invariantes e significados de um conceito.

6 Conclusões

Neste artigo, buscou-se analisar a compreensão de alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação aos significados, invariantes e representações do conceito de média aritmética.

Alunos e professores apresentaram muitas dificuldades em resolver as situações propostas, as quais envolviam o conceito de média aritmética. Os professores apresentaram um percentual de respostas corretas significativamente melhor que os alunos do 3º e 5º anos, evidenciando maior compreensão concernente ao conceito de média aritmética, entretanto, com média ainda baixa e com grande dispersão.

Observamos que o tipo de representação pelo qual os dados foram apresentados não foi um fator determinante para compreensão do conceito de média aritmética. Porém, exerceu forte influência no tipo de erro.

Compreender as concepções de média aritmética apresentadas por professores e alunos é fundamental, pois como ressalta Vergnaud (1986), as concepções modeladas pelas situações da vida cotidiana não deveriam ser ignoradas, visto que é necessário conhecer ou reconhecer melhor as concepções mais primitivas, os erros e as incompreensões, bem como o modo pelo qual as concepções mudam ou podem mudar, mediante situações, explicações e etapas. Essas concepções podem ser demonstradas por expressões verbais ou outras representações simbólicas. Compreende-se que os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos ocorrem em função das situações com as quais são confrontadas. Assim, destaca-se o quanto é relevante o trabalho com múltiplas situações que podem ampliar a significação de um conceito.

Nesse sentido, mediante análise das estratégias de resolução, constatamos a existência de várias concepções, sem validade estatística, em relação à média aritmética. Na maioria das situações, a média foi considerada como soma dos valores da variável, sobretudo quando os dados foram apresentados por meio do enunciado escrito. Por outro lado, outra concepção equivocada surgiu quando a situação envolvia o gráfico de colunas, neste caso,

entendia-se que a média correspondia ao valor da maior coluna ou ponto máximo. Tais estratégias de resolução demonstram a influência do tipo de representação na concepção de média apresentada.

Esses dados estão em conformidade com os resultados obtidos por Magina et al. (2008) que também encontraram esses mesmos tipos de concepções alternativas, ou seja, sem validade estatística, ao realizarem uma pesquisa que analisou as concepções de estudantes e professores sobre média. Dessa forma, ressalta-se o importante papel da dimensão representativa no processo de conceitualização do real, visto que consideramos o trabalho com múltiplas representações um fator que contribui para compreensão de um conceito.

Em relação à compreensão dos significados e invariantes do conceito de média aritmética, constatou-se que os professores apresentaram melhor desempenho ao lidarem com a ideia de *média como uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme*. O significado que se refere à necessidade de *conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição* foi uma situação de difícil compreensão. Talvez, esse insucesso se deva tanto à complexidade deste significado quanto ao fato do mesmo não ser sistematicamente ensinado, conforme afirmam Cobo e Batanero (2004).

Assim, fica explícita a necessidade de um trabalho sistematizado sobre média aritmética com os alunos dos anos iniciais de escolarização. Da mesma forma, é fundamental que os professores desses níveis de ensino compreendam o conceito de média e saibam como trabalhar com seus alunos.

Portanto, os resultados obtidos nesse estudo apontam alguns caminhos didáticos possíveis de ser desenvolvidos ao se buscar um trabalho sistematizado relacionado ao conceito de média aritmética. Aponta-se, principalmente, a necessidade de maior atenção aos significados trabalhados de média.

Referências

ANJOS, D.; GITIRANA, V. Exploração do conceito de média nos em livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2. 2008. Recife. **Anais...** Recife: UFRPE, 2008. Disponível em: <<http://www.ded.ufrpe.br/sipemat/anais.html>>. Acesso em: 10, set. 2008.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, La Rioja, n. 25, p. 41-58, 2000. (Ejemplar dedicado a: Contrucción de conocimientos matemáticos para el siglo XXI). Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/isboa.pdf>>. Acesso em: 28 jun. 2008.

BATANERO, C.; GODINO, J. **Análisis de datos y su didáctica**. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Grupo de Investigación en Educación Estadística, 2001. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/libros%20y%20tesis%20doctorales.htm>>. Acesso em: 28, jun. 2008.

BORG, I.; LINGOES, J. C. **Multidimensional similarity structure analysis**. New York: Springer, 1987.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ensino de 1ª a 4ª série. Brasília, MEC/ SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 10 jun. 2008.

CAETANO, S. **Introduzindo a estatística nas séries iniciais do ensino fundamental a partir de material manipulativo**: uma intervenção de ensino. 2004, 272f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/CAETANO_simone_silva_dias.html>. Acesso em: 01, jul. 2008.

CARVALHO, C. Olhares sobre a Educação Estatística em Portugal. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2006. Recife. **Anais...** Recife: UFPE, 2006. p. 1-16.

CAZORLA, I. M. Média aritmética: um conceito prosaico e complexo. In: SEMINÁRIO DE ESTATÍSTICA APLICADA, 9., 2003, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IASI, 2003. p. 01-15.

CAZORLA, I.; SANTANA, E. **Tratamento da informação para o ensino fundamental e médio**. Itabuna: Via Litterarum, 2006.

COBO, B.; BATANERO, C. Significados de la media en los libros de texto de secundaria. **Enseñanza de las ciencias**, Barcelona, v. 22, n. 1, p. 5-18, 2004.

GUIMARÃES, G. et. al. Análise das atividades sobre representações gráficas nos livros didáticos de matemática. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2008. Recife. **Anais...** Recife: UFRPE, 2008. p. 1-12. Disponível em: <<http://www.ded.ufrpe.br/sipemat/anais.html>>. Acesso em: 28 set. 2008.

MAGINA, S et. al. Concepções e concepções alternativas de média: um estudo comparativo entre professores e alunos. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11th, 2008, Monterrey, México. **Proceeding...** Monterrey, Mexico: ICME, 2008, p. 01-08. Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/14>>. Acesso em: 29 out. 2008.

MELO, M. **Fazendo Média: compreensões de alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2010, 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/edumatec/attachments/008_Mabel%20Cristina%20Marques%20Melo.pdf>. Acesso em: 21, jun. 2010

MAYÉN, S. et al. Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Unión, n. 9, p. 187-201, mar. 2007. Disponível em: <http://www.fisem.org/web2/union/fisem_antiguo/descargas/9/Union_009_016.pdf>. Acesso em: 29, abr. 2008.

MOREIRA, M. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponível em: <www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol7/n1/v7_n1_a1.html>. Acesso em: 20, out. 2008.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 19, n. 1, p. 64-80, 1988.

VERGNAUD, G. **L'enfant, la mathématique et la réalité**. Berne, Francfort/M : Peter Lang, 1981.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 1, n. 5, p. 76-90, 1986.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Education: the best part of Piaget's heritage. **Swiss Journal of Psychology**, Bern, v. 55, n. 2/3, p. 112-118, 1996.

Submetido em Junho de 2010.
Aprovado em Outubro de 2010.

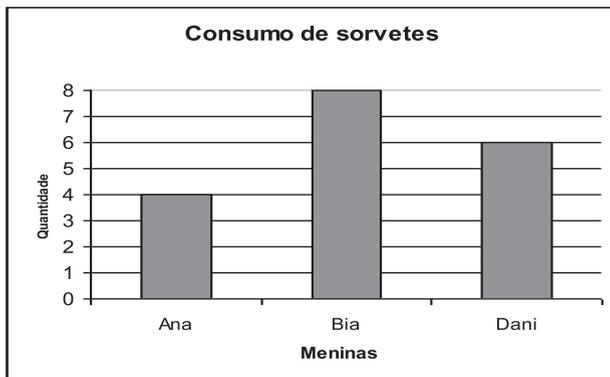
APÊNDICE “A” - INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO (TESTE “A”)

NOME _____

IDADE _____

ESCOLA _____

Questão 1



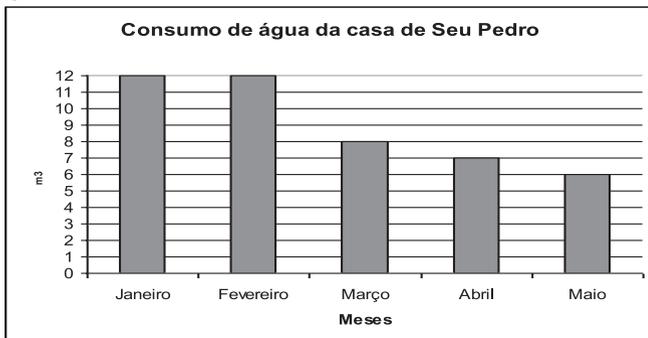
Se essas meninas tivessem tomado a mesma quantidade de sorvetes, quantos cada uma teria tomado, ou seja, qual a média de sorvete tomado por essas meninas?

Questão 1A- Se uma delas tivesse tomado mais 1 sorvete, iria alterar a média de sorvete tomado por cada uma? Por quê?

Questão 2

Alana, Natália, Vivi e Bruna são amigas e gostam muito de brincar de boneca. Alana tem 6 bonecas, Natália 4, Vivi não tem nenhuma e Bruna tem 2 bonecas. Se essas meninas tivessem a mesma quantidade de bonecas, quantas cada uma teria, ou seja, qual a média de bonecas desse grupo de meninas?

Questão 3



Qual o consumo médio mensal de água dessa casa?

- a) 12 m^3
- b) 9 m^3
- c) 8 m^3
- d) 45 m^3

Questão 4

Marcos obteve no final do ano a média 4 em Geografia. Coloque V (Verdadeiro) ou F (Falso) para as possíveis notas recebidas por Marcos nas quatro unidades do ano letivo:

- a) () 1, 1, 1, 1
- b) () 1, 2, 4, 9
- c) () 4, 4, 4, 4
- d) () 1, 2, 4, 8
- e) () 1, 2, 3, 4
- f) () 1, 2, 4, 10

Questão 5



Qual seria a melhor estimativa de tempo gasto para percorrer o trajeto de casa à escola?

Questão 6

Flávio trabalhava em uma loja de eletrodomésticos. No primeiro dia de trabalho ele entregou 4 geladeiras, no segundo 5, no terceiro 7 e no quarto 6. Qual foi a média de geladeiras entregues nesses dias?

Questão 7



Cinco pessoas pegaram um elevador. Este elevador suporta até cinco pessoas com peso médio de 70 kg. Qual seria o peso mais provável da quinta pessoa?

APÊNDICE “B” - INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO (TESTE “B”)

NOME _____

IDADE _____

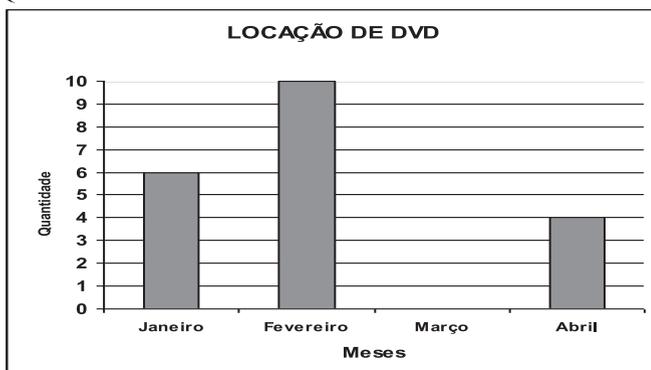
ESCOLA _____

Questão 1

Em um campeonato de futebol o time de Pedro disputou três jogos. Em cada partida a quantidade de gols foi diferente: 3, 7 e 5 gols. Em média quantos gols foram marcados por partida, ou seja, se tivessem marcado a mesma quantidade de gols em cada uma das partidas, quantos gols seriam?

Questão 1A- Se o time de Pedro tivesse marcado mais um gol, a média de gols marcados por partida seria alterada? Por quê?

Questão 2



Qual a quantidade média de DVD's locados é o Feliéé é o mês ou seja se ele tivesse locado a mesma quantidade de DVD's por mês, quantos DVD's ele teria locado?

Questão 3

João realizou cinco ligações de seu celular. Na 1ª ligação ele gastou R\$ 8,00, na 2ª R\$ 7,00, na 3ª R\$ 4,00, na 4ª R\$ 3,00 e na 5ª ligação ele gastou R\$ 3,00. Quantos reais João gastou em média por ligação?

- a) R\$ 3,00 c) R\$ 5,00
b) R\$ 4,00 d) R\$ 25,00

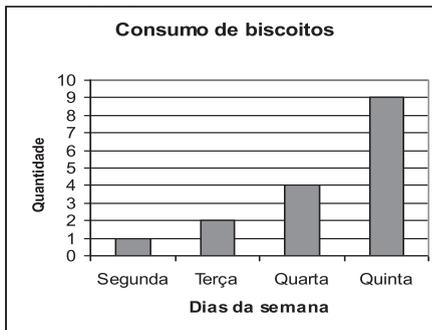
Questão 4

Mariana come em média 4 biscoitos por dia. Coloque V (Verdadeiro) ou F (Falso) para as possíveis quantidades de biscoitos que ela comeu em cada dia:

a) ()



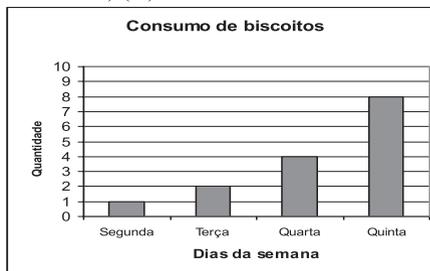
b) ()



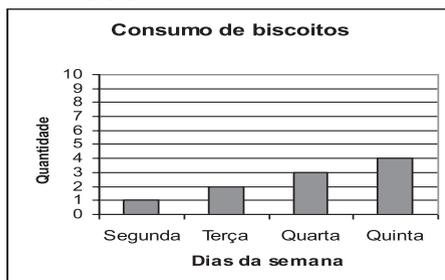
c) ()



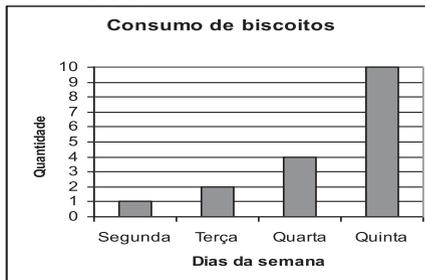
d) ()



e) ()



f) ()



Questão 5

Na feira quatro vendedores resolveram saber quanto pesava uma uva. Cada um pesou na sua própria balança e acharam os seguintes resultados em gramas: 10, 9, 11, 6. Qual seria a melhor estimativa do peso real da uva?

Questão 6



Qual foi a média de nascimento de cães por ano?

Questão 7

O peso médio dos alunos da primeira série é de 20 Kg. Separamos 5 alunos que pesam: 22, 18, 17 e 21. Qual seria o peso mais provável do quinto aluno?

